Universidad de Sevilla

Tesis Doctoral

Correspondencia Leibniz–Huygens y los orígenes de la ciencia moderna

Autor:
Miguel Palomo

Director de tesis:
Prof. Cat. Juan Arana Cañedo-Argüelles

Tesis presentada con el objeto de cumplir los requisitos para la obtención del título de Doctor en Filosofía en la Facultad de Filosofía, Universidad de Sevilla

Septiembre 2018

Declaración de autoría

Yo, Miguel Palomo, declaro que esta tesis doctoral titulada «Correspondencia Leibniz–Huygens y los orígenes de la ciencia moderna» es de mi autoría. Confirmo que:

- Este trabajo ha sido realizado durante la duración del contrato FPU con referencia FPU13/00725 financiado por el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, Gobierno de España y gestionado por el Vicerrectorado de Investigación de la Universidad de Sevilla.
- Cuando he consultado trabajos previamente publicados por otros, se encuentra claramente señalado.
- Cuando he citado trabajos previamente publicados por otros, siempre es señalada la fuente. Con la excepción de dichas citas, esta tesis doctoral es enteramente fruto de mi propio trabajo.
- Señalo y reconozco todas las fuentes de ayuda que han sido utilizadas para la realización de esta tesis doctoral.

Firmado: Miguel Palomo García

Fecha: 29 de Octubre de 2018

Los hombres excelentes nos deben dejar incluso sus conjeturas, y están equivocados si sólo quieren dar verdades certeras.

G.W. Leibniz (carta a Huygens, número 46)

eidus
Escuela Internacional de Doctorado

PRESENTACIÓN DE TESIS DOCTORAL

REGULADO POR R.D. 99/2011 (NORMATIVA REGULADA POR ACUERDO 7.2/CG 17-6-11)

La Comisión Académica del programa de doctorado
EN FILOSOFÍA

utilizando el procedimiento acordado por la misma, previo informe del director/es, así como del tutor, ha acordado

☒ AUTORIZAR ☐ NO AUTORIZAR la presentación de la tesis doctoral cuyos datos se citan a continuación:

DOCTORANDO

NOMBRE	APELLIDOS
Miguel	Palomo García

DENOMINACIÓN DEL PROGRAMA DE DOCTORADO CURSADO POR EL DOCTORANDO
Filosofía

DIRECTOR/ES DE LA TESIS DOCTORAL

NOMBRE Y APELLIDOS	DNI	UNIVERSIDAD / CENTRO / DEPARTAMENTO / INSTITUTO
Juan Arana Cañedo-Argüelles	72648879K	Dpto Filosofía y Lógica y Filosofía de la Ciencia

TUTOR/A DE LA TESIS DOCTORAL

NOMBRE Y APELLIDOS
Juan Arana Cañedo-Argüelles

DENOMINACIÓN DE LA TESIS DOCTORAL

Correspondencia Leibniz–Huygens y los orígenes de la ciencia moderna

Sevilla, 3 de septiembre de 2018

El director (1)	El director (2)	El director (3)	El tutor
Fdo. Juan Arana Cañedo-Argüelles	Fdo.	Fdo.	Fdo. Juan Arana Cañedo-Argüelles

Departamento de Filosofía, Lógica y Filosofía de la Ciencia
FACULTAD DE FILOSOFÍA

El Presidente de Comisión Académica[i]

Fdo. Manuel Barrios Casares

Departamento de Filosofía, Lógica y Filosofía de la Ciencia
FACULTAD DE FILOSOFÍA

SR. PRESIDENTE DE LA COMISIÓN DE DOCTORADO

[i] Firmado previamente por el director del departamento responsable, en el caso del programa de doctorado Biología Molecular, Biomedicina e Investigación Clínica

Dedico este trabajo a Alejandro R. Postigo Díaz,
fallecido con 32 años el 20 de agosto de 2017.
Tu curiosidad me inició en las vías de la filosofía.
Tu amistad me ayudó a recorrerlas.

Resumen

Correspondencia Leibniz–Huygens y los orígenes de la ciencia moderna

por Miguel Palomo

Abstract. Esta tesis está centrada en ofrecer un análisis sistemático de la correspondencia entre G.W. Leibniz y Christiaan Huygens. A partir del estudio crítico de las cartas, ofrecemos un análisis de las discusiones que mantuvieron, así como de la influencia que ejercieron el uno en el otro y de cómo estas discusiones dieron forma al desarrollo de la ciencia moderna. Esta correspondencia nunca se ha traducido por completo (solamente pequeños extractos fueron traducidos al inglés por Loemker en 1956 y por Mary Sol de Mora al castellano en 2015). Tampoco ha sido objeto de un análisis sistemático, a pesar de la importancia de la figura de Huygens para el desarrollo del pensamiento filosófico y científico de Leibniz, y de que la mayoría de las discusiones entre ellos tuvieron lugar en estas cartas.

El motivo de elegir esta correspondencia para su análisis es que, a fecha de hoy, todavía no se ha podido completar la edición de las obras completas de Leibniz debido

Abstract. This doctoral thesis is focused on providing a systematical analysis of the correspondence between G.W. Leibniz and Christiaan Huygens. Beginning with a critical study of the letters, we provide an analysis of the debates they maintained, as well as how these discussions shaped the development of modern science.

The exchange of letters between Leibniz and Huygens has never been fully translated. Only a few extracts were translated into English by Loemker in 1956 and by Mary Sol de Mora into Spanish in 2015; neither has it been the object of a full analysis, despite the importance of the figure of Huygens in the development of Leibniz's philosophical and scientific thought, and that the majority of their discussions took place in their correspondence.

The reason why we have chosen to focus on the correspondence in order to evaluate their relationship and their contribution to modern science is that, as of today, the complete edition of Leibniz's work is yet

a la enorme cantidad de manuscritos, cartas y borradores existentes que dejó al fallecer en 1716. Por ello, de todo el *corpus* leibniziano, las correspondencias es el lugar ideal donde comprobar tanto el desarrollo del pensamiento de los interlocutores como la forma en la que se comienzan a gestar discusiones filosóficas y científicas que se mantendrán vigentes durante siglos. Las cartas, por tanto, nos ofrecen una gran oportunidad para conocer el desarrollo del pensamiento tanto de Leibniz como de Huygens.

Para el estudio adecuado de la correspondencia, se han dividido las cartas en dos etapas distintas. La primera etapa tiene lugar entre las cartas 1 y 18, escritas entre 1672 y 1680; y la segunda etapa corresponde a las cartas entre la 19 y la 71, escritas entre 1688 y 1695. El criterio de separación por etapas se debe a dos criterios distintos: el temático y el cronológico. Esto quiere decir que, por un lado, los principales temas tratados en la primera etapa difieren de los tratados en la segunda etapa, y por otro, que hay una separación cronológica, ya que hubo un hiato en su comunicación epistolar entre 1680 y 1688.

Los temas estudiados en la primera etapa son, principalmente, el nuevo cálculo infinitesimal de Leibniz; el *Analysis situs*; y la búsqueda por parte de Leibniz de un puesto remunerado en la *Académie des sciences*

to be completed due to the enormous amount of manuscripts, letters, and different drafts that Leibniz left unpublished; and the edition of Huygens' complete works suffers from a series of issues that impede a proper understanding of his figure and contributions. As a result of, of all the Leibnizian and Huygenian *corpus*, the correspondences are the best place to examine the development of their thought, as well as how their philosophical and scientific debates took form. Thus, the letters offer an ideal opportunity to gain a better insight into Leibniz's and Huygens' thought.

In order to properly address the correspondence, we have divided it into two different stages. The first includes the letters 1 to 18, written between 1672 and 1680; the second includes the letters 19 to 71 and were written between 1688 and 1695. The criteria used to separate the stages are the thematic and the chronological ones. That is, on the one hand, the topics discussed in the first stages differ from the themes present in the second stage; and on the other hand, there is a hiatus in their communication between 1680 and 1688.

The topics addressed in the first stage are, fundamentally, the new

de París. Los temas tratados en la segunda etapa navegan entre discusiones sobre diferentes cuestiones mecánicas; el reto de la descripción de la curva catenaria; y una discusión con Fatio de Duillier, con Huygens de mediador, sobre el método inverso de tangentes.

Todas estas discusiones determinan el desarrollo científico tanto de Leibniz como de Huygens, por lo que este intercambio epistolar resulta esencial para conocer los proyectos filosóficos y científicos de ambas figuras.

La correspondencia, además, mostrará que la influencia no se produce tan sólo de Huygens hacia Leibniz, como maestro de matemáticas del segundo, sino que existe una influencia bidireccional en el que el papel entre maestro y alumno se invierte. Por otro lado, las cartas muestran que la interpretación historiográfica de Huygens como un científico no interesado en la metafísica ni en la filosofía es errónea. También comprobamos cómo la interdisciplinariedad en Leibniz no es tan solo un procedimiento metodológico sino también un fundamento práctico. Por último, las cartas son testigo del comienzo de la llamada *guerra del cálculo* mantenida entre Leibniz y Newton, pues el germen se encuentra en el intercambio de métodos inversos de tangentes entre Leibniz y Fatio con Huygens de intermediario, de lo

Leibnizian calculus; the *analysis situs*; and Leibniz's search for a remunerated position at the *Académie des sciences* in Paris. Furthermore, the themes addressed in the second stage include different issues on mechanics; Bernoulli's challenge on the catenary; and a debate between Leibniz and Fatio de Duillier with Huygens as intermediary on the inverse method of tangents.

All these discussions determined Leibniz's and Huygens' scientific development. Consequently, this epistolary exchange is essential to properly analyze their philosophical and scientific projects.

As we can see in their letters, the correspondence shows that not only did Huygens influence Leibniz as his master in mathematics, but that their influence was bidirectional. Therefore, in some respects, the role of master and student is inverted. Moreover, we can see in their letters how Leibniz's interdisciplinarity is not only methodological but founded in the very same foundations on which he builds his philosophy. And finally, the letters show the beginnings of calculus war between Leibniz and Newton: we find its seed in the debate on the inverse method of tangents maintained by Leibniz and Fatio de Duillier with Huygens as an intermediary.

Keywords: G.W. Leibniz; Christiaan Huygens; Correspondence;

cual es testigo la segunda etapa de la correspondencia.

Keywords: G.W.Leibniz; Christiaan Huygens; Correspondencia; Filosofía moderna temprana; Filosofía de la naturaleza; Historia de las matemáticas; Historia de la filosofía; Cálculo; Analysis situs; Mecánica.

Early Modern Philosophy; Philosophy of nature; History of Mathematics; History of Philosophy; Calculus; Analysis situs; Mechanics.

Agradecimientos

Esta tesis no habría sido posible sin el incondicional apoyo del Profesor Catedrático Juan Arana, no solamente por su dirección, sino también porque sus clases de Filosofía de la Naturaleza en el Grado en Filosofía fueron el impulso que necesitaba para iniciarme en la filosofía como carrera profesional. Su guía y su huella se encuentra presente en esta tesis, así como en el trabajo académico que he desarrollado durante estos años. Le eximo, sin embargo, de todo error que pudiera encontrarse en esta tesis, los cuales deben atribuirse solamente a mi persona.

En Hannover, el Profesor Michael Kempe, director del Leibniz-Archiv, así como el Dr. Siegmund Probst, me acogieron en mi primera estancia investigadora. Les agradezco su disposición a ayudarme, así como a todo el equipo del Leibniz Archiv, gracias a quienes pude navegar entre incontables fuentes principales de Leibniz, así como entre manuscritos originales y una infinidad de bibliografía secundaria.

En Harvard University conté con la supervisión del Profesor Jeffrey K. McDonough, quien me ha guiado durante mi tiempo como *visiting fellow* en el *Department of Philosophy*, y gracias a quien he podido perfilar aún más mi camino académico. Su confianza y cercanía ha hecho posible que pudiese terminar el grueso de esta tesis doctoral durante mi estancia en Harvard.

Durante mi tiempo en la Universidad de Sevilla, el Profesor Francisco Rodríguez Valls ha sido un apoyo constante y un gran consejero, además de un ejemplo a seguir. También he de agradecer a los Profesores Francisco Soler Gil, Pilar López de Santa María y a Jesús de Garay su constante apoyo en el departamento, tanto en el apartado académico como en el personal.

En el departamento de Filosofía, Lógica y Filosofía de la Ciencia, la Profesora Gemma Vicente, su directora, ha estado siempre dispuesta a ayudarme en cualquier asunto que surgiese. Su disposición para ayudar a los demás y para hacer que los investigadores jóvenes estemos presentes en el departamento es algo que merece reconocimiento. Igualmente hay que reconocer el trabajo de María del Mar Caliani González, sin cuyas gestiones en el departamento este trabajo doctoral habría sido realizado mucho más lentamente. Por último he de agradecer la gestión realizada por los miembros de la Secretaría de la Facultad de Filosofía y del Vicerrectorado de Investigación.

Agradezco al Real Colegio Complutense (Harvard University) por seleccionarme para realizar una estancia en Harvard. Especialmente agradezco la labor de su director José Manuel Martínez y de César Alonso, director ejecutivo, así como de Carlos Ruiz, coordinador administrativo durante gran parte de mi estancia.

Estoy agradecido también con el tribunal anónimo de los contratos FPU (Formación del Profesorado Universitario) de la convocatoria 2013 por seleccionar mi proyecto en base a las puntuaciones establecidas por el Ministerio de Educación para ser desarrollado en la Universidad de Sevilla. Del mismo modo, agradezco al tribunal anónimo perteneciente al Ministerio de Educación que me concedió la estancia con referencia EST15/00003 para visitar el Leibniz-Archiv en 2016.

El primer acercamiento a esta investigación lo realicé bajo la supervisión de Juan Antonio Nicolás (y con el apoyo del grupo de investigación *Leibniz en Español*) en la Universidad de Granada durante la realización de un Máster en Filosofía, a quien le agradezco su apoyo a los jóvenes investigadores y la confianza depositada en mí para realizar tareas relevantes en las traducciones y ediciones de los textos leibnizianos aún inéditos en castellano. Del grupo de Granada debo también mucho a Laura Herrera, Miguel Escribano y Manuel Sánchez. No olvido como Miguel y Manuel fueron mi salvavidas en un imprevisto durante nuestra participación en un congreso en Buenos Aires. También agradezco a Ricardo Hurtado su disposición a colaborar cuando hemos trabajado juntos.

Concha Roldán, presidenta de la *Sociedad Española Leibniz para estudios del barroco y la ilustración* (SEL), ha sido también un importante apoyo y ha estado dispuesta a ayudarme en todo lo que estuviese en su mano. Del mismo modo, agradezco a los miembros de la SEL y de la *Red Iberoamericana Leibniz* por sus aportaciones propuestas en diferentes congresos y charlas en los que he tenido el placer de participar.

Debo agradecer a Enrique Sarrión su paciencia cuando le he preguntado acerca de cuestiones básicas sobre LaTeX en mi primer acercamiento a este programa con el que he escrito la tesis, así como por su calidez y cercanía, siempre acompañado del amor al conocimiento que le caracteriza.

De la Universidad de Sevilla también me acuerdo de Nino, Sara Mariscal, Jesús Fernández y Juan José Garrido. Hemos formado parte de la misma generación de doctorandos y hemos tenido que superar baches que ni si quiera habíamos imaginado cuando firmamos nuestros contratos predoctorales. Con ellos, superar estas dificultades ha sido más sencillo.

Tampoco me olvido de Antonio de Diego, Luis Sosa y Miguel Escobar, compañeros en diferentes etapas de mis años universitarios con quienes he compartido incontables charlas y cafés.

Quiero agradecer también al Profesor Richard Arthur (McMaster University), quien estuvo dispuesto a apoyar mi proyecto doctoral cuando todavía se encontraba en su estadio inicial.

No puedo olvidar al Profesor Bartolomé Segura Ramos, quien me ayudó con un pasaje dudoso en latín que forma una parte importante de esta tesis.

Agradezco a mi esposa Loida su apoyo incondicional durante todos estos años. Ella ha sido testigo tanto de los buenos momentos y de las celebraciones como de los momentos difíciles, y sin su ayuda y compañía esta tesis nunca se habría terminado. También mi familia, desde Córdoba, ha sido un apoyo en diferentes niveles a lo largo de estos años.

Por último, agradezco a María del Pilar Plaza y a Alejandro R. Postigo su apoyo incondicional no solamente desde que empecé esta tesis, sino desde muchos años atrás. Tanto en esta tesis como en anteriores proyectos vitales siempre les recuerdo ofreciendo un hombro en el que apoyarse.

Índice de siglas y abreviaturas

AA Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1923ss. *Sämtliche Schriften und Briefe*. Berlín: Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin (ed). Darmstadt.

AE Acta Eruditorum.

GBrM Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1889. *Der Briefwechsel des Gottfried Wilhelm Leibniz in der Königlichen öffentlichen Bibliothek zu Hannover*. Hannover: Hahnsche Buchhandlung.

GM Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1849-1863 (reimpr. 1872). *Mathematische Schriften*. Gerhardt, C.I. (ed). Hildesheim: Georg Olms.

GP Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1875-1890 (reimpr. 1960-1961). *Die philosophischen Schriften*. Gerhardt, C.I. (ed). Hildesheim: Georg Olms.

JS Journal des Sçavans.

NRL Nouvelles de la république des lettres.

OC Huygens, Christiaan. 1888-1950. *Oeuvres complètes de Christiaan Huygens*. Haan, D. B., Bosscha, J., Korteweg, D. J. & Vollgraf, J. A. (eds). La Haya: Martinus Nijhoff.

OFC Leibniz, Gottfried Wilhelm. 2007ss. *Obras filosóficas y científicas*. Nicolás, Juan Antonio (ed). Granada: Comares.

Índice general

Capítulo 1

Introducción

1.1. Justificación

Patricio de Azcárate, famoso por sus traducciones de Platón y Aristóteles al castellano en el siglo XIX, dijo que tras traducir a estas dos figuras principales de la historia de la filosofía debían traducirse las obras del «gran Leibnitz» (Leibniz, 1877: 1, 3). La comparación entre la relevancia de estas tres figuras no es fruto del capricho del traductor: mientras que la importancia de Platón y Aristóteles es evidente para todo aquel que tenga interés por la filosofía, el caso de Lebniz puede parecer más sorprendente, ya que apenas ha tenido espacio, por ejemplo, en los currículos de enseñanza de la filosofía, mientras que para los académicos ha sido hasta el siglo XX casi un misterio, debido a la falta de disponibilidad de muchos de sus textos no solamente en castellano sino incluso en su idioma original. A pesar de ello, las palabras de Azcárate nos recuerdan que la figura de Leibniz está a la altura de los grandes clásicos griegos.

La paradoja del pensamiento de Leibniz, ejemplificada en su relevancia filosófica y a la vez en su poca disponibilidad y desconocimiento a lo largo de los siglos, no es casualidad. Cabe recordar que sus teorías fueron tachadas de excéntricas incluso por sus contemporáneos, tal y como ocurrió con la doctrina de las mónadas; además de que sus últimos años vivió determinado por la polémica sobre la prioridad del cálculo que académicamente ganó Newton; y por último su sistema filosófico solamente es comprensible situándolo a la par de sus descubrimientos científicos y disquisiciones teológicas, éticas, políticas y de toda índole. Esto es así porque Leibniz crea un sistema explicativo de la realidad, es decir, de todo lo existente, que requiere la continua interacción de disciplinas. Esto, que se presenta en mayor o menor grado en otros filósofos como Descartes, en cuyo famoso árbol de las ciencias coinciden la raíz metafísica con la savia matemática, el tronco de la física y las ramas de la mecánica, la ética y la medicina, Leibniz lo propone de modo que ninguna de ellas posea el papel principal a la hora de comenzar a construir el edificio del conocimiento: todas las disciplinas tendrían la misma importancia a la hora de comenzar a construir este edificio del conocimiento de la realidad. Todo ello han sido factores que no han facilitado que la figura de Leibniz sea hasta hoy tan universalmente reconocida como la de Platón o Aristóteles.

El papel de las correspondencias en el *corpus* leibniziano

Los problemas que se presentan a la hora de estudiar a Leibniz comenzaron a paliarse desde la aparición del *corpus* de manuscritos y textos leibnizianos que se está llevando a cabo en la edición *Sämtliche Schriften und Briefe* (AA) desde 1923, y desde entonces no ha hecho más que incrementarse el interés por la figura de Leibniz. Alrededor de esta edición se está realizando una serie de estudios críticos que completa la edición de estos manuscritos, así como una serie de traducciones a otros idiomas entre las que destaca por su aparato crítico y calidad de edición y de traducción *Obras filosóficas y científicas* (OFC), la edición de una selección de 21 volúmenes de las más importantes obras de Leibniz en castellano coordinadas por el Prof. Juan Antonio Nicolás desde la Universidad de Granada.

Todas estas ediciones, tanto AA, como OFC y otras traducciones, dedican gran cantidad de espacio a las correspondencias que Leibniz mantuvo con sus contemporáneos. Esto no es casualidad, ya que dentro de los textos leibnizianos, las correspondencias ocupan un papel primordial por varios motivos. El primero de ellos era que Leibniz fue celoso a la hora de publicar muchos de sus avances. Buen ejemplo de ello es el motivo por el que decidió no publicar su *Dynamica de Potentia*:

> La razón que me hizo dejar en Florencia un borrador de una nueva ciencia de la Dinámica, es que allí había un amigo que se encargó de ordenarlo y pasarlo a limpio, e incluso de hacerlo publicar. Que aparezca sólo depende de mí. No tengo más que enviar el final. Pero todas las veces que pienso en ello se me ocurre tal cantidad de novedades, que todavía no he tenido tiempo de digerirlas (Leibniz 1991: XII; JS, 2 de junio 1690: 247).

Este ejemplo concreto nos muestra cómo habitualmente Leibniz actuaba ante sus trabajos, pues a pesar de haber escrito una cantidad casi inconmensurable de textos, de todos los que publicó en vida solamente, la *Teodicea* era un libro como tal. Este excesivo perfeccionismo y creatividad que vemos ejemplificado en las palabras de Leibniz sobre el *Dynamica de potentia* y que pone en práctica con el resto de sus obras contrasta enormemente con la inmediatez de sus cartas, donde discute tanto con su maestro Huygens como con sacerdotes, eruditos, políticos y princesas. Sus correspondencias, por tanto, nos conceden dos grandes oportunidades:

1. Primeramente, mediante las discusiones presentes en las cartas comprobamos el progreso de sus ideas.

2. Y segundo, la posibilidad de contrastar sus ideas, llamémosle inmediatas (las presentes en las cartas), con aquellas pocas que Leibniz inmortaliza en sus artículos, libros y diferentes tipos de textos hechos públicos en vida de Leibniz, y que quedan revestidos de oficialidad.

Estas dos oportunidades cobran mayor importancia si cabe al tener en cuenta que las correspondencias en el siglo XVII poseen un matiz que los intercambios epistolares perdieron hace siglos, y es que estas cartas son el lugar donde los interlocutores mantienen sus discusiones científicas, lo cual ha dado pie a un auge del estudio de las correspondencias de la era moderna (Del Lungo Camiciotti, 2014: 17-18).

Este matiz científico lo encontramos en las correspondencias modernas por tres motivos. El primero es que solamente unos pocos privilegiados podían permitirse viajar, y cuando estos viajes se daban, duraban una media de varios años. En el caso de Leibniz son conocidos sus viajes a París entre 1672 y 1676, en los que también pasó por Inglaterra y Holanda; así como su viaje por Italia y Austria entre 1687 y 1690. Por ello, las comunicaciones entre académicos no tenían lugar gracias a que viajasen de un modo habitual.

El segundo es que las reuniones académicas como congresos, simposios o *workshops*, tan comunes y abundantes en nuestros días, eran una rareza en la frontera entre los siglos XVII y XVIII, años en los que Leibniz desarrolla la mayoría de su pensamiento filosófico y científico. Solamente al amparo de las academias de las ciencias tenían lugar este tipo de reuniones, de modo que se requería, primeramente, ser miembro de estas academias, y además, estar presente cuando éstas tuvieran lugar, añadiendo por tanto la dificultad de la realización de viajes largos.

Por último, cabe destacar que en la época de madurez de Leibniz las revistas científicas no estaban más que comenzando a ganar relevancia en el ámbito académico. Las AE de Leipzig, tan importantes para conocer algunas de las discusiones que analizamos en esta tesis, fueron de hecho fundadas y promovidas por el propio Leibniz. Pero su uso no estaba todavía generalizado. Por todo ello, lo habitual era que las discusiones entre filósofos, científicos, políticos y cualquier otra profesión académica que se nos ocurra tuviesen lugar en las correspondencias de un modo adicional a estas primeras revistas.

Por ello, los intercambios epistolares de finales siglo XVII, como la correspondencia que nos ocupa, nos permiten ser testigos de un mundo parado en el tiempo, como si de una Pompeya de las ciencias se tratase, en el que observar la evolución filosófica y científica de los interlocutores.

Algo que muestra la importancia que poseen las correspondencias para el estudio de Leibniz, aparte del espacio que se le dedica en ediciones de relevancia capital como AA y OFC, es que durante los años en los que comenzó este proyecto han surgido dos proyectos paralelos destinados a arrojar luz a la enorme red epistolar de Leibniz. El primero es *Die Leibniz Connection*, una base de datos que pretende crear una red completa de todos los interlocutores y referenciarlos, dentro de lo posible, con la edición AA. El segundo, es *G.W. Leibniz's Correspondents and Acquaintances. Intellectual networks, themes, individuals*, un diccionario de correspondentes de Leibniz cuya misión es presentar una introducción biográfica y contextual de todos y cada uno de los contactos de Leibniz. Aunque de momento este proyecto se basa en la información ya presente en las breves biografías adjuntas a los volúmenes de AA y en GBrM, la idea es desarrollar un *work in progress* que a largo plazo pueda presentar, en libre distribución y a través de internet, este diccionario completo de todos los intercambios de Leibniz. Este mastodóntico proyecto es coordinado por el prof. Enrico Pasini (Università degli Studi di Torino) y colaboro con él como miembro del consejo editorial desde poco tiempo después de que el proyecto se pusiese en marcha.

1.2. Objetivos

El propósito general de esta tesis es realizar, por primera vez en la historia de los estudios leibnizianos, una reconstrucción y un análisis sistemático del contenido, formas y contexto del intercambio epistolar mantenido por Leibniz y Huygens entre 1672 y 1695. Se estipulan, sin embargo, los siguientes objetivos específicos:

- Elaborar una reconstrucción del contenido de las cartas escritas por Leibniz y Huygens.
- Identificar los temas tratados, discutidos y abandonados en la correspondencia.
- Señalar las diferentes etapas presentes en la correspondencia.
- Analizar el contexto filosófico y científico en el que este intercambio tiene lugar
- Identificar el papel de Huygens en el desarrollo de los conceptos básicos del cálculo infinitesimal leibniziano.
- Estimar el impacto de Huygens en la búsqueda de nuevos métodos científicos llevada a cabo por Leibniz.
- Identificar el papel de Huygens en el desarrollo y posterior abandono del *analysis situs* en la primera parte de la correspondencia Leibniz-Huygens.
- Identificar la influencia de Huygens en la búsqueda de la cuadratura aritmética por parte de Leibniz.
- Exponer el papel de la correspondencia para el reto de la descripción matemática de la catenaria propuesto por Bernoulli.
- Explicar el papel diplomático e intermediario de Huygens en la relación Fatio de Duillier-Leibniz.
- Explicar cómo el intercambio de métodos entre Fatio de Duillier y Leibniz, con Huygens de intermediario en estas cartas, es el precursor de la polémica entre Leibniz y Newton.
- Explicar la influencia cartesiana, especialmente la geometría analítica, tanto en Huygens como en Leibniz.
- Explicar el papel de Galileo en la creación de las noción básica de infinito usada por Leibniz en la creación del cálculo infinitesimal.
- Señalar el legado científico de Huygens que muestra influencia de las conversaciones mantenidas por Leibniz y Huygens.
- Explicar la filosofía natural huygensiana, influenciada por Leibniz y explicitada en el *Cosmotheoros*.

- Señalar el problema de la filosofía y la metafísica en Huygens y explicar la existencia de una filosofía natural apenas conocida por los historiadores de la ciencia.
- Realizar un listado de los temas y los autores nombrados y discutidos por Leibniz y Huygens en la correspondencia, con referencia a la edición AA.
- Señalar el papel de esta correspondencia para el desarrollo de las obras independientes de cada autor.
- Realizar una línea temporal en el que se señalen cada una de las cartas de Leibniz y Huygens con respecto a sus obras individuales, de modo que se pueda comprobar la influencia de las cartas en dichas obras.

Del mismo modo, las tesis principales que defiendo en esta tesis son las siguientes:

- El papel de Huygens con respecto a Leibniz, durante el desarrollo de la correspondencia, evoluciona en cuatro posiciones distintas: primero es una guía para Leibniz, para luego evolucionar en mentor, oponente científico y, por último, en una figura explícitamente interesada en la filosofía.
- La posición de maestro y alumno en Huygens y Leibniz se invierte, existiendo una diferencia clara entre la primera etapa de la correspondencia y la segunda, especialmente en su parte final.
- La interpretación historiográfica de Huygens que afirma que éste es un matemático, ingeniero, cosmólogo y geómetra es errónea, pues la conjunción de las cartas con Leibniz y el *Cosmotheoros*, su última obra, muestran que debemos entenderle como un filósofo de la naturaleza, para lo cual Leibniz le influenció.
- Las cartas con Huygens son el lugar donde comprobar la interacción entre filosofía, matemáticas (incluyendo la geometría) y mecánica en el sistema leibniziano. Ello mostrará que la interacción de disciplinas no es metodológica en Leibniz sino un fundamento de su *praxis*.
- El intercambio de métodos entre Fatio y Leibniz es el precursor y el que dará pie a la polémica Leibniz-Newton sobre la creación del cálculo infinitesimal.

- La correspondencia Leibniz-Huygens ejemplifica el funcionamiento del pensamiento Leibniziano y posee un papel para comprender su sistematización de la filosofía.

1.3. Metodología de investigación

Esta tesis ha sido realizada bajo la dirección del prof. catedrático Juan Arana Cañedo-Argüelles y bajo el amparo del departamento Filosofía y Lógica y Filosofía de la Ciencia de la Facultad de Filosofía, Universidad de Sevilla. El desarrollo de esta tesis se ha realizado principalmente en las instalaciones facilitadas por dicho departamento.

La financiación ha estado a cargo del Ministerio de Educación y Ciencia, cuyos tribunales premiaron este proyecto con un contrato predoctoral bajo el programa FPU con referencia FPU13/00725. Durante el disfrute de este contrato, hemos recibido financiación adicional por parte del V Plan Propio de Investigación de la Universidad de Sevilla para asistencia a congresos (*Workshop Perspectivismo y Unidad de la razón en Leibniz*); del proyecto HUM-110 de la Junta de Andalucía para asistencia a congresos (*International Conference Leibniz-Scientist; Leibniz-Philosopher*); del Ministerio de Educación y Ciencia para estancias (Leibniz-Archiv, GWLB, Hannover, Alemania, con 3 meses de duración y referencia EST15/00003); del proyecto LCA para asistencia a un *workshop* en Turín (*Technical Workshop of the Leibniz's Correspondents and Acquaintances Project*); del VI Plan Propio de Investigación de la Universidad de Sevilla para asistencia a congresos (*Scottish Seminar in Early Modern Philosophy VIII*, Edimburgo); de las Ayudas de Extensión Universitaria 01/2017 para la realización de jornadas científicas (*Ciencia e Ideología: La función social del pensamiento*); y del Real Colegio Complutense, entidad perteneciente a Harvard University, para la realización de una estancia en el *Department of Philosophy* en Harvard University durante 6 meses.

Nuestro trabajo se enmarca, por otro lado, dentro del proyecto *Leibniz en Español*, coordinado por el Profesor Juan Antonio Nicolás (Universidad de Granada). Gracias a la intensa labor del proyecto, y de la colaboración como miembro de la *Red Iberoamericana Leibniz* y de la *Sociedad Española Leibniz para estudios del barroco y la ilustración* (liderados por el Profesor Juan Antonio Nicolás y por la Profesora Concha Roldán respectivamente), hemos podido discutir las hipótesis de esta tesis con muchos de sus componentes. Como parte de nuestro trabajo, hemos sido además designado como editor junto con el Profesor Juan Antonio Nicolás del volumen 17A de OFC, donde además traduciré la correspondencia Leibniz-Huygens en su totalidad, algo que hasta hora no se ha realizado en ningún idioma. Además, hemos volcado en este proyecto doctoral conocimientos adquiridos en la colaboración con el proyecto LCA.

Por otro lado, desde 2011 hemos colaborado con el *Seminario Permanente Naturaleza y Libertad*, cuyo equipo de trabajo ha organizado simposios anuales, así como conferencias, seminarios y grupos de lectura. Muchos de los resultados de estos eventos han sido publicados en *Naturaleza y Libertad, Revista de Estudios Interdisciplinares* y en monografías publicadas como volúmenes independientes. Al amparo de este grupo, liderado por los Profesores Juan Arana y Francisco Rodríguez Valls, también hemos podido poner a prueba muchas de las hipótesis mantenidas en esta tesis.

Para la realización de este trabajo hemos utilizado las ediciones críticas de los manuscritos de Leibniz (AA) siempre que los textos estén disponibles en esta edición. Sin embargo, puesto que AA es una edición todavía incompleta, en ciertos lugares hemos tenido que acudir a GM, GP, Leibniz (1988), y otros, e incluso hemos consultado manuscritos originales presentes en el Leibniz-Archiv de Hannover y en la web de la G.W. Leibniz Bibliothek para aquellos que se encuentran digitalizados, además de contar con la ayuda del catálogo de los manuscritos de Leibniz (1966). Respecto a la bibliografía secundaria, siempre se ha acudido a investigadores de primer nivel en el campo de estudios leibnizianos, huyguensianos y referentes a la filosofía moderna temprana. Los idiomas de difusión de los estudios sobre Leibniz son tan variados como las variadas procedencias de los investigadores, por lo que hemos usado libros y textos en castellano, inglés, francés, alemán, italiano, portugués y latín.

1.4. Estado de la cuestión

Después de que la correspondencia tuviese lugar entre 1672 y 1695, ha habido varias ediciones de estas cartas, teniendo que distinguir entre ediciones de extractos de la correspondencia y de la correspondencia completa. Respecto a traducciones de la correspondencia, a día de hoy tan sólo contamos con traducciones de extractos, y no de la correspondencia en su totalidad.

La primera transcripción parcial del intercambio epistolar entre Leibniz y Huygens fue editada en La Haya en 1833, en una obra titulada *Christiani Hugenii aliorumque seculi XVII virorum celebrium exercitationes mathematicae et philosophicae* (Huygens, 1833), donde el editor, Petrus Joannes Uylenbroek, añade una selección de cartas entre Huygens y Leibniz, que hacemos explícitas a continuación. Señalamos entre paréntesis el número de carta otorgado en la edición de Uylenbroek junto con su paginación, mientras que fuera de paréntesis hacemos referencia al número de la carta siguiendo el orden real de la correspondencia señalado en el Anexo A:

- Carta 7 (I, 1-5)
- Carta 8 (II, 5-6)
- Carta 4 (III, 6-7)
- Carta 12 (IV, 7-11)
- Carta 13 (V, 11-14)
- Carta 15 (VI, 14-18)
- Carta 16 (VII, 18-19)
- Carta 18 (VIII, 20-22)
- Borrador carta 20 (IX, 22-23) (con fecha indicada erróneamente, con un día adicional respecto a la fecha señalada en la misma carta editada en AA)
- Carta 21 (X, 23-26)
- Borrador carta 22 (XI, 26-29)
- Carta 23 (XII, 29-31)
- Carta 25 (XIII, 32-36)
- Carta 26 (XIV, 36-39)
- Carta 27 (XV, 39-43)
- Carta 28 (XVI, 44-50)
- Carta 29 (XVII, 51-55)
- Carta 30 (XVIII, 55-59)
- Carta 31 (XIX, 59-68)
- Carta 32 (XX, 68-73)
- Carta 33 (XXI, 73-76)

- Carta 34 (XXII, 77-80)
- Carta 36 (XXIII, 80-82)
- Carta 35 (XXIV, 82-85)
- Carta 38 (XXV, 85-86)
- Carta 39 (XXVI, 87-90)
- Carta 40 (XXVII, 90-94)
- Carta 41 (XXVIII, 94-96)
- Carta 42 (XXIX, 97-103)
- Carta 44 (XXX, 103-109)
- Carta 45 (XXXI, 109-112)
- Carta 46 (XXXII, 112-118)
- Carta 47 (XXXIII, 118)
- Carta 48 (XXXIV, 119-121)
- Carta 49 (XXXV, 121-124)
- Carta 50 (XXXVI, 124-126)
- Carta 51 (XXXVII, 126-130)
- Carta 52 (XXXVIII, 130-136)
- Carta 53 (XXXIX, 137-144)
- Carta 54 (XL, 144-145)
- Carta 55 (LXI, 145-152)
- Carta 56 (LXII, 152-160)
- Carta 57 (LXIII, 160-163)
- Carta 58 (LXIV, 163-168)
- Carta 59 (LXV, 169-172)
- Carta 60 (LXVI, 172-176)

- Carta 61 (LXVII, 176-181)
- Carta 62 (LXVIII, 181-182)
- Carta 63 (LXIX, 182-190
- Carta 64 (LXX, 190-192)
- Carta 65 (LXXI, 192-195)
- Carta 66 (LXXII, 195-199)
- Carta 67 (LXXIII, 199-209)
- Carta 68 (LXXIV, 209)
- Carta 69 (LXXV, 210-211)
- Carta 70 (LXXVI, 211-214)

El motivo de señalar las referencias de cada carta es mostrar lo completa que es esta edición a pesar de la fecha en la que es editada y a pesar de que posee varios problemas que impiden que la tomemos como fundamento de este estudio sobre la correspondencia. Respecto a ello, de esta primera edición cabe señalar otras características. Lo primero a destacar es que la edición de las cartas se realiza según los manuscritos de Huygens. De este modo, se editan los borradores de muchas cartas en lugar de las versiones finales recibidas por Leibniz, por lo que los manuscritos de Leibniz no son cotejados ni utilizados (probablemente el editor no supiese de su existencia o en el lugar en el que se encontraban). Por otro lado se obvian las primeras cartas y la última, seguramente por falta de conocimiento de su existencia. Seguidamente, se presenta en varios lugares un orden de las cartas erróneo, especialmente al principio, donde la carta 4 se posiciona tras la 8 y antes de la 12. Por último, hay un error al pasar del número 40 (XL) al 41 (XLI), que sin embargo se comienza a escribir con una errata como si fuera el 61 (LXI), número a partir del que se sigue contando en las siguientes cartas. Debido a ello, según esta edición la correspondencia cuenta con 76 cartas aunque se presentan solamente 56. Por último, el editor apenas presenta un aparato crítico aparte de una introducción general. Por todo ello esta edición no debe ser elegida como base para el estudio de las cartas.

La siguiente edición, la primera teniendo en cuenta los manuscritos leibnizianos, es publicada por C. I. Gerhardt en 1849 en GM 2: 11-208. Esta edición, aunque de un valor histórico y filológico incuestionable, no puede ser elegida como base para esta investigación porque sitúa la carta 6 como la primera de todas, además de que el contenido crítico se limita a un breve estudio introductorio.

Encontramos otra edición de esta correspondencia, que corre también a cargo de Gerhardt (GBrM), editada en 1899, e incluye los mismos problemas, como por ejemplo señalar que la carta 6 es la primera del intercambio epistolar. Cabe suponer, por tanto, que en este caso Gerhardt utiliza para GBrM el mismo aparato crítico y trabajo bibliográfico que utilizó para la edición de GM.

Cabe señalar que, aunque GBrM (1899) se realiza la tercera edición pretendidamente completa de las cartas, dos años antes, en 1897, se comenzó a editar la correspondencia de Huygens en el volumen 7 de OC, que abarca su correspondencia entre 1670 y 1675, y donde aparecen las primeras cartas entre ellos, ya que la correspondencia comienza en 1672 según esta edición. Si tenemos en cuenta todas las cartas, entre 1897 y 1905 aparece la totalidad de correspondencia editada por la *Société Hollandaise des Sciences* en los tomos del 7 (1897) al 10 (1905) de las *Oeuvres Complètes* de Christiaan Huygens (OC). Ya en el volumen 7 los editores incluyen cartas anteriores a la que Gerhardt consideraba la primera carta (la número 6). Sin embargo, la carta que OC considera la primera es la carta 3, con lo que, a pesar de todo, OC supone un avance en este sentido. Cabe señalar que la carta 3 es escrita por Huygens y quizá el énfasis en buscar los textos de Huygens les hace a los editores conseguir esta carta y poder situarla como primera de la correspondencia. La referencia completa de las cartas en OC es la siguiente:

- OC 7, cartas: 1999, 2057 y 2058.
- OC 8, cartas: 2192, 2193, 2199, 2203, 2205, 2206, 2209, 2213 y 2214.
- OC 9, cartas: 2512, 2561, 2601, 2611, 2623, 2627, 2632, 2633, 2636, 2639, y 2643.
- OC 10, cartas: 2659, 2660, 2667, 2664, 2676, 2677, 2680, 2682, 2688, 2693, 2695, 2699, 2709, 2726, 2727, 2728, 2732, 2740, 2744, 2751, 2759, 2766, 2784, 2785, 2797, 2822, 2829, 2841, 2852, 2854, 2856, 2863, 2866, 2871, 2873, 2876, 2877, 2880, 2884 y 2893.

Para la siguiente edición de las cartas tenemos que adelantarnos hasta 1956, cuando aparece una traducción al inglés de una pequeña selección de varias cartas por Leroy E. Loemker en *Philosophical Papers and Letters*

(Leibniz, 1956). De ellas, ninguna se encuentra completa. Todas las traducciones son de extractos de cartas, y cuando Loemker traduce el suplemento adjunto a la carta 11 (Leibniz, 1956: 249-253), el cual es el único texto traducido por completo, la simbología utilizada por Leibniz está incompleta en la línea 25 de la página 253, donde faltan una serie de números que sí se encuentran transcritos en AA. La lista completa de estos extractos en Leibniz 1956 es la siguiente:

- Extracto de la carta 11: 248-249. Corresponde con AA III, 2, n.346: 844-845 y 846-850.
- Suplemento adjunto a la carta 11: 249-253. Corresponde con AA III, 2, n. 347: 851-860.
- Extracto de la carta 48: 413-414. Corresponde con AA III, 5, n. 69: 287-288 y 291 (coincide parcialmente con AA II, 2, n.144).
- Extracto de la carta 50: 414-416. Corresponde con AA III, 5, n. 106: 387-390 y 392-395 (coincide parcialmente con AA II, 2, n.147).
- Extracto de la carta 60: 416-418. Corresponde con AA III, 6, n. 45: 124-125, 129-131 y 132 (coincide parcialmente con AA II, 2, n.268).
- Extracto de la carta 64: 419. Corresponde con AA III, 6, n.56: 176 y 182-183 (coincide parcialmente con AA II, 2, n.287).

La edición que hemos utilizado para este trabajo de investigación es AA, que sin lugar a dudas ofrece hasta el momento la mejor edición crítica de los manuscritos, y con el innegable avance de estar presentando, por primera vez, la edición completa de esta correspondencia. Los volúmenes 1 al 6 de la serie III de AA fueron publicados en Berlín entre 1976 y 2004, lo cual nos muestra la actualidad y vigencia de esta correspondencia. Más concretamente, la referencia completa de las cartas en la edición AA es la siguiente:

- AA III, 1, números: 1, 29, 39, 40, 44, 57, 61, 62, 64, 83, 86.
- AA III, 2, números: 346, 347, 351, 359, 361, 364.
- AA III, 3, números: 4, 22, 23.
- AA III, 4, números: 201, 235, 267, 271, 280, 282, 283, 287, 291, 292, 293, 296.

- AA III, 5, números: 6, 8, 9, 13, 17, 18, 21, 22, 29, 36, 37, 39, 41, 46, 52, 53, 54, 59, 63, 65, 69, 90, 106, 123, 140, 185, 191, 199.
- AA III, 6, números: 26, 38, 40, 45, 48, 49, 54, 56, 57, 66, 86, 136.

Además, en AA II, serie que se dedica a la correspondencia filosófica, se incluyen algunos extractos en el volumen 2, editado en 2009 en Berlín, con las siguientes referencias, las cuales coinciden en parte con extractos traducidos por Loemker, tal y como hemos señalado arriba:

- AA II, 2, números: 87, 88, 144, 156, 174, 213, 240, 264, 268, 282, 287.

Por último, en los volúmenes 7A y 7B de OFC, dedicados a los escritos matemáticos y editados por Mary Sol de Mora, se traducen al castellano los siguientes extractos:

- OFC 7A: 93-105, donde se traduce la carta 2, que corresponde con AA III, 1, n.39: 154-171.
- OFC 7B: 418, carta 13, corresponde con AA III, 2, n.351: 874-875.
- OFC 7B: 418-419, carta 14., corresponde con AA III, 2, n.359: 887-889.
- OFC 7B: 419-420, carta 15, corresponde con AA III, 2, n.361: 892 y 902-903.
- OFC 7B: 420-421, carta 17, corresponde con AA III, 3, n.4: 48-49.
- OFC 7B: 421, carta 18, corresponde con AA III, 4, n.22: 71.

Vemos, por tanto, que aunque ha existido un acercamiento histórico a la correspondencia desde el primer tercio del siglo XIX, podemos decir que ha sido un acercamiento tímido, que se ha limitado solamente a pequeños extractos y nunca a cartas completas cuando se trata de traducciones. En el caso de éstas, se concentran en extractos concernientes al *analysis situs* y a la cuadratura aritmética. Estos trabajos, sin embargo, no abarcan el resto de contenidos de la correspondencia, que van mucho más allá de estos dos temas.

Por ello, utilizando como base el trabajo realizado para esta tesis, traduciremos la correspondencia Leibniz-Huygens que formará parte del volumen 17 de OFC. En ese volumen presentaremos, por primera vez, una traducción completa de las cartas Leibniz-Huygens con un estudio preliminar y notas críticas fruto del trabajo volcados en esta tesis.

Con ello pretendemos dar a esta correspondencia la relevancia que posee con respecto al desarrollo del pensamiento filosófico y científico de Leibniz y Huygens, pues pesar del auge de estudios sobre Leibniz en los últimos 50 años, la correspondencia con Huygens tan solo es nombrada brevemente en algunos de los estudios que se centran principalmente sobre Leibniz, y raramente sobre Huygens.

En el caso de estudios huyguensianos es más difícil encontrar referencias a esta correspondencia, al estar dedicados casi en su totalidad tan sólo a los aspectos científicos y técnicos del autor. Por ello, encontramos que ninguno se dedica a realizar un análisis exhaustivo del contenido de las cartas. Los únicos trabajos existentes centrados en algún aspecto de la correspondencia es O'Hara 1996, que analiza brevemente tres de los temas tratados en la segunda etapa de la correspondencia referentes a la matemática (el cálculo, la catenaria y el *methodus tangentium inversa*) y Chareix 2015, que realiza un comentario sobre la crítica de Huygens al cálculo leibniziano. El trabajo de O'Hara precede esta investigación, por lo que ha supuesto una influencia importante en esta tesis a pesar de su corta extensión (9 páginas solamente), mientras que el de Chareix ha aparecido una vez comenzado este proyecto doctoral.

Si algo muestran estos trabajos es que la investigación respecto a esta correspondencia hasta el momento ha sido insuficiente. Y por otro lado, como muestran las tempranas ediciones de la correspondencia en su idioma original, este intercambio epistolar tiene una importancia capital para los estudios tanto leibnizianos como huygensianos, pues de ambos ámbitos provienen las primeras ediciones de las cartas. La importancia que denotan estas ediciones desafía el enfoque monotemático que se puede denotar de algunas ediciones, ya que la correspondencia no se centra solamente en el *analysis situs* o en la cuadratura aritmética.

Cabe destacar, por último, la actualidad de las cartas, puesto que a pesar de que hace más de 300 años de que este intercambio epistolar tuvo lugar, podemos comprobar que el artículo de O'Hara se publica en 1996; la correspondencia al completo por vez primera culmina en 2004 con la edición del volumen 6 de AA III; y el artículo de Chareix se publicó en una fecha tan cercana como 2015. Todo ello es fruto de un estado de gracia de los estudios sobre Leibniz: el descubrimiento de muchos de sus textos y cartas inéditas a través de la edición AA, y especialmente la edición OFC en el mundo hispanohablante (del que también se han beneficiado nuestros colegas portugueses, brasileños, italianos, franceses e incluso de Europa del Este) ha tenido gran responsabilidad en este resurgimiento de los estudios leibnizianos que tanto tienen que aportar para el estudio de la filosofía y de las ciencias.

Capítulo 2

Análisis de la correspondencia

2.1. Estructura y contexto de la correspondencia

2.1.1. Etapas de la correspondencia y estructura de las cartas

Estructura de las etapas

Para el estudio de esta correspondencia hemos dividido las cartas en dos etapas distintas. La decisión de separar las cartas en estas dos etapas ha sido tomada en base a dos criterios:

1. Un criterio cronológico, puesto que existe una diferencia temporal entre las cartas escritas entre 1672 y 1680 con las escritas entre 1688 y 1695, existiendo un hiato de ocho años de silencio entre los años 1680 y 1688.

2. Un criterio temático, ya que en cada etapa existen una serie de temas predominantes que no se tratan o se tratan indirectamente en la otra etapa.

Por lo tanto, la distinción entre etapas no solamente facilita el estudio de éstas, sino que además concuerda con la dinámica que presentan las discusiones mantenidas entre Leibniz y Huygens.

Atendiendo al criterio cronológico, la primera carta tiene lugar a finales de noviembre de 1672 (AA III, 1: 1) y la última el 1 de julio de 1695 (AA III, 6: 287), ambas escritas por Leibniz.

Composición de cada etapa

Dentro de la separación cronológica, la separación entre etapas permite que nos situemos en el contexto adecuado para afrontar adecuadamente sus contenidos. De este modo, la primera etapa de la correspondencia está compuesta por las cartas de la 1 a la 18 (siguiendo la numeración del anexo A), que se encuentran editadas en AA en los siguientes series y volúmenes:

- AA III, 1: números 1, 29, 39, 40, 44, 57, 61, 62, 64, 83 y 86.
- AA III, 2: números 346, 347, 351, 359, 361 y 364.
- AA III, 3: números 4, 22 y 23.

Estas cartas ocupan 109 páginas según la edición AA y fueron escritas entre finales de noviembre de 1672 y el 5 de febrero de 1680. Esta etapa comienza tras la llegada de Leibniz a París, la cual había tenido lugar en marzo de 1672. Si bien la relación con Huygens fue intensa entre 1672 y 1676, aunque con poca producción de cartas debido a que ambos se encontraban en París, se tornó difícil mantener la correspondencia tras la vuelta de Leibniz a Hannover en 1676. De hecho, no hay cartas entre junio de 1676 y septiembre de 1679, año en el que la correspondencia vuelve a arrancar para detenerse de nuevo en 1680.

La segunda etapa está compuesta por las cartas de la 19 a la 71 (de nuevo, siguiendo la numeración del anexo A), que corresponden a las siguientes cartas en AA:

- AA III, 4: números 201, 235, 267, 271, 280, 282, 283, 287, 291, 292, 293, 296.
- AA III, 5: números 6, 8, 9, 13, 17, 18, 21, 22, 29, 36, 37, 39, 41, 46, 52, 53, 54, 59, 63, 65, 69, 90, 106, 123, 140, 185, 191, 199.
- AA III, 6: números 26, 38, 40, 45, 48, 49, 54, 56, 57, 66, 86, 136.

Estas cartas ocupan 388 páginas según la edición AA y fueron escritas entre enero de 1688 y el 1 de julio de 1695.

Entre la primera y la segunda etapa transcurren ocho años, un hiato que comienza en 1680 y que solamente se ve interrumpido por una carta de Leibniz en enero de 1688 (AA III, 4, 201: 368-371) a la que Huygens responde dos años después, el 8 de febrero de 1690 (AA III, 4, 235: 460-461). Probablemente, el motivo de esos años de silencio tuviera que ver con el hecho de que en 1681 Huygens volviese a su Holanda natal tras pasar varios años en París trabajando para la *Académie des sciences*. Huygens retomaría la correspondencia con su respuesta a Leibniz en febrero de 1690 (AA III, 4, 235: 460-461), momento en el que se iniciaría otro extenso intercambio de cartas que dura hasta la carta del 1 de julio de 1695 (AA II, 6, 136: 418-422) debido al fallecimiento de Huygens el 8 de julio de 1695.

En total, la correspondencia está compuesta por 71 cartas que abarcan 496 páginas según la edición AA III 1-6. Por último, a estas cartas hay que sumar 11 extractos presentes en AA II, 2, que están formados por partes seleccionadas de las 71 cartas editadas en AA III, 1-6 y que se incluyen en la serie II debido a su interés filosófico. Estos extractos corresponden con las cartas 24, 25, 33, 51, 52, 53, 55, 56, 58, 61, 63, 66 y 67.

- AA II, 2: cartas 87, 88, 102, 144, 156, 174, 201, 213, 240, 264, 268, 282, 287.

Ventajas y dificultades

El estilo de los documentos epistolares posee una característica que los diferencia de otros tipos de textos como ensayos o novelas: su inmediatez, es decir, una característica que refleja cómo las cartas son producidas de modo casi directo, instantáneo, sin pasar por más capas de censura que aquella que el deseo del autor produce en el mismo acto de escritura o en el paso del borrador a la carta definitiva. Es decir, al contrario que un ensayo, que normalmente es escrito, modificado y reescrito decenas de veces hasta conseguir el resultado que el autor desea, las cartas son producidas de un modo directo.

Esta instantaneidad que presentan las cartas conlleva, sin embargo, importantes desventajas: la falta de orden y claridad, junto con la carencia de una estructura clara y un final definitivo en el sentido de que las cuestiones nunca quedan cerradas del todo, sino aplazadas a la respuesta a recibir en la siguiente carta (la cual a veces se produce, y otras veces no). Por ello, hay discusiones que permanecerán sin un final, el cual hay que dilucidar siguiendo las obras individuales de cada uno.

Estas desventajas han contribuido a que todavía no se haya realizado un estudio sistemático de las cartas y a que, por tanto, la comprensión sobre la relación entre Leibniz y Huygens haya sido parcialmente investigada. A pesar de ello, hay que sacar harina de cada grano de trigo, y en este caso las desventajas pueden devenir en ventaja al comprender que la falta de claridad y estructura, e incluso de un final definitivo en las discusiones, refleja con precisión la realidad de dos brillantes pensadores que discuten durante años en una sincera relación de afecto y admiración científica y personal mutua, intentando aclarar algunas de las cuestiones más difíciles de su época, e incluso de la nuestra. En ello puede uno encontrar más valor que en los ensayos individuales elaborados con una perfecta lógica estructural, ya que la realidad del pensador es más caótica que ordenada y raras veces presenta un final claro.

De este modo, el lector que busque claridad y comprensión inmediata en la correspondencia no se encontrará más que con un ejercicio continuo a realizar durante su lectura debido a la continua inmediatez presente en la mayoría de las discusiones. Por todo ello, es necesario un desbrozo en cada carta, en cada párrafo, para comprender y presentar cada una de las discusiones tratadas por Leibniz y Huygens a lo largo de la correspondencia.

Una vez superada esta primera dificultad, se nos presenta otra ventaja, aparte de la instantaneidad de las cartas: esta inmediatez nos presenta una importante oportunidad para comprobar el desarrollo del pensamiento de Leibniz y Huygens, poco dados a la publicación de sus pensamientos en obras definitivas. Sus sistemas científicos y filosóficos no tienen una formulación oficial ni definitiva, como sí es el caso de otras figuras como Kant, con sus tres famosas críticas, o Descartes, con su *Discurso del Método* o sus *Meditaciones Metafísicas*. Al contrario: en las cartas encontramos la dinámica de creación de las ideas de Leibniz y Huygens y de sus posteriores reformulaciones a lo largo de un periodo de 23 años en los que tiene lugar este intercambio epistolar.

Contenidos de las cartas

Debido a la naturaleza que presentan las cartas, en cada una de ellas se llegan a presentar como mínimo entre tres y cuatro temas diferentes. En raras ocasiones se presenta solamente un asunto a discutir, como es el caso por ejemplo de la carta 69 (AA III, 6: n.66), en la que Leibniz pide a Huygens que ayude a un conocido suyo, que porta la carta, a desarrollar sus negocios en la corte holandesa. Lo habitual, sin embargo, es que las discusiones pasen, por ejemplo, de la importancia del cálculo al descubrimiento del fósforo, de la cuadratura de la hipérbola a la naturaleza de las partes de la materia. Debido a ello, es necesario realizar un desbrozo temático, de modo que podamos tener una perspectiva adecuada de los asuntos discutidos más allá del criterio cronológico.

Si bien esta tesis recoge los asuntos discutidos en la correspondencia Leibniz-Huygens, no todos ocupan el mismo espacio. La cantidad de espacio dedicada a cada uno de ellos se corresponde, primero, a la importancia tanto para el desarrollo filosófico y científico de Huygens y Leibniz; y segundo, a la cantidad de espacio que ellos mismos dedican en sus cartas. Por ejemplo, el cálculo tiene un papel primordial en la primera etapa, mientras que en la segunda etapa se encuentra en el trasfondo de las discusiones, centradas no en el cálculo en sí, sino en la demostración práctica de su utilidad. Debido a ello hay más espacio dedicado al cálculo que a la cuestión de, por ejemplo, la posibilidad de que los continentes asiático y americano estuviesen unidos por algún pasaje de tierra, ya que, aunque de una importancia innegable para las aspiraciones políticas y diplomáticas de Leibniz, este asunto aparece tan sólo una vez y muy brevemente en las discusiones.

Del mismo modo ocurre con las personas nombradas en las cartas. Hay figuras, como las de Descartes, que ocupan un lugar importante en las discusiones. Por ello, y más allá de dedicarles un lugar en el apartado cronológico, en donde es imprescindible tenerlos en cuenta debido a las cuestiones tratadas, es necesario también valorar su presencia en el conjunto de la correspondencia, como si fuese a vista de pájaro, de modo que podamos evaluar su presencia en las discusiones.

Por otro lado, para el estudio y distinción de los asuntos tratados en la correspondencia es necesario estar siempre enfocado a las cartas, pero también apuntar continuamente al trabajo individual tanto de Leibniz como de Huygens fuera de la correspondencia. Este estudio perimétrico es indisociable del estudio de las cartas, puesto que marca el camino a seguir para valorar apropiadamente la importancia de los asuntos tratados. Es, por tanto, necesario trabajar la correspondencia en conjunto con el contexto científico y personal en el que las cartas se encuadran.

Teniendo en cuenta todos estos criterios, hemos señalado los siguientes temas principales tratados en la correspondencia dividida en etapas:

La primera etapa, comprendida entre 1672 y 1690 y compuesta por 18 cartas, presenta los siguientes temas principales:

1. Una discusión sobre el cálculo infinitesimal leibniziano, que dará pie a futuras discusiones presentes en la segunda etapa de la correspondencia.

2. La presentación por parte de Leibniz a su maestro del *analysis situs*.

3. La discusión sobre el descubrimiento del fósforo y su relación con la *Académie des sciences*.

Aunque los asuntos secundarios discutidos en la primera son de menor cantidad con respecto a los presentes en la segunda (sin duda debido a que el volumen de cartas en la segunda etapa es mayor, y a que en parte de la primera etapa Leibniz y Huygens tenían la posibilidad de discutir en persona), éstos incluyen, discusiones sobre el fenómeno de la refracción de la luz o sobre la cuadratura aritmética, las cuales están incluidas en en apartado del cálculo infinitesimal.

Si atendemos a autores individuales referenciados en la primera etapa, cabe señalar que Descartes es la figura más ampliamente representada, aunque también destacan Tschirnhaus o Wallis.

La segunda etapa es más extensa en volumen de cartas. Compuesta por 53 cartas escritas entre 1688 y 1695, contiene como temas principales:

1. Discusiones sobre dinámica y mecánica.

2. Una discusión las series para la cuadratura aritmética basada en el cálculo infinitesimal de Leibniz, que dará pie a la controversia sobre el problema de la catenaria.

3. Una discusión sobre el *methodus tangentium inversa* o método inverso de tangentes de Leibniz en relación a Nicolás Fatio de Duillier.

Los temas secundarios tratados en esta etapa abarcan desde la teoría del éter hasta el método de infinitesimales o fluxiones de Newton. De este modo, Newton es el autor mayormente presente en esta segunda etapa junto con, de nuevo, Descartes.

Todo ello justifica el hecho de realizar una separación cronológica de las cartas y también analizar temáticamente las discusiones, así como los autores mayormente presentes en éstas. De ese modo se facilita el análisis y la investigación de cartas en las que se pueden encontrar todos los temas predominantes de la etapa en la que se encuentra, junto con varios comentarios secundarios y referencias a figuras del ámbito académico del momento.

Estructura y orden de las cartas individuales

En la edición AA se incluyen las cartas escritas por Leibniz y Huygens incluyendo diferentes variaciones significativas de las copias de las cartas que Leibniz realizaba de las originales que enviaba a Huygens, así como los apéndices que ambos adjuntaban a sus cartas (como por ejemplo, artículos que apoyaban las tesis defendidas en las cartas, tal y como es el adjunto a la carta 12, que incluye el artículo sobre el *analysis situs*). Hay variaciones no significativas que no han sido incluidas en AA. Podemos comprobar algunas de estas diferencias en la primera edición de las cartas en Huygens (1833), donde se utilizan varios borradores de Huygens (como por ejemplo los pertenecientes a las cartas 20 y 22) que apenas difieren de la versión enviada a Leibniz.

En total, las cartas de Leibniz pertenecientes a la primera etapa son 12 (a lo que hay que sumar 2 artículos adjuntos), mientras que Huygens ofrece 6 cartas en la misma etapa.

La segunda etapa consta con 30 cartas escritas por Leibniz, mientras que Huygens escribe 23 cartas.

Si contamos las dos etapas en total, Leibniz cuenta con 42 cartas, mientras que Huygens presenta 29 cartas , lo que nos da un total de 71 cartas, con una extensión de 465 páginas en la edición AA. Todo ello sin incluir los apéndices que en muchos casos son adjuntados a las cartas.

Señalamos también los extractos en AA II debido al interés filosófico que estos extractos poseen. La serie II de AA está dedicada en su totalidad a los escritos filosóficos de Leibniz. Aunque el interés filosófico de estos extractos es evidente, creemos que la separación del resto de la correspondencia no es acertado, ya que esta separación da a entender que el resto de la correspondencia no tiene interés filosófico, lo cual está muy alejado de la realidad, tal y como mostramos en los diferentes capítulos dedicados a temas no presentes en los extractos seleccionados para su publicación en AA II. Esas discusiones que no se encuentran en AA II y que en principio pueden parecer discusiones puramente geométricas o matemáticas, poseen unos fundamentos y trasfondo de un marcado carácter filosófico, tal y como iremos desgranando en los capítulos posteriores.

Los lugares donde se encuentran editados estas cartas, así como el número de cartas pertenecientes a la correspondencia escritas tanto por Leibniz como por Huygens y separadas por etapas se encuentra especificado en el cuadro de la siguiente página.

2.1.2. Contexto filosófico-científico de la correspondencia

En el filo de lo público y lo privado

Los intercambios epistolares de contenido académico entre intelectuales eran habituales en el siglo XVII. Lo que en principio podría considerarse como un intercambio de cartas estrictamente personal e informativo entre conocidos empieza a desligarse del carácter íntimo de las epístolas y toma un marcado matiz académico entre filósofos, científicos y otras personalidades (Gordon & Daybell, 2012: 3).

Este cambio de audiencia, habitual de esta época, no es la primera vez que ocurría, ya que existía un importante precedente: gran parte del Nuevo Testamento está formado por epístolas, y los científicos de la modernidad

Las cartas en AA según su etapa

	1ª Etapa	2ª Etapa	Total
Cartas de Leibniz	(AA III 1) 1, 29, 39, 44, 57, 61 y 83. (AA III 2) 346, 347 (adjunt.), 351, 361 y 364. (AA III 3) 22 y 23 (adjunt.)	(AA III 4) 201, 267, 282, 283, 287, 292 y 293. (AA III 5) 6, 9, 17, 22, 29, 39, 41, 53, 54, 63, 69, 106, 140 y 199. (AA III 6) 26, 27, 45, 48, 49, 56, 57, 66 y 136.	44 cartas
Cartas de Huygens	(AA III 1) 40, 62, 64 y 86. (AA III 2) 359. (AA III 3) 4.	(AA III 4) 235, 271, 280, 291 y 296. (AA III 5) 8, 13, 18, 21, 36, 37, 46, 52, 59, 65, 90, 123, 185 y 191. (AA III 6) 38, 40, 54 y 86.	29 cartas
Extract. de cartas de Leibniz en AA II 2		87 (coincide con AA III 4, N.282), 88 (c.c. AA III 4, N.283), 102 (c.c. AA III 5, N.9), 144 (c.c. AA III 5, N.69) 174 (c.c. AA III 5, N.106), 201 (c.c. AA III 5, N.123), 240 (c.c. AA III 5, N.191), 268 (c.c. AA III 6, N.45) y 287 (c.c. AA III 6, N.56)	9 extract.
Extract. de cartas de Huygens en AA II 2		156 (coincide con AA III 5, N.90), 213, (c.c. AA III 5, N.140), 264 (c.c. AA III 6, N.38) y 282 (c.c. AA III 6, N.54).	4 extract.
Total	**18 cartas** (12 de Leibniz, 6 de Huygens) + 2 adjuntos de Leibniz	**53 cartas** (30 de Leibniz, 23 de Huygens) + 13 extractos (9 de Leibniz, 5 de Huygens)	**71 cartas** + 2 adjunt. + 13 extracts.

eran grandes conocedores de las Escrituras. Estas epístolas, escritas mayormente por Pablo de Tarso, estaban destinadas a iglesias o personas concretas, aunque el destinatario último era el cuerpo de la iglesia, entendiendo por éste el conjunto de creyentes de un lugar concreto, aunque a mayor escala, también a todo creyente en general: de este modo piensa la ortodoxia cristiana hoy día incluso en sus diferentes tradiciones, y de este modo pensaba también en el siglo XVII. Es decir, que por ejemplo, la carta a Timoteo o a Tito escrita por Pablo de Tarso tenía un destinatario principal, que es su interlocutor; pero el destinatario último llega a ser todo creyente. En el caso de las epístolas a los Romanos o a los Hebreos, ocurre lo mismo: los destinatarios son grupo concretos de personas (los cristianos en Roma o los judíos conversos respectivamente), pero finalmente el destinatario colateral es todo creyente, ya sea de la época en la que fue escrita o de ahora.

Sabiendo que la mayoría de filósofos y científicos de la modernidad eran fervientes creyentes, es claro que contaban con una importante formación bíblica y en tradición eclesiástica, ya sea ortodoxa o heterodoxa. Por ello, las epístolas neotestamentarias ofrecen un marco cultural de actuación y aplicación que moldea las correspondencias modernas y que permite que el destinatario no fuese solamente el destinatario principal sino también el marco adjunto: los destinatarios colaterales, que serían aquellos que consiguen tener acceso a las cartas y que beben de ellas para el cultivo de las ciencias, o para el simple cultivo de su curiosidad.

Esto da forma a una de las características principales de las correspondencias modernas: su lugar en el filo de lo privado y de lo público. Ciertamente, no podemos saber cómo habría cambiado el contenido de las cartas de ser absolutamente privadas, como sí pretenden ser hoy los intercambios epistolares. Lo que sí sabemos es que hay casos de correspondentes que no muestran ningún atisbo de timidez al afirmar cuestiones polémicas en sus cartas. Ese es el ejemplo de Bernoulli, quien en carta confirmaba a Leibniz su apoyo en la polémica del cálculo infinitesimal, pero que públicamente se mostraba del lado británico en esta espinosa cuestión[1]. ¿Acaso no era consciente del carácter público de estas cartas? ¿Quizá confiaba en que la correspondencia con Leibniz no fuese leída por terceros? ¿O simplemente pecó de doblez? Muchas de estas preguntas pueden quedar en conjeturas y suposiciones, pero si hay algo claro en este asunto, es que las cartas ofrecían

[1]Tal y como se muestra en la *Charta volans*, escrita por Leibniz para defenderse de las acusaciones de plagio por parte de Newton y sus seguidores (Leibniz & Newton, 2006: 154-155)

y guardaban poca privacidad hasta tal punto que la inviolabilidad de éstas era casi inexistente (Cabot, 1999: 11).

Los intercambios epistolares en el siglo XVII

Estos dos puntos que hemos señalado con respecto a las correspondencias en el siglo XVII, que se tornan hacia la vida académica y científica y que pierden su carácter íntimo y personal, se ve reflejado en el caso de las cartas de René Descartes. Por un lado, en la época en la que tiene lugar la correspondencia entre Leibniz y Huygens, ya existen tres volúmenes publicados entre 1657 y 1667 dedicados a las correspondencias de Descartes[2], cuyos interlocutores contaban con Marin Mersenne, la Princesa Elisabeth, Fermat, el mismo Christiaan Huygens o su padre Constantijn Huygens. Además estos volúmenes son ampliamente conocidos y estudiados tras su publicación, y muestra de ello es precisamente las cartas que se intercambian Leibniz y Huygens en las que en varias ocasiones señalan algunas cartas de Descartes haciendo referencia por volumen y número de carta a esta edición (tal y como hacen en las cartas 12 y 15).

Estas correspondencias poseen un estilo literario diferente al de las obras y al de las cartas estrictamente personales y privadas, presentando una mezcla de ambos estilos en la que los interlocutores son personificados y en la que existe una réplica directa en lugar del monólogo ensayista de las obras comunes. Se podría decir que las correspondencias están más cercanas a los textos escritos en forma de diálogo, pero con la frescura y espontaneidad de no conocer ni decidir qué es lo que tu interlocutor responderá a las cuestiones que el autor principal propone, en contraste con los diálogos clásicos, en los que el autor guía la discusión de modo que las conclusiones reflejen la tesis del interlocutor principal (que defiende la tesis del autor) y den sentido a la obra, algo que Leibniz también pone en práctica en obras como el *Phoranomus* o los *Nuevos ensayos sobre el entendimiento humano*. Las discusiones presentes en las correspondencias son, en muchos casos, como barcas que se mueven sin ayuda de ninguna vela, solamente con el impredecible movimiento que ofrece la creatividad intelectual de los interlocutores.

Como vemos, por tanto, estos intercambios de cartas no son meros intercambios de ideas: también reflejan una época, un quehacer científico, una

[2]Correspondencias completas disponibles hoy en su traducción al italiano en (Descartes, 2005) y selecciones en castellano, como la correspondencia con Isabel de Bohemia (Descartes, 1999).

praxis filosófica (la del diálogo público) en estado puro. El vaivén de preguntas y respuestas, de cuestiones analizadas y criticadas, es testigo fiel de la capacidad crítica y científica de sus interlocutores. En este sentido se ponen a prueba las tesis más valientes y se proponen hipótesis que por falta de atrevimiento no siempre se encuentran afirmadas en sus obras oficiales (es decir, publicadas y conocidas en su época). Se puede decir, por tanto, que las correspondencias en esta época son una prueba a superar para las ideas filosóficas y científicas. De salir aireado podría mostrarse la eficacia del sistema propuesto o quedar en evidencia ante la falta de comprensión o desarrollo de alguna tesis.

El intercambio entre Leibniz y Huygens

En el caso de Leibniz y Huygens, nos encontraremos con todo lo señalado en los parágrafos anteriores. Especialmente, la excepcional práctica dialogante de Leibniz es puesta en marcha en sus correspondencias, siendo la que mantiene con Huygens una especial por varios motivos: por la relación que le une a Huygens, quien fue su maestro en matemáticas; por la importancia de los descubrimientos que Leibniz muestra a Huygens y que nos lleva a conocer el contexto de estos descubrimientos; por las derivas especulativas que muestran a un Huygens desconocido en sus obras científicas; y porque la correspondencia es testigo de cómo se desarrolla esta praxis científico-filosófica a finales del siglo XVII justo en el momento en el que se comienza a efectuar de un modo claro la separación entre filosofía y ciencia.

Tampoco debemos dejar de lado el hecho de que las críticas a las que son sometidos los interlocutores no carecen de importancia ni podrán ser acusadas de levedad. En varias ocasiones, por ejemplo, Huygens afirma que no comprende cuál es la finalidad que busca Leibniz con la creación del cálculo infinitesimal y le acusa de tener ideas que simplemente no podrán alcanzarse mediante el cálculo. Lejos de tratarse de respuestas superficiales, Huygens es aquí el representante de una cosmovisión a caballo entre el renacimiento y la ciencia ilustrada, entre el mundo de la mecánica antigua, la cual aún tiene relevancia con respecto a la explicación de ciertos fenómenos como los de la luz (pues su mecánica ondulatoria en dióptrica será retomada cientos de años después), pero que a su vez es testigo del avance imparable de los nuevos métodos físico-matemáticos.

Por todo ello, los intercambios de cartas durante la modernidad son excepcionales testigos del quehacer científico y filosófico de la época, y a su vez son duras pruebas sometidas a las tesis mantenidas por sus interlocutores, lo cual le añade un valor añadido a las cartas, puesto que, por citar un caso análogo, no sería difícil imaginar el enorme valor que tendría el poseer una correspondencia académica entre Platón y Aristóteles. Desgraciadamente no contamos con esa correspondencia, pero con este ejemplo se refleja el valor que puede tener un intercambio epistolar entre dos de las más importantes figuras de la historia de la ciencia y la filosofía. En este caso, por tanto, hemos realizado un estudio sistemático de un intercambio de cartas que está a la altura de estos dos titanes de la filosofía griega, cuyo valor científico es excepcional y cuya importancia y capacidad de determinar los sistemas defendidos por cada uno de los interlocutores no siempre ha sabido valorarse.

Las cartas y la comunidad científica

Las cartas son, por otro lado, la otra cara de los intercambios científicos en el siglo XVII. En estos años empieza a generarse una muy activa comunidad científica que emerge principalmente de las academias de las ciencias, en contraposición a las universidades, que en esa época se encontraban enclaustradas en los sistemas antiguos. Un caso que ejemplifica este hecho es que en aquellos años, Aristóteles era todavía enseñado en las universidades como la filosofía (y por tanto ciencia) verdadera, a pesar de los avances de Copérnico, Galileo y Kepler en materia cosmológica (ver Grant 2007: 274 y ss.). En contraposición, encontramos una señal del poder científico que las academias de las ciencias comenzaban a tener a finales del siglo XVII en las diferentes polémicas que albergaban entre sus miembros (ver Mancosu 1996: 165-177), y en que los resultados de dichas discusiones marcaban el proceder científico, matemático y filosófico.

El progreso en las diferentes disciplinas, por tanto, principalmente ya no se daban en las universidades sino en las academias de las ciencias. Eran en estos lugares donde los hombres de las ciencias podían presentar y poner a prueba sus hipótesis e invenciones, tal y como es el caso, por ejemplo, de la presentación de la máquina calculadora de Leibniz en la *Royal Society*.

Pero no siempre era posible que los científicos estuviesen en el mismo lugar para atender las reuniones de las distintas academias de las ciencias: los viajes en el siglo XVII estaban reservados a unos pocos privilegiados. Teniendo en cuenta que en aquella época lo habitual era viajar en carro de caballos o en barco, podemos comprender que los viajes eran caros y debían gestionarse con una planificación detallada y justificada. En el caso de

Leibniz, por ejemplo, todos sus viajes poseían una justificación laboral o diplomática: la de asistir al Rey de Francia en el caso de su famoso viaje a París entre 1672 y 1676, o la de terminar de redactar la historia de la casa de Brunswick en el caso de su viaje por los estados italianos y Austria entre 1687 y 1690. Todo ello muestra que los viajes académicos estaban reservados para unas pocas personalidades del ámbito científico y que el investigador medio no podía permitirse viajes al nivel de nuestra época actual. Además, la dificultad que ocasionaban estos viajes está reflejada no solamente en la baja cantidad de viajes efectuados por autores como Leibniz o Descartes en comparación con cualquier investigador actual, sino también en la duración de estos viajes, que a menudo ocupaban varios años.

Otro aspecto a tener en cuenta es que tampoco existían los congresos internacionales tal y como los conocemos hoy, por lo que a la dificultad de viajar por el viejo continente debemos añadir que las reuniones de intelectuales de una misma disciplina y con la finalidad de estudiar una serie concretos de problemas eran más que escasos, y siempre se relegaban a las academias científicas, por lo que todo el intercambio científico relevante vuelve a enfocarse en estas academias.

Es en el siglo XVII, de hecho, cuando aparecen cuatro Academias de las Ciencias que serán claves para entender la obra de Leibniz y otros muchos de los asuntos tratados en la correspondencia con Huygens: la *Académie des sciences* de París, la *Societas Regia Scientiarum*[3] (actualmente llamada *Academia de las Ciencias de Berlín-Brandeburgo*), la *Academia Scientiarum Imperialis Petropolitanae* o academia de las ciencias de San Petersburgo, y por último la *Royal Society*.

Cabe recordar el papel de nuestros protagonistas en estas academias. La Academia de las Ciencias de París o *Académie royal des sciences* fue fundada en 1666 por Jean-Baptiste Colbert bajo el reinado de Louis XIV con la idea de fomentar el espíritu científico francés, y contaba con Christiaan Huygens como miembro fundador junto a otras figuras como el mismo Colbert y Leibniz, quien durante el desarrollo de su estancia en París quiso optar a un puesto con retribución económica en la Academia, puesto que le fue denegado debido a que se consideró que ya había demasiados extranjeros miembros (aunque más adelante consiguió un puesto sin salario como miembro extranjero), por lo cual tuvo que volver a Hannover. Allí sería,

[3]Más adelante conocida por su nombre francés, *Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Prusse* (1744-1800) y por su nombre en alemán, *Kurfürstlich Brandenburgische Societät der Wissenschaften* (1810-1918).

sin embargo, donde Leibniz presentaría por primera vez su máquina aritmética en 1673, una máquina calculadora que mejoraba cualitativamente la anterior máquina creada por Pascal.

Por otro lado, la *Academia de las Ciencias de Berlín-Brandeburgo* fue fundada en 1700 bajo el príncipe elector Federico III de Brandeburgo y con Leibniz como presidente. Su finalidad era la misma que la *Académie des sciences*, aunque su financiación era autónoma con respecto al estado. Para poder financiarse, Leibniz propuso vender calendarios en Branderburgo y el príncipe elector le concedió el monopolio de calendarios en la zona, así como el del cultivo de morera.

También hay que tener en cuenta a la *Royal Society*, fundada en 1660 en Londres, que sería testigo del agrio debate sobre la primacía del invento del cálculo infinitesimal por Leibniz y Newton. Leibniz fue aceptado como miembro tras mostrar en la década de 1670 su máquina aritmética en Londres y proponer ciertas mejoras.

Podría pensarse, por tanto, que a pesar de la dificultad de realizar viajes por Europa para reunirse con sus colegas, los científicos podrían publicar sus hallazgos en las revistas más relevantes del momento, pero esto tampoco parecía una opción clara. Las revistas académicas, en donde hoy estamos tan acostumbrados a leer discusiones entre distintos investigadores, tan sólo estaban comenzando a proliferar en la segunda mitad del siglo XVII (Grant, 2007: 290). El *Journal des sçavans* y las *Acta Eruditorum* de Leipzig son dos buenos ejemplos de ello.

El *Journal des sçavans* es considerado como la primera revista académica europea (Parkes, 1882: 36-37). Fue editada (aunque sólo en sus primeros tres números) por Denis de Sallo, un consejero eclesiástico del parlamento de París, y su primer número data del 5 de enero de 1665, formado solamente por doce páginas que comienzan con una nota del editor, la cual señala que la intención es la de dar a conocer las novedades que ocurren *dans la Republique des lettres*. Para ello, la nota al lector señala la finalidad del *Journal*: presentar una serie de reseñas de los libros que se publican en Europa, anunciar el fallecimiento de personas célebres del mundo de las letras, dar a conocer experiencias físicas y químicas para explicar los efectos de la naturaleza y, por último, dar también a conocer las decisiones de los tribunales tanto seculares como eclesiásticos. En definitiva, como dice la nota, «que no se pase nada en Europa digno de la curiosidad de las gentes de letras» (JS 1, 1665, 1). El *Journal des Sçavans* todavía hoy sigue publicando artículos de interés.

Por su parte, las *Acta Eruditorum* fueron creadas en Leipzig por Otto

Mencke y el mismo Leibniz en 1682. Esta revista se convertiría en un auténtico foro académico y sería testigo de muchos de los artículos que posteriormente son tratados en la correspondencia por Leibniz y Huygens. Y, por último, otros ejemplos de revistas académicas incipientes son el *Giornale de letterati di Modena* o la *Transactions of the Royal Society*.

Hay que decir que, por tanto, la comunicación directa entre académicos era mucho más compleja y complicada que hoy en día. Por ello, la mayoría de las discusiones entre figuras intelectuales tenían lugar en las correspondencias por la conjunción de todos los factores que hemos señalado: la dificultad y el elevado precio de los viajes entre países, la inexistencia de reuniones internacionales aparte de las academias de las ciencias y la todavía incipiente proliferación de las revistas académicas.

Por último, sin embargo, no debemos olvidar otros factores de menor impacto que también deben tenerse en consideración:

1. Que la imprenta facilitó la adquisición de volúmenes y por lo tanto el ambiente se había transformado en uno que promovía la discusión más que en generaciones anteriores, donde solamente unos pocos privilegiados podían acceder a las obras de Aristóteles, Platón o Euclides entre los muros de la universidad, o entre personas pertenecientes al estamento clerical. En este sentido, en la modernidad hay una fractura intelectual y las obras clásicas llegan a un abanico mucho más amplio de personas. Por lo tanto, las discusiones surgen de un modo natural ocasionadas por la facilidad por la que los lectores llegan a sus obras.

2. Una de las principales características de la modernidad es la capacidad crítica que surge en la mentalidad de los pensadores. El mayor exponente de esta capacidad crítica es Descartes, quien con la creación de su *Método* intenta romper con toda forma anterior de hacer filosofía, y cuya actitud crítica culminará a finales del siglo XVIII con las tres críticas kantianas. Ello fomentaría las discusiones filosóficas y la independencia de pensamiento.

3. Y, por último, destacar que el cisma cristiano, es decir, la separación entre católicos y protestantes, conllevó también la proliferación del pensamiento crítico en ambos bandos, actitud que acabó permeando la sociedad científica del momento.

Origen de la comunicación

La correspondencia entre ambos autores surge de un punto muy concreto: el deseo por parte de Leibniz de que Huygens comenzase a ser su profesor de matemáticas en París en 1672. Leibniz había viajado a la capital francesa en 1672 y se mantuvo allí hasta 1676, momento en el que tuvo que volver a Hannover.

Pero Leibniz no llegaba a París siendo precisamente cualquier estudiante. Ya había dado muestra de su capacidad intelectual con obras como la *Hypothesis Physica Nova* o su *Theoria Motus Abstracti*. Sin embargo, en matemáticas no era más que un estudiante que apenas había entendido a Hobbes y comprendido a autores como Fermat.

Henry Oldenburg fue el primero en hablarle a Huygens de Leibniz, ya que le habló de él en una carta con fecha de 18 de Noviembre de 1670, unos dos años antes de que Leibniz fuese a París, preguntándole:

> No sé, Señor, si conoce a un cierto Doctor Leibniz en Maguncia, que es consejero del Elector, pero que junto con esto mezcla mucho la filosofía, principalmente las especulaciones de la naturaleza y de las propiedades del movimiento. Pretende haber encontrado los principios mismos de las reglas del movimiento, que los demás, según él, solamente han dado simplemente, sin demostraciones *a priori* (Oldenburg en OC 7:47).

Huygens, sin embargo, no llegó a contestar a la carta. Otra comunicación de Oldenburg con fecha de 28 de Marzo de 1671 revelaba a Huygens la autoría de la *Hypothesis Physica Nova* de Leibniz (OC 7: 56), carta de la que parece que tampoco obtuvo respuesta.

Por otro lado, de su primer contacto en persona sabemos poco, solamente que fue en otoño de 1672 cuando Leibniz visitó a Huygens, y que Leibniz le dijo que sabía algo de matemáticas pero que desconocía los puntos más finos y le preguntó si le enseñaría. Huygens aceptó y le cedió una copia de su *Horologium Oscillatorium* para que lo estudiase a fondo. Parece ser que tras este encuentro no volvieron a estar en contacto hasta el 30 de diciembre de 1673, cuando Huygens le prestó una copia de su de *Circuli Magnitudine Inventa*. Fue a principios de 1674 cuando Leibniz comenzó a estudiar matemáticas con él durante todo el año. El estudio con Huygens ayudaría a Leibniz a deshacerse de especulaciones de dudosa aplicabilidad y a centrarse en la búsqueda de las explicaciones racionales más seguras, para lo cual se valdría de las matemáticas.

Pero para valorar apropiadamente el valor del encuentro científico entre Leibniz y Huygens tanto en París como en su posterior correspondencia, debemos hablar del contexto personal y académico que rodeaba a ambas figuras.

El joven Huygens

Christiaan Huygens, nacido el 14 de abril de 1629 en La Haya y fallecido en la misma ciudad el 8 de julio de 1695, fue una persona dedicada en cuerpo y alma al campo de las ciencias. Era costumbre que estas figuras dedicadas al saber, en el renacimiento y en la modernidad, no se casasen. Quizá es una herencia del modelo del que provenían tanto la ciencia como los científicos, que tuvo un fundamento claro en los religiosos de la era medieval. Filósofos y científicos como Descartes, el mismo Leibniz o Kant, entre otros muchos, comparten esta tendencia con Huygens, quien fue soltero toda su vida, hasta tal punto que en una carta a su hermano Lodewijk le dijo «cherir la libertè sur toute chose» y también que en París vivía como un monje protestante (OC 22: 386), es decir, dedicado a su laboratorio, a sus experimentos y también a sus correspondencias.

La familia de Huygens era holandesa y había vivido siempre en La Haya. Aunque la familia no era una familia de nobles, el padre, Constantijn provenía de una familia cosmopolita y bien conectada con las clases altas de la época. Christiaen Huygens, abuelo de Christiaan había nacido en 1551 en la ciudad de Terheyden, cerca de Breda, y se casó con Susanna Hoefnagel en 1592, cuya familia se había convertido al protestantismo y era conocida en el lugar. Las conexiones de la familia de su esposa funcionaron, pues Christiaen, tras estudiar derecho, acabó como secretario de Guillermo de Orange.

De la familia inmediata de Huygens tenemos un retrato familiar pintado por Adriaen Hanneman en 1640. El cuadro se encuentra expuesto en el Museo Mauritshuis, en La Haya. Presumiblemente Christiaan Huygens está arriba a la derecha, y su hermano Constantijn (1628-1697) arriba a la izquierda, junto con sus hermanos Lodewijk (abajo izquierda 1631-1699) y Philips (abajo derecha 1633-1699). Por último encontramos a la hermana pequeña Suzanna (arriba, 1637-1725).

En este cuadro hay un hecho notable, y es la no aparición de la madre de Huygens, Suzanna van Baerle (1599-1637), ya que había fallecido tres años antes de la creación de esta pintura, tan sólo unas semanas después del nacimiento de la hija menor. Por ello, aunque los hermanos están colocados

FIGURA 1: Retrato de la familia Huygens (Christiaan arriba a la derecha)

de mayor a menos siguiendo el orden de arriba a la izquierda hacia abajo a la derecha, la hermana menor Suzanne ocupa el lugar privilegiado que tiene, con el detalle de que además comparte nombre con la madre.

La madre de Huygens, a las dos semanas de dar a luz a su hermana pequeña Suzanna, comenzó a tener dolores de cabeza, así como dolores de cuello y en la parte derecha del cuerpo. No era algo nuevo el sentirse enferma para ella, pues meses atrás no había almuerzo o cena que pasase sin que vomitase la comida, por lo que su estado de salud ya era delicado. Tras los dolores, apareció una dura fiebre, que a finales de abril se tradujo en temblores y sudor hasta casi llegar a la deshidratación, falleciendo finalmente el 10 de mayo de 1637 (ver Andriesse 2005: 48 y ss.).

Christiaan fue el único de los hermanos en ver a la madre antes de fallecer, y también fue al que más afectó su fallecimiento. El padre afirmaba que en Christiaan veía la pura imagen del carácter amable de su madre y sus más sinceras virtudes. En aquella época Huygens tan sólo contaba con 8 años. Y es precisamente en estos momentos en los que comienza a dedicarse al estudio vorazmente, seguramente como reacción para luchar contra la tristeza y la depresión, un mal que le acompañaría toda la vida.

En esta época Christiaan quiso aprender aritmética, la cual le enseñó su padre. Constantijn, el hermano de Christiaan, también quiso unirse a este estudio. Christiaan parecía tener una facilidad pasmosa para entender las matemáticas, hasta tal punto que tras un año de estudio, Christiaan estaba enseñando a su hermano mayor Constantijn, en lugar de que fuese al contrario.

Por otro lado, la familia contaba con un amigo muy especial: René Descartes, quien en la época en la que estuvo en Holanda fue muy cercano de Constantijn, padre de Christiaan. Descartes acababa de escribir el *Le Monde* y no se atrevía a publicarlo. Y de hecho Descartes buscaba en Constantijn un protector debido a su cercanía con la corte holandesa. Por ello, Descartes visitó a Constantjin en varias ocasiones en la casa de la familia Huygens, y probablemente tuvo un encuentro con Christiaan en primavera de 1633, aunque con Christiaan siendo tan sólo un niño[4]. ¿Es posible que la impresión que una figura de la talla de Descartes marcase intelectualmente al pequeño futuro genio para el resto de su vida? Algo hay de verdad en ello, pues cabría tener en consideración el impacto que alguien como Descartes debe tener en un niño curioso.

Por su parte, el padre de Huygens conocía y tenía buena relación con Mersenne, a quien Andriesse denomina como una *fuerza conductora* de las publicaciones de Descartes entre 1632 y 1637, así como de los textos póstumos de Galileo de entre 1634 y 1639 (Andriesse, 2005: 57). Gracias a esta amistad con Mersenne, el padre de Huygens fue adquiriendo poco a poco una gran biblioteca personal, algo nada habitual en el momento. Para cuando Constantijn fallece, esta biblioteca tenía 2868 ítems, entre los que destacaban más de trescientos dedicados a matemáticas y física, y entre los que sin duda se encontraban los textos más avanzados de la nueva ciencia moderna. Esto supuso para el joven Christiaan un fantástico alimento para su hambre intelectual.

[4]Así lo da a entender Andriesse 2005: 38, aunque lo dudan los editores de OC en 22: 408-409.

Entre las lecturas de Huygens no se encontraban sin embargo solamente nuevos científicos, sino también grandes clásicos:

> Primeramente, Christiaan leyó los escritores que eran más sencillos, Cicerón y Julio César. Quizá fue encomendado por Mirkinius [Abraham Mirkinius, profesor particular de Huygens en ese momento] para que comenzase a interpretar, pero en cualquier caso Henrick Bruno tomó el relevo en noviembre de 1638. In 1639 leyó a Virgilio (*Geórgicas*, ¡tres veces!), Ovidio (*Tristia*), y a Justino (*Epítome de las «historias filípicas» de Pompeyo Trogo,*). En 1640, Curcio, Gesio Floro, Julio César de nuevo [...], luego Séneca (*Troades*) y Virgilio (*Eneida*). Tuvo que aprender una escena del *Troades* y la primera mitad del libro cuarto de la *Eneida* de memoria. En 1641 y en el comienzo de 1642, leyó a Silio Itálico, Ovidio (*Metamorfosis*), Livio y Horacio. En septiembre y octubre de 1642, Salustio. Y, finalmente, en la primera mitad de 1643, Plauto y Suetonio (Andriesse, 2005: 58).

Y precisamente en 1643, el joven Huygens comienza a construir, además, pequeñas máquinas, hecho premonitor de sus privilegiadas habilidades en ingeniería.

Estudios e influencias de Huygens

Con tan solo quince años, Huygens ingresó en la Universidad de Leiden, en Holanda. Su padre deseaba que Huygens siguiese la tradición familiar de dedicarse al servicio del gobierno, por lo que deseaba que Huygens estudiase derecho. Huygens, sin embargo, decidió dejarse llevar por las ciencias y el estudio de los fenómenos naturales.

En 1644, el padre de Huygens contrató a un tutor específico para Christiaan llamado Jan Stampioen, quien nada más llegar a la casa de la familia Huygens hizo una lista de los libros que quería que Huygens estudiase. Y entre ellos vemos textos que serían fundamentales para el desarrollo de su futuro sistema científico y filosófico, como por ejemplo: *Astronomiae instauratae progymnata* de Tycho Brahe, el *Discurso del método* junto con los ensayos *Dióptrica*, *Météores* y *Geometría*, *Mathematici dioptrice* de Kepler, *De revolutionibus orbium coelestium* de Copérnico, *Coelestium motuum* de Ptolomeo y la *Perspectiva* de Samuel Marlois entre otros (OC 1: 5-10).

Tuvo también de profesor a Frans van Schooten hijo, un cartesiano y librepensador, que fue uno de sus maestros más influyentes junto con Mersenne. Con él, Huygens comenzó a adentrarse en asuntos de mecánica, aun siendo tan joven, y estudia el funcionamiento de la palanca (*Mechanica elementa*), el fenómeno de la caída libre (*De motu naturaliter accelerato*) y la curva catenaria (*De catena pendente*), ejercicios realizados con Van Schooten que, por otro lado, preceden las primeras discusiones científicas de Huygens, que tienen lugar con Mersenne.

El caso de la catenaria, curva a la que se refería como «cadena colgante» y a la que en las cartas con Leibniz dará nombre definitivo (ver capítulo 2.3.2. de esta tesis), es especial dentro de la vida científica del joven Huygens. Galileo había afirmado que la cadena colgante tomaba la forma de la parábola. De hecho, era aceptado que la opinión de Galileo era correcta, debido a que la forma de la parábola y la forma de la catenaria son muy parecidas. El hecho de que Huygens con tan sólo 17 años fuese capaz de poner en claro un error de Galileo habla de la incipiente capacidad que poseía el joven científico. A la consideración del error de Galileo llegó Huygens mediante tres pasos. El primero, representando la catenaria como una sucesión de bolas pesadas con peso idéntico unidas con cuerdas de la misma longitud; segundo, presentando en conjunto la fuerza descendente (es decir, la fuerza que hace que la cadena cuelgue) presente en dos de las bolas en un paralelograma de las fuerzas de las bolas separadas; y tercero, enunciando que el punto de gravedad en equilibrio se encuentra en la parte más baja posible. La descripción de la catenaria escrita por el joven Huygens a Mersenne se encuentra reproducida parcialmente en OC 1: 34-44 (cartas número 20, 21 y 22, de las cuales las dos primeras se encuentran incompletas).

Avances científicos de Huygens

Los avances que Huygens presenta a lo largo de su vida son varios. El primer texto que publica es el *Theoremata de quadratura* (1651), un texto que surge precisamente de sus discusiones con Mersenne (OC 22: 438-439), y que trata sobre las curvas y sus centros de gravedad.

Pero quizá es una tarea que comparte con su hermano Constantijn entre 1661 y 1666 la que ha determinado su fama hoy en día: el pulido de lentes. Aunque era algo común en la época en los Países Bajos, pues eran pioneros en estos menesteres, ambos hermanos presentaban una inusual capacidad en esta disciplina. En este sentido, no es el mero ejercicio de pulir lentes el que trajo fama a Huygens, sino lo que pudo observar a través de ellas con un telescopio que usaba una lente planoconvexa (OC 22: 11) construido por él mismo: el anillo de Saturno (comunicado al príncipe Leopoldo en una carta en 1664), pues por entonces se pensaba que había uno solamente, aunque hoy sabemos que es un conjunto de materia que orbita alrededor del planeta, tomando la forma de anillo debido a las fuerzas gravitatorias que precisamente Leibniz y Huygens discuten en sus cartas.

Publica en 1659 su *Systema Saturnium* en el que desarrolla estos avances, como el descubrimiento del anillo y también de su luna Titán, que ha observado a través del telescopio. Respecto a ello, Huygens pone en práctica el principio de que «para descubrir la naturaleza de las cosas hay que razonar, pero también hay que observar» (OC 22: 509).

El pulido de lentes, sin embargo, para Huygens no es solamente una mera habilidad artesana que le permite desarrollar un ejercicio empírico, pues el arte de la creación de lentes se presenta en Huygens como un quehacer matemático además de un quehacer manual, como podemos ver en muchos de sus textos, lo que a su vez le permite desarrollar sus teorías sobre curvas (OC 22: 500) y, sobre todo, sobre dióptrica. También hay que recordar que las lentes que pulió las utilizó no solamente en telescopios sino también en microscopios (OC 22: 457).

El joven Huygens, sin embargo, no destacó tan sólo en el ámbito de las lentes y la dióptrica, pues alrededor de 1656, inspirado en su estudio de las obras de Galileo donde el italiano desarrollaba sus teorías sobre el reloj de péndulo, Huygens se convierte en el primero en construir de un modo efectivo el primer reloj de péndulo funcional de la historia, un instrumento extremadamente preciso para medir el tiempo, el más indicado para ello hasta bien entrada la medición electrónica y digital del tiempo en el siglo XX.

La creación del reloj de péndulo no tenía solamente su aplicación obvia, sino que además, las teorías sobre el movimiento del péndulo, publicada en 1673 en su famosa obra *Horologium Oscillatorium sive de motu pendulrum* (que tenía un predecesor en un texto llamado simplemente *Horologium* y publicado en 1658), permitían el desarrollo de una ciencia tan útil como es la navegación marina, a través de la medición de longitudes. El *Horologium* fue uno de los primeros trabajos de matemática aplicada en el que se encuentran unidos la matemática-geometría, la ingeniería y la nueva mecánica moderna que parte de Descartes. Huygens describe en su obra cómo construir el reloj, pero también la forma que toma la curva del péndulo, una isócrona (ver Yoder 2005).

Por todo ello, a pesar de que ya existían obras dedicadas al reloj de péndulo, él fue capaz de modificarlo y construirlo de un modo efectivo gracias a sus avances teóricos, de modo que ha pasado a la historia como su inventor, siendo, por tanto, un pionero en ingeniería horológica.

Por otro lado, otro de sus hitos científicos lo encontramos en su posición en París. Luis XIV fundó la *Académie des Sciences* en 1695, con la finalidad de convertir París en un centro cultural y científico, e invitó a Huygens para que la liderase. Es precisamente en estos años en París cuando Leibniz y Huygens se conocen. En aquellos momentos, la interacción entre saber teórico y práctico era algo común, y el mismo Huygens que realizaba teorías sobre el movimiento de los cuerpos en el plano geométrico y matemático (es decir, en un plano ideal) se interesaba por asuntos como la pólvora y sus usos, de lo cual da muestra la correspondencia con Leibniz (ver capítulo 2.2.3. de esta tesis), es decir, de la aplicación práctica de un descubrimiento del que podía depender toda la suerte del imperio francés a través de las aplicaciones militares de la pólvora.

También tenemos la teoría ondulatoria de Huygens, de influencia clara en la dióptrica del siglo XX, que comienza a desarrollar en 1678 y sobre la que Leibniz ya recibe noticias en la primera etapa de la correspondencia, no recibiendo el *Traité de la lumière*, la obra de Huygens donde desarrolla esta teoría ondulatoria, basada sobre todo en los experimentos realizados sobre el espato de Islandia (o cristal de Islandia como lo llaman Leibniz y Huygens en sus cartas) hasta la década de 1690.

En su aspecto personal, durante varios periodos de fuerte enfermedad, Huygens volvió a Holanda, por ejemplo en 1670, sin dejar de participar en las tareas de la *Académie des Sciences* desde la distancia, y no dejando de percibir su sueldo. Sin embargo, tras su viaje a Holanda en 1681 por el mismo motivo, no pudo volver a París debido al fallecimiento de su protector, Colbert, y de que no contaba con el favor de su sucesor, Tellier, el Marqués de Louvois (OC 22: 727). La enfermedad que en estas ocasiones se le diagnosticaba a Huygens era *melancholia hypochondrica vera et mera* (Andriesse, 2005: 253). Sufría Huygens, por tanto, grandes depresiones que le impedían el desarrollo habitual de su trabajo en París, hasta tal punto que estuvo hasta la borde de la muerte al menos en 1670. Su fallecimiento, sin embargo, no tuvo lugar hasta el 8 de julio de 1695 de un probable cáncer[5].

[5] Andriesse especula sobre ello en 2005: 398.

París, el sueño del joven Leibniz

Es un consenso en los estudios leibnizianos[6] que su época parisina determinó tanto su desarrollo científico como filosófico, derivado del avance en matemáticas que resultó de su intercambio personal y epistolar con Huygens. Pero para analizar apropiadamente esta relación y sus resultados, debemos situarnos en el contexto temporal apropiado, y por ello debemos hablar sobre cómo Leibniz llega a París.

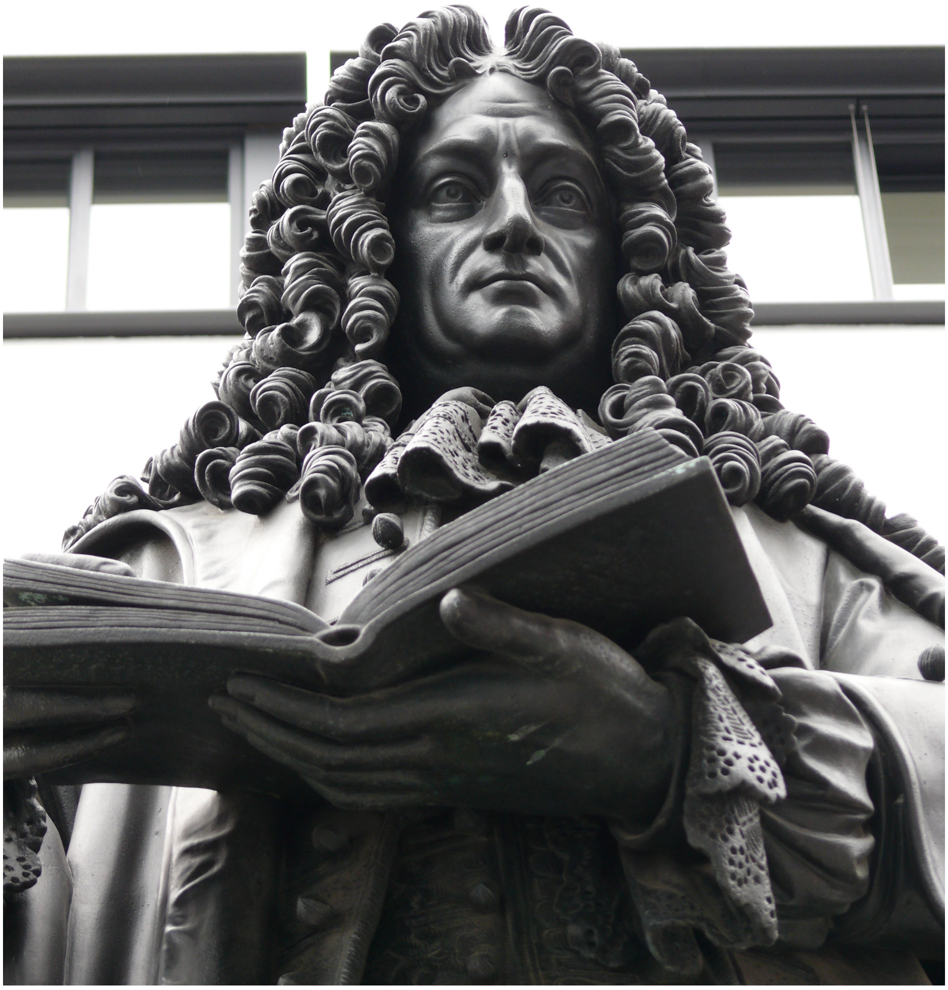
Una vez que Leibniz termina sus estudios universitarios en 1667, y con tan solo 25 años, es nombrado por el elector Juan Felipe de Schönborn como «juez del Alto Tribunal de Apelación, el más alto tribunal del Electorado y la Archidiócesis» en Maguncia, donde Leibniz fija su residencia. Allí conoce a Johann Christian von Boineburg, político alemán y ministro del elector de Maguncia Schönborg, convirtiéndose en una figura distinguida para su gobierno. Boineburg era un convertido al catolicismo que, al igual que Leibniz, había luchado por la reunificación de las iglesias (Antognazza, 2009: 87).

En esta época Leibniz escribe su *Nova methodus discendae docendaeque jurisprodentiae* (Nuevo método de aprendizaje y enseñanza de la jurisprudencia), dirigido a conseguir un empleo en la Corte del elector de Maguncia, y lo consigue, pues Schönborg le invita a ayudar al asesor de la Corte y consejero Hermann Andreas Lasser «en la mejora del código civil romano, con el fin de adaptarlo a las necesidades del estado». En este tiempo Leibniz se mudó a Frankfurt (en el viaje escribió el nuevo método de aprendizaje), aunque luego volvió a Maguncia.

Aparte de su trabajo como ayudante de Lasser, Leibniz desempeñaba también labores de «secretario, asistente, bibliotecario, abogado y consejero de Boineburg, al tiempo que se convertía en amigo personal del barón y su familia» (Aiton, 1992: 51). Por otro lado, Leibniz colaboró con Boineburg en muchas tareas, entre las que se encontraba escribir un documento que estaba escrito presumiblemente de un tal Georgius Ulicovius Lithuanus (persona que no existía) para apoyar la candidatura del palatino de Neuburg como rey de Polonia, apoyado por Schönborg y por Boineburg, en el que Leibniz aplica el método matemático de los modernos (Galileo, Descartes, Hobbes y Bacon) «al problema político de la elección y lo resuelve a favor del palatino de Neuburg» (Aiton, 1992: 51), lo cual cuenta como ejemplo de las diversas tareas que Leibniz ejerció en esos momentos.

[6] Para esta sección nos valemos de Aiton 1992 y Antognazza 2009.

FIGURA 2: Estatua de Leibniz en Leipzig (©Ad Meskens)



Gracias a Boineburg Leibniz parece ser que llega a tener conocimiento del trabajo de Christiaan Huygens. Vemos que la visión de las matemáticas que tiene Leibniz es todavía la de Galileo, Descartes, Hobbes y Bacon (utilizados en el texto de apoyo a la corona polaca del palatino de Neuburg). Entonces acompaña a Boineburg a un viaje a la región de Bad Schwalbach (una región cerca de Maguncia) en agosto de 1669, y conoce al jurista Erich Mauritius, quien le habla de Wren y Huygens y sus textos en las *Philosophical Transactions* sobre choques de cuerpos, que posteriormente llevarían a Leibniz a redactar su *Hypothesis physica nova*. De hecho es precisamente en Bad Schwalbach cuando Leibniz comienza a redactar el primer borrador de esta obra. No está claro si en ese momento tuvo acceso a los artículos de Wren y Huygens o si fue solamente la discusión de éstos con Mauritius la que impulsó la creación del primer borrados en esta región, ya que según

Aiton, este borrador «después lo revisó y lo amplió, como consecuencia sobre todo de su estudio intensivo de Hobbes en 1670» (Aiton, 1992: 57). Esto es un posible indicativo de que Leibniz no tuvo acceso en ese momento a las obras de Wren y Huygens y por ello acudió al estudio de Hobbes. Pero lo que está claro es que somos testigos en este momento de la primera influencia de Huygens en el joven Leibniz, incluso antes de que éste llegase a París.

Mientras tanto, Leibniz recibió una oferta de empleo con el Duque Juan Federico a finales de 1669, oferta que rechazó debido, entre otras cosas, a que en esos momentos estaba todavía esperando la posibilidad de conseguir un puesto remunerado a cargo del elector de Maguncia, puesto que consiguió, como hemos señalado, gracias a su *Nova methodus discendae docendaeque jurisprodentiae* (Antognazza, 2009: 60).

En su etapa en Maguncia, Leibniz no ocultaba al elector su deseo de visitar París, donde podría mejorar y desarrollar los dones que Dios le había regalado en el ámbito de las ciencias. Ya en esa época Leibniz está en contacto con Colbert debido a su invención de la máquina aritmética. Y el destino le guardaba una agradable sorpresa, pues Leibniz fue contratado para visitar París como parte de un proyecto diplomático para preservar la paz europea.

Por ello, la visita de Leibniz a París tenía motivos diplomáticos. Aiton narra cómo la idea original de Leibniz era desviar hacia Egipto el agresivo afán de conquista que Luis XIV tenía hacia Europa (Aiton, 1992: 66). Esta era la idea central que hay detrás del *Consilium Aegyptiacum*, la cual tuvo diferentes variaciones, incluyendo la posibilidad de que Luis XIV enfocase ese afán de conquista en la realización de unas cruzadas contra bárbaros e infieles, repitiendo la tendencia de la política europea de trasladar al exterior los problemas internos.

La idea detrás de todo esto, era también conseguir el favor del rey Luis XIV en el caso de que hubiese algún conflicto. Sin embargo, aunque la idea de Boineburg era visitar París, Luis XIV se le adelantó al enviar un comisario a Maguncia que traía la noticia de un inminente ataque a Holanda, así como la petición de que se les concediese permiso de que los barcos franceses atravesasen el río Rin. La ocasión era perfecta para Boineburg: decidió que era el momento perfecto para presentar el proyecto de Egipto secretamente a Luis XIV, y con esa idea en mente envió a Leibniz a París, todo con la intención política de evitar el ataque a Holanda y la intención personal de recuperar unas rentas que se le debían en el país y una pensión.

Tras pedir permiso a la corte francesa y obtener respuesta positiva, Boineburg envió a Leibniz, quien partió hacia París el 9 de marzo de 1672.

Leibniz en la capital del conocimiento

La finalidad diplomática de Leibniz en París terminó pronto, pues entre finales de marzo (tan sólo unos quince días tras llegar Leibniz a la capital) y principios de abril, Inglaterra declaró la guerra a Holanda e igualmente lo mismo hizo Francia respectivamente. Desde que esos hechos ocurren, la prioridad sigue siendo, sin embargo, una clara misión diplomática, y no es otra que proteger a los estados alemanes de esta lucha entre potencias europeas. Sin embargo, como explica Aiton (Aiton, 1992: 69 y ss.), Leibniz comenzó a no dedicar tiempo a esta tarea, ya que primero no se le permitió discutir su misión con el ministro de exteriores francés, y segundo, cuando el ministro llegó a conocer el proyecto egipcio, rechazó la propuesta.

Ante la situación, Leibniz no vuelve a Maguncia, sino que se dedica a su trabajo secundario, que era el de asegurar el cobro de la renta de una posesión de Boineburg y de una pensión. Mientras tanto, además, Boineburg pidió a Leibniz que tutorizase a su hijo Phillip Wilhelm en sus estudios en París (Antognazza, 2009: 145).

Sin embargo, Boineburg falleció en diciembre de 1672, cuando Leibniz llevaba en París tan solo unos meses. Para esta fecha Leibniz ya se había volcado en introducirse en el mundo académico parisino, que incluye contactos como los de Arnauld. De hecho la carta 1 a Huygens tiene fecha de finales de 1672. Esta carta tuvo lugar tras una primera reunión que mantuvieron presumiblemente en las habitaciones de Huygens en la Biblioteca Real de la *Académie des sciences*.

Las primeras discusiones estuvieron relacionadas con las series infinitas, tal y como el mismo Leibniz relata en *Historia et Origo* (Leibniz, 2007: 598 y ss.) mostrando que el germen del cálculo infinitesimal es el primer tema que trataron en sus discusiones. Huygens recomendó a Leibniz leer el *Arithmetica infinitorum* de John Walis y el *Opus geometricum* de Gregory de St. Vincent. Además, Huygens propone encontrar la suma de la serie infinita de los números triangulares recíprocos, cuya respuesta es la carta 1.

Ante el fracaso de la misión francesa, Leibniz viaja a Londres para promover la paz entre Alemania e Inglaterra, de modo que Leibniz abandonaría París, pasaría por Inglaterra y volvería a Maguncia pasando por Holanda.

Leibniz aprovechó también el viaje a Londres para hacer una demostración de su máquina aritmética a la *Royal Society*, apoyado por Oldenburg. Leibniz enseñó su máquina aritmética el 1 de febrero de 1673, que se ganó la admiración de muchos pero también los comentarios despectivos de otros, como Hooke. Las diferencias de visión de la máquina entre ingleses y franceses queda patente aquí, pues en París se había denominado a la máquina aritmética como uno de los inventos más notables de su tiempo. Lo cierto es que en la demostración ante la *Royal Society* no había podido demostrar que la máquina pudiese multiplicar y dividir (Aiton, 1992: 79).

Estando en Londres, sin embargo, y tras la muerte de Boineburg, también falleció el elector de Maguncia Schönborg, lo cual permitió a Leibniz volver a París en lugar de a Maguncia (Antognazza, 2009: 151). Afirma Aiton que Leibniz tuvo que salir tan rápido de Inglaterra que no pudo despedirse de Oldenburg, escribiendo el día de su partida, el 20 de febrero de 1673, una carta a Oldenburg solicitando la membresía en la Royal Society, solicitud que fue aceptaba por unanimidad en abril.

Al realizarse un cambio de elector, la red diplomática creada por el anterior elector peligraba, por lo que Leibniz no sabía con certeza si podría quedarse en París, si tendría que volver a Maguncia o si de hecho podría seguir trabajando para el nuevo elector, Lothar Federico de Metternich. Ante la situación, Leibniz le escribió desde París solicitándole, además del salario que se le debía, un salario actualizado que le permitiese vivir en París y volver a Maguncia anualmente, de modo que pudiese utilizar la red diplomática parisina para beneficio político del elector, aunque Leibniz se proponía también ejercer de informante sobre los aspectos culturales y científicos que pudiesen interesar a la corte. La respuesta no incluyó ni el salario actualizado, ni la remuneración del salario atrasado, ni la misión de ejercer como conexión política, científica y cultural en París, pero sí incluía el permiso de vivir en París durante un tiempo indeterminado sin que su puesto laboral peligrase.

La idea de Leibniz, que no era otra que permanecer en París todo el tiempo posible y beneficiarse del ambiente científico existente, se estaba cumpliendo. Y no era por falta de oportunidades más estables. En marzo de 1673 se le ofreció un puesto de secretario del primer ministro danés que incluía in buen salario, viajes y alojamiento; así como una oferta del duque Juan Federico de Hannover en abril de 1673 para que Leibniz fuese uno de sus consejeros. Leibniz rechazó ambas ofertas (Aiton, 1992: 76-77).

Entre las ocupaciones de Leibniz en estos meses de 1673 en París se encontraba la educación de Philipp Wilhelm, de 17 años en aquel entonces, hijo de Boineburg. A pesar de haber fallecido, Leibniz seguía sirviendo a la familia y Anna Christine von Boineburg (su madre) dio autoridad a Leibniz para crear un programa de estudios para Philipp y supervisarlo (Antognazza, 2009: 152 y ss.). El programa de estudios duraba desde las 6 de la mañana hasta las 10 de la noche. La cosa no pintaba bien, porque el estricto programa de Leibniz no encajó con la personalidad del joven Philipp, que prefería divertirse con sus amigos. Esto ocasionó roces entre él y Leibniz que acabaron ocasionando mayores encontronazos entre Leibniz y la familia Boineburg hasta que Anna Christine relevó a Leibniz de sus tareas docentes el 1 de septiembre de 1674.

Aiton explica que tres motivos ocasionaron un daño de reputación de Leibniz ante los ingleses tras su visita. Primero, la no demostración de división y multiplicación de la máquina aritmética en la demostración ante la Royal Society; segundo, que sus series infinitas dejaban patente sus desconocimientos del estado del arte en la materia; y tercero, había sido sospechoso de plagio.

> Leibniz era ahora dolorosamente consciente de su falta de conocimientos en matemática superior. Con el fin de cubrir esa laguna, consagró un año entero a estudiarla intensivamente; al mismo tiempo interrumpió su correspondencia con Oldenburg, quien le había recordado repetidamente su promesa de perfeccionar la máquina aritmética tan pronto como le fuera posible (Aiton, 1992: 80).

Esto mostraba que las matemáticas de Leibniz todavía no se habían situado a la vanguardia con respecto a los estudios más avanzados de la época. Pero lo cierto es que aunque en los resultados Leibniz no estaba por delante de sus compañeros, su originalidad radicaba en el método empleado.

Antes de salir de Inglaterra, Oldenburg le había dado a Leibniz una carta para Huygens, lo cual se convirtió en una oportunidad estupenda para que Leibniz le visitase de nuevo en París. Con ocasión de esta visita Huygens le regaló una copia de la obra que acababa de publicar *Horologium oscillatorium* (ver Yoder 2005: 33-45). Huygens, además, le recomendó las obras de Pascal, Gregory de St. Vincent, Descartes y otros, a lo cual Leibniz se pudo inmediatamente, solicitando los libros en préstamo en la Biblioteca de la *Académie des sciences*.

La salida de París

En 1675, en una carta a Juan Federico de Hannover, y sin demasiado interés, Leibniz acepta el trabajo ofrecido, viendo que no consigue quedarse a trabajar en la *Académie des sciences* y que tampoco ha podido lograr trabajar para el emperador, tal y como deseaba. En la carta que envía a Hannover, le habla Leibniz al duque de las mejoras que ha realizado a la máquina aritmética, debido al interés que el duque tenía en esta máquina. Y mucho más relevante, encontramos lo siguiente:

> Leibniz decía al duque que, durante su estancia en París, había cambiado la dedicación al derecho, las *belles lettres* y las polémicas que le habían tenido ocupado en Alemania, por el estudio de la nueva matemática. Añadía que todo lo que deseaba era libertad para continuar sus estudios de ciencias y letras en beneficio de la humanidad (Aiton, 1992: 86).

En París, por tanto, hay una transformación de un Leibniz juez y diplomático que se convierte en el Leibniz científico, aunque en ninguna de estas dos etapas dejó de lado el interés por la filosofía, que de hecho era el motor que movía sus ambiciones tanto en una como en otra etapa.

En estos momentos, en 1675, Leibniz discutió con Oldenburg (secretario de la Royal Society) en relación a la cuadratura aritmética del círculo, pues éste pensaba que eran cuestiones que ya había tratado Gregory. En el resumen de su cuadratura aritmética, Leibniz quería hacer referencia a los resultados que tanto Newton como Gregory habían conseguido en materias parecidas, y Gregory le envió el 22 de abril de 1675 un borrador escrito por Collins en el que detallaba algunos de los últimos resultados realizados por Collins y Newton. Esto se utilizó más adelante para afirmar que de aquí Leibniz había plagiado el cálculo de fluxiones newtoniano, pero lo cierto es que, como explica Aiton (1992: 88), la transcripción enviada a Leibniz era incorrecta, y de todos modos, teniendo solamente los resultados finales, es muy difícil poder deducir el método por completo, con lo que las acusaciones futuras no poseen suficiente fundamento, además de que la metodología de fluxiones de Newton es totalmente diferente del acercamiento de los infinitesimales de Leibniz, así como el de Leibniz es diferente al de Gregory.

A pesar de que había Leibniz aceptado el puesto de consejero en Hannover, Leibniz no perdía la fe de poder quedarse en París, como evidencian sus cartas con Huygens y como explico en el apartado 2.2.3. de esta tesis. Esto, sin embargo, no fue posible, siendo formalmente nombrado como consejero del duque Juan Federico el 27 de enero de 1676. Y a pesar de ello, tampoco era la idea de Leibniz quedarse en Hannover, según una carta a Christiaan Habbeus von Lichtenstern, en la que afirmaba estar dispuesto a vivir «como una especie de anfibio» (Antognazza, 2009: 156), viviendo entre Alemania y Francia de ser necesario.

La idea de Leibniz de seguir residiendo en París mostró ser, sin embargo, una quimera, pues el duque requirió su presencia en Hannover tan pronto como el 28 de febrero (tan solo un mes después de ser nombrado como consejero). Pero aún así Leibniz deseaba alargar como fuese su estancia en París, pidiéndole al duque permanecer unas semanas más para cerrar todos los asuntos pendientes en la capital francesa. Finalmente, Leibniz consigue posponer su salida de París hasta el 4 de octubre, momento en el que debido a la comprensible impaciencia del duque, definitivamente abandonó París.

Leibniz estuvo en Londres una semana en la que pudo realizar una demostración de su máquina aritmética a Oldenburg, aunque no pudo realizarlo ante la *Royal Academy* porque todavía no se habían vuelto a reunir tras el término del verano. Aprovechó la estancia para reunirse con Oldenburg y Collins, y a pesar de que seguramente Leibniz quiso conocer a otros científicos, no hay evidencia de que se reuniese con ninguno más.

Con el permiso de Collins, bibliotecario de la *Royal Society*, Leibniz pudo copiar extractos de *De analysi* de Newton (A III 1: 664-77). Como señala Aiton: «De la obra de Newton, Leibniz copió únicamente las expansiones en serie y no prestó ninguna atención a las secciones relativas a infinitésimos, presumiblemente porque no contenían nada nuevo para él» (Aiton, 1992: 104).

En el transcurso de su salida de Inglaterra hasta su llegada a Hannover, Leibniz pasó 14 días de espera en el corto trayecto que hay de Londres a Rotterdam en Holanda, debido a que el barco en el que se encontraba tuvo que estar retenido en la desembocadura del Támesis debido a los fuertes vientos. Ese tiempo lo aprovechó Lebniz para escribir el *Pacidius Philaleti prima de motu philosophia* (traducido como Pacidius Philaleti. Primera filosofía sobre el movimiento en OFC 8: 103-127), cuyo tema principal es la noción de pliegue y el laberinto del continuo (Leibniz 2011: 26); ver también Leibniz 2001a, en el cual es necesario adentrarse, según Leibniz, para comprender la naturaleza del movimiento de los cuerpos.

La trayectoria que realizó Leibniz le llevó seguidamente a Amsterdam, tras lo cual también visitó Haarlem, Leiden, Deft y La Haya. Precisamente en Deft Leibniz llegó a conocer a Leeuwenhoek, un científico cuyo principal trabajo está centrado en el estudio de la naturaleza a través del microscopio y que influyó a Leibniz en sus estudios sobre el continuo y sobre la pluralidad de mundos.

Finalmente, Leibniz llega a Hannover en diciembre de 1676, terminando por fin este periplo que le llevó de Maguncia a la capital francesa y, de esta capital científica y cultural, hasta Hannover.

Leibniz ya situado en Hannover tenía como una de sus tareas fundamentales la dedicación a la bibliteca de Palacio, por lo que nada más llegar expone al Duque su idea de ampliar el número de volúmenes disponibles (Antognazza, 2009: 201) hasta tal punto de conseguir una biblioteca que abarcase todo tipo de contenido relevante. Es en este momento cuando Leibniz también propone un nuevo orden de los libros disponibles de modo que pudiesen encontrarse más fácilmente.

Entre las proposiciones, Leibniz afirma que debido a las correspondencias que mantiene con personalidades de todo tipo repartidas por prácticamente todos los países europeos de importancia en el momento, podría ir añadiendo los volúmenes necesarios a la biblioteca. Es importante tener en cuenta que Leibniz considera sus intercambios científicos epistolares como uno de los fundamentos de su trabajo en Hannover. Este hecho alumbra la relevancia del intercambio de cartas con Huygens, todavía una de las cabezas de la *Académie des sciences* en París. Por ello, el mantener la correspondencia con Huygens no era por mero capricho sino como medio de avanzar en las ciencias.

Cabe destacar que el mantener estas cartas con Huygens no era simplemente de un modo interesado por parte de Leibniz, para desarrollar su trabajo en Hannover. Más bien, hay que comprender esto como un beneficio primero científico y personal para Leibniz, y segundo como útil para el adecuado desarrollo de su puesto en Hannover. Ver tan sólo una de las dos finalidades de mantener la correspondencia es sin duda no ver la importancia de ésta para Leibniz en su totalidad.

Tras el comienzo de su estancia en Hannover, Leibniz solicitó ser consejero del Duque, lo cual fue aceptado a finales de 1677. Sin duda el despliegue científico y de conocimiento que Leibniz ejerció en sus primeros meses en Hannover ayudó a que pudiese conseguir este puesto como consejero. Leibniz no solamente era doctor en derecho, sino que además su red científica le situaban en el lugar perfecto para poder aconsejar al duque apropiadamente en base a su alta especialidad científica y humanística.

La importancia de las correspondencias en este periodo de la vida de Leibniz la vemos en otro detalle que a menudo pasa desapercibido. A pesar de las primeras y evidentes reticencias de Leibniz por trabajar en Hannover en lugar de quedarse en París, Leibniz, alrededor de 1678 y tras ser aceptado como consejero del Duque, reconoció en varias ocasiones que aceptar este empleo había sido una decisión acertada. Esto lo hace en carta a Gallois, en otra carta dirigida a Conring, y por último en carta a Martin Geier (Aiton, 1992: 111). Los motivos que presenta para estar satisfecho ante su situación en Hannover son los siguientes: que el Duque le eximía de deberes rutinarios como estar presente en algunas de las reuniones cuando era necesario para que cumpliese sus deberes personales, como era el dedicarse a la biblioteca de palacio, gestionar asuntos privados del Duque y, por último, dedicarse a su correspondencia con otras personalidades (Antognazza, 2009: 199-200). Por ello se observa que aunque las correspondencias no formaban parte de su trabajo de un modo directo (es decir, Leibniz no estaba contratado bajo el mando del Duque para que mantuviese las correspondencias), jugaban un papel vital para el desempeño de su papel en la corte, con lo que pueden considerarse una parte importante de su desempeño laboral.

A pesar de que Leibniz manifestaba, sin embargo, su contento con el puesto en Hannover, por otro lado intentaba en carta a Huygens conseguir un puesto en la *Académie des sciences*, algo que siguió intentando en las cartas de la primera etapa, hasta principios de 1680. ¿Significa esto que Leibniz actuaba a dos bandas, afirmando su felicidad por estar en Hannover mientras que al mismo tiempo buscaba la posibilidad de volver a París? Creemos que se puede deducir de las palabras de Leibniz que seguramente su opinión sobre el puesto en Hannover era mucho peor de lo que resultó ser una vez que se encontró trabajando bajo el mando del Duque. Esto no significa, sin embargo, que no siguiese teniendo el deseo de volver a París. Es decir, aunque el trabajo en Hannover era mejor de lo esperado (pues ante las espectativas de vivir en la capital cultural y científica del momento, vivir en Hannover era visto por Leibniz como un atraso respecto a su proyección profesional y académica), la idea de volver a París sin embargo no había perdido un ápice de atracción. Por ello, se alegra de estar en Hannover mientras que al mismo tiempo intenta volver a París.

Siguiendo con la importancia de las academias de las ciencias para Leibniz, en esta época (1678), se interesa por las minas del Harz, en las que presentó un proyecto para el drenaje, es decir, para sacar el agua de las minas. Sobre este asunto discutirá brevemente Leibniz en el futuro con Huygens. En este intercambio respecto a asuntos relativos a la ingeniería la presencia de Huygens es importante, ya que había dedicado trabajos a la creación de un nivel, y además Huygens era reconocido como un gran ingeniero debido a la creación del reloj de péndulo, cuyo interés no recaía tan sólo en la medición apropiada del tiempo, sino que servían también para todo tipo de maquinarias (Büttner, 2008: 228).

La finalidad del proyecto de las minas, sin embargo, no radicaba en el interés que Leibniz poseía por la ingeniería, sino que tenía en mente la posibilidad de financiar con los beneficios una academia de las ciencias, «algo de lo que había hablado a menudo y que permitiría llegar a la característica universal» señala Aiton:

> Hacía [Leibniz] votos por el potencial que encerraba una Academia de este tipo; pues, mientras las Academias de París y Londres se limitaban a hacer descubrimientos específicos, la característica universal, una vez obtenida, sería un órgano o instrumento tan poderoso para la razón como el microscopio lo era para el ojo (Aiton, 1992: 132).

Periodo de entre cartas y las *Acta Eruditorum*

En enero de 1680 el Duque Juan Federico fallece, por lo que los proyectos de Leibniz, entre los que también se encontraba la reunificación de las iglesias, se detienen a la espera de ver qué ocurre. El no poder llevar a cabo el proyecto de las minas del Harz podía suponer la no creación de la academia de las ciencias y, en consecuencia, la no puesta en práctica de su característica universal.

El puesto de Leibniz en Hannover, sin embargo, no corría peligro. El nuevo conde fue Ernesto Augusto recibió una propuesta de Leibniz de escribir una breve historia de la casa de Brunswick-Lüneburgo, así como una explicación de su proyecto de ampliación de la biblioteca, que explica Aiton que incluiría un laboratorio y un museo, así como la proposición de una imprenta. Del mismo modo, Leibniz le hacía saber acerca del proyecto de las minas del Harz.

En este periodo de entre etapas de la correspondencia Leibniz-Huygens aparece un actor que será determinante para el desarrollo científico de Leibniz y también respecto a las cartas en sí: las *Acta Eruditorum*.

Otto Mencke, que en aquel momento (1681) era profesor de filosofía moral y política en Leipzig, visita a Leibniz en primavera y le comunica su proyecto de creación de las *Acta Eruditorum*. Su creación, por tanto no fue una idea original de Leibniz, a pesar del importante papel para el desarrollo de la revista. Leibniz accede, de hecho, a compartir una publicación para el primer número, que aparece a principios de 1682. El primer texto que publica allí Leibniz es un artículo relativo a la cuadratura aritmética, resultado del trabajo anteriormente desarrollado en cartas con Huygens, el cual firma (tal y como hará con el resto de artículos publicados en las AE) como G.G.L. (sus iniciales).

Los temas sobre los que Leibniz publica en las AE durante el periodo de entre etapas son muy variados. El primero, como hemos dicho, trató sobre la cuadratura aritmética. El mismo año publicó otro, en verano de 1682, sobre dióptrica. En 1683 publica otro artículo, esta vez centrado en el descuento en facturas, y probablemente el artículo más importante publicado en las AE durante la carrera de Leibniz, el famoso artículo de 1684 sobre máximos y mínimos que supone la primera publicación sobre su cálculo infinitesimal. Es interesante tener en cuenta cómo las AE se convierten para Leibniz en una herramienta parecida al papel que la *Académie des sciences* debería de haber jugado en su carrera de haberse podido quedar en París. Las AE, por tanto, se convierten en Leibniz en su particular academia de las ciencias a distancia, la cual se complementaba con las correspondencias paralelas. Es decir, que las AE junto con las correspondencias, en su totalidad, son un sustutituvo de los intercambios que Leibniz podría haber llevado a cabo en París.

Del mismo modo, la red científica que Leibniz poseía a través de sus correspondencias se veía ampliada con la posibilidad de publicar en las AE. Ya no tenía que escribir de un modo independiente a ciertas personalidades para compartir sus avances, sino que los artículos en las AE eran una oportunidad fantástica, de hecho, para promover esos contactos y esas discusiones con ellos.

Leibniz publicaba en las AE artículos sobre filosofía, como por ejemplo el *Meditationes de cognitione, veritate et ideis*, publicado en 1684. En estos artículos de la AE Descartes era un blanco habitual para Leibniz, pero definitivamente la obra que mayor polvareda levantó entre los cartesianos fue la *Brevis demonstratio erroris memorabilis Cartesii* o *Breve demostración del memorable error de Descartes*, en el que Leibniz atacaba el principio de la conservación del movimiento de Descartes.

Esta fue una época fecunda de Leibniz, momento en el que publica multitud de artículos en las AE, así como en el JS y un artículo también en el *Giornale de Letterati di Módena*. Seguía, por otro lado, siendo una época fecunda no solamente en cuanto a artículos publicados. Lo primero era su dedicación al estudio de la casa Brunswick-Lüneburgo, pero además la atención que requería el mantener su enorme red de correspondencias no era tarea sencilla. En esta época Leibniz también cultiva su interés por la naturaleza de la filosofía china (Perkins, 2004: 108 y ss.), lo cual le lleva a diferentes consideraciones teológicas (Rensoli 2004: 389-411; Rensoli 2001: 1-32), así como de la lingüística, la salud pública y las innovaciones técnicas, así como su atención a la mejora de la máquina aritmética y a la construcción de nuevas bombas hidráulicas para las minas del Harz.

Son precisamente las críticas a Descartes vertidas en las AE, a través del Abad de Catelán, las que ocasionan que Leibniz y Huygens retomen la correspondencia primero con una carta de Leibniz en 1688 y dos años después, con la respuesta de Huygens en 1690, lo que muestra la importancia de las publicaciones en las AE para el desarrollo de las cartas.

2.2. Primera etapa

2.2.1. El nuevo cálculo infinitesimal de Leibniz y su recepción por Huygens

La geometría analítica de Descartes

Antes de comenzar a analizar los pasos del cálculo infinitesimal en la correspondencia con Huygens, es menester que hablemos primeramente del funcionamiento de éste y el contexto científico que permite su aparición.

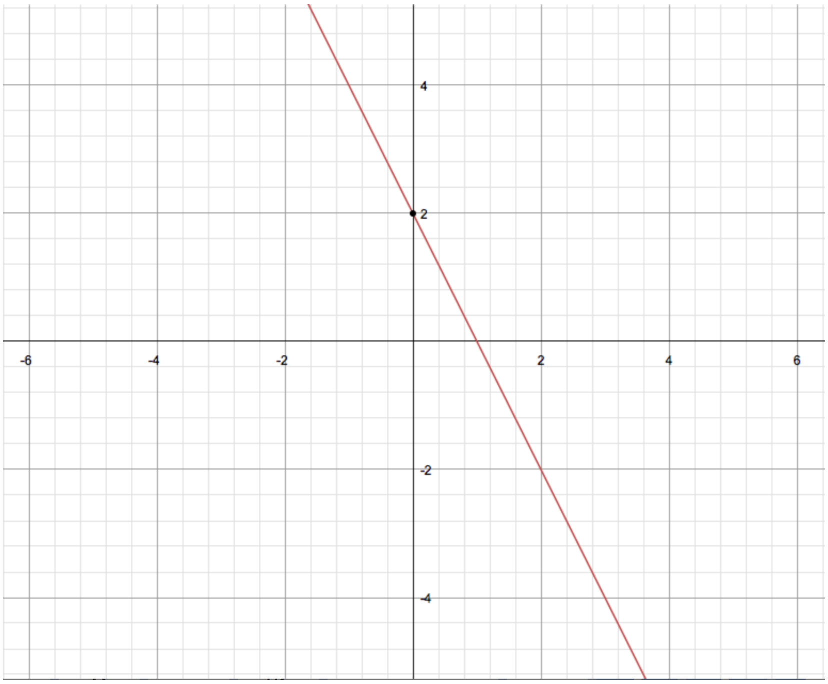
El cálculo infinitesimal leibniziano encuentra uno de sus fundamentos en trabajo matemático realizado por Descartes. Aunque considerado como el padre de la filosofía moderna, Descartes habría pasado a la historia aun sin su metafísica debido a los avances que presentó en matemáticas, ya que sus aportaciones en esta disciplina revolucionaron la forma de aplicar las matemáticas a otros ámbitos como la geometría. Con ello, veremos que Descartes no solamente revolucionó las matemáticas del siglo XVII, sino que plantó la semilla del cálculo moderno.

La clave en esta revolución estaba en la unión de los dos grandes campos de la matemática en el siglo XVII, como son el álgebra, la parte de las matemáticas que se dedica a estudiar problemas de cantidades con letras y números u otros símbolos; y la geometría, que se dedica a estudiar la extensión espacial, así como los conceptos de línea, plano, volumen y diversas figuras, al igual que la relación entre ellas.

Descartes consigue representar estos conceptos geométricos, como por ejemplo, una figura, mediante el álgebra (ejercicio al que se denomina representación analítica), lo que facilita la aprehensión matemática de una figura geométrica que podía ser una representación de una figura que tuviese existencia empírica, por lo que pasamos fácilmente del ámbito de representación espacial al de la representación algebraica. E igualmente Descartes realiza el ejercicio contrario, de modo que una ecuación algebraica puede ser representada en un sistema de coordenadas, es decir, una representación geométrica de la ecuación, con lo que pasamos del ámbito puramente numérico al ámbito representativo que facilita su comprensión al ver la ecuación traducida en una figura geométrica. Descartes denominó a esta unión de la geometría con el álgebra, geometría analítica.

Valga como ejemplo la representación con la línea *a*, en un sistema de coordenadas, de la ecuación $2x + y = 2$ (figura 3):

FIGURA 3: Coordenadas cartesianas

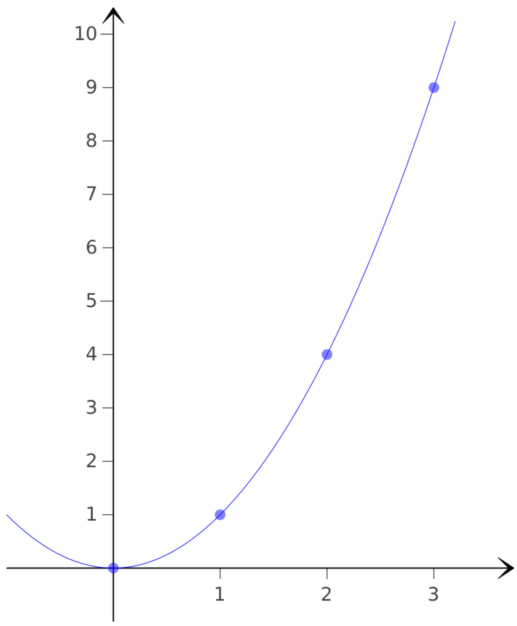


El cálculo leibniziano parte de este juego de representaciones geométrico-matemáticas para, por ejemplo, realizar representaciones analíticas de diferentes curvas y líneas, tal y como veremos ejemplificado en el capítulo 2.3.2. de esta tesis, donde tratamos el caso de la curva catenaria.

Uno de los casos más sencillos para mostrar esta aplicación del cálculo sería el de la línea recta, caso en el que una ecuación sencilla sería suficiente para representarla mediante caracteres matemáticos, y viceversa, tal y como hemos comprobado en la figura 3. Pero a medida que las figuras geométricas van ganando complejidad, la dificultad para encontrar su traducción matemática aumenta proporcionalmente. De este modo, los casos más difíciles y bellos para los matemáticos del siglo XVII son los que ofrecen los retos más complicados para aquellos que deciden sumergirse en el arte de intentar traducir los fenómenos naturales a las matemáticas, traducción que, por otro lado, puede comprenderse como un ejercicio filosófico al existir en el trasfondo la idea de que los fenómenos son traducibles y sobre todo aprehensibles mediante su representación matemática, así como su operación inversa (la traducción de una ecuación a una curva, por ejemplo), que es si cabe más filosóficamente compleja, puesto que entraría en juego la cuestión del estatus ontológico de unos números que pueden convertirse en una representación espacial y geométrica.

Estos casos complejos son los que, poco a poco, fueron permitiendo que la geometría analítica fuese avanzando cada vez más durante el siglo XVII. Para que veamos la complejidad filosófica que presentan estos casos complejos podemos tomar el ejemplo de la parábola.

FIGURA 4: Parábola con una serie de puntos señalados



Para hacer efectiva la representación de la parábola se utilizan puntos concretos para determinan la trayectoria de la línea. Es necesario señalar estos puntos como referencia para, de ese modo, poder formalizarla mediante una ecuación. Pero, aunque sabemos que la parábola es la forma que toma la trayectoria de ciertos cuerpos al verse influenciados por distintas fuerzas como la gravedad, estos puntos no representan estrictamente la realidad de un cuerpo que cae formando una parábola, por la sencilla razón de que un cuerpo no aparece en puntos representados uno detrás de otro, sino que se mueve en la continuidad del espacio. Esto será especialmente cierto en el sistema leibniziano: en el mundo empírico no hay puntos que puedan escogerse para aprehender un fenómeno, ya que la realidad es continua. Por tanto, esta forma de representar mediante puntos un fenómeno natural como es la caída de un cuerpo cuyo movimiento forma una parábola, es inexacta. Existen aquí dos continuidades distintas: la que Leibniz supone que existe en la realidad empírica, y la que suponemos al dibujar cada punto que hemos elegido para que represente la parábola. ¿Es esa descripción supuesta entre los puntos una representación perfecta del continuo real? ¿Son continuidades diferentes? De momento cabe decir que, si bien se trata de una representación imperfecta, es también una representación útil de un fenómeno concreto.

Para que la representación geométrica de la parábola fuese fiel al fenómeno que aparece cuando un cuerpo cae formando esta curva, deberíamos poder representar todos los puntos (o momentos, si pensamos en la trayectoria física de un cuerpo) existentes entre cada par de puntos imaginables. Aquí surge una cuestión nada sencilla, ¿hay un número finito de puntos o momentos que puedan ser representados geométricamente? Intentando solucionar una cuestión puramente matemático-geométrica hemos pasado, casi sin percatarnos, al plano fenoménico.

De existir un número finito de puntos o momentos en nuestro sistema de coordenadas, estos podrían ser susceptibles de ser representados, sin excepción alguna. Esta tarea, aunque muy difícil (imaginemos que hubiese diez millones de puntos en una parábola que cupiese en 30 cm cuadrados) sería posible. Pero lo más complicado se nos presenta al plantearnos cómo representar con exactitud la parábola si la realidad no está compuesta por momentos finitos, sino infinitos[7], y por tanto entre cada par de puntos que podamos imaginar siempre existe un punto intermedio si multiplicamos hasta el infinito esos diez millones de puntos. De ser así, entonces, sería fácticamente imposible representar de un modo estricto cualquier fenómeno que nos propongamos.

[7]Respecto al infinito en la realidad empírica: «As long as infinity is not taken rigorously, as Leibniz himself grants in the case of the calculus, the infinite "can be confined to the syncategorematic" – in other words, we are still looking at the traditional potential infinite, rather than a genuine, actual infinite» (Antognazza, 2015: 7).

Materia y continuidad

Es aquí donde Leibniz, poniendo en práctica su método interdisciplinar, propone una solución filosófica para un problema que surge de las matemáticas pero que se presenta como relativo a lo puramente fenoménico. Leibniz mantiene que la materia es continua en sus partes, es decir, que siempre es infinitamente divisible, lo cual discute con Huygens en las correspondencia, tratando el problema de la continuidad de la materia o el atomismo, posición que defiende este último en contraposición a la visión leibniziana (ver capítulo 2.3.1.).

La defensa por parte de Leibniz de la continuidad en la materia no responde a motivos solamente relacionados con la geometría, sino también a la relatividad en cuanto a la naturaleza del espacio y del tiempo que mantiene. Si bien los predicamentos de Leibniz en el relativismo con respecto a su dinámica, en la que Leibniz necesita postular una fuerza absoluta[8], no están siempre claros, esto se debe a nuestra visión contemporánea de estos debates antiguos:

> La oscuridad de las afirmaciones de Leibniz, sin embargo, está causada al menos en parte al verlas a la luz de la física post-newtoniana. Si en lugar de ello consideramos su visión y la de Newton tal y como fueron generadas en su propio contexto histórico, algunas de las confusiones aparentes pueden ser disipadas, y las motivaciones y asunciones que subrayan sus posiciones pueden aparecer más claramente (Arthur, 2017: 2).

Cabe señalar, además, que la opinión de que hay continuidad en la materia también incluye su defensa de que, de hecho, incluso en esos infinitos que podemos imaginar en las partes más pequeñas de la materia, se podrían encontrar otros mundos dentro de mundos (carta 56, AA III, 5, n.140: 519-520).

El hecho de que Leibniz defienda esta continuidad en la materia a la luz de los problemas de representación de ecuaciones y figuras mediante la geometría analítica nos muestra que su idea no es buscar la hipótesis más sencilla para solucionar los problemas, sino la hipótesis verdadera. De hecho, la hipótesis de la continuidad no hace sino complicar la aprehensión filosófica de los fenómenos, ya que las dificultades se expanden: debemos recordar que la continuidad *ad infinitum* de la materia, al no incluir *saltos*, conlleva que si queremos realizar una representación matemática de ésta,

[8] Para un desbrozo de los diferentes tipos de fuerzas en Leibniz: (Arana, 2013: 96).

estamos abocados a encontrarnos con el problema de la irracionalidad si queremos dar una representación exacta. Esto lo encontramos bien ejemplificado en el caso de la cuadratura del círculo. El valor de su perímetro o de su superficie, tomando el radio como unidad, siempre será un número irracional. Al no poseer una representación exacta de esos números irracionales, nos encontramos con una representación matemática que, en ese sentido, presenta una serie de errores que no pueden ser presentados de un modo racional. Ahora bien: errores tan pequeños que pueden ser obviados. Esta será una dificultad que no se puede superar matemática ni racionalmente: Leibniz acabará apelando a Dios como única entidad capaz de aprehender el número irracional que se nos ofrece como resultado (OFC 2: 214).

De ser así, ¿qué esperanza nos queda de representar y aprehender matemáticamente la realidad fenoménica? En este punto Leibniz decide ser pragmático: cuando dos puntos son demasiado pequeños como para notar la diferencia entre ellos, podemos llamar al conjunto de infinitos incrementos que se encuentran entre ellos *infinitesimales*, y tratar a estos infinitesimales como si de un número se tratase. Es decir, Leibniz trata a los infinitos como si se tratase de un número finito, y de ese modo soluciona la cuestión de una manera sencilla y elegante. Es decir, Leibniz, con su concepción de los infinitesimales, trata el continuo del espacio como si se tratase de una sucesión discontinua de puntos o momentos-lugares. Aunque el infinitesimal *per se* no tenga una realidad física (De Mora Charles, 2012: 214), sí puede encontrarse una analogía en el caso de su representación geométrica o del caso empírico a representar respectivamente (Levey, 1999: 158)[9].

Es aquí donde aparece la nueva notación leibniziana, que decide representar al incremento infinitamente pequeño de x como dx, y al de y como dy (tal y como Δx representa los incrementos finitos de x y Δy los de y), siendo $\frac{dy}{dx}$ su derivada, mediante la cual se encuentra la tangente trigonométrica de la curva, es decir, del ángulo formado por la tangente a la curva. Ello ofrece una utilidad que todavía hoy se encuentra vigente:

> Podemos observar [...] que la definición leibniziana de diferencial proporcionó [...] un procedimiento algebraico realmente sencillo para calcular diferenciales, lo que, a su vez, permitía

[9]También: «Motion through irregular spaces in the plenum requires the actually infinite division of finite portions of matter into parts none of which are infinitesimal or indivisible; and this is accomplished in virtue of matter's being divided into parts just as an infinite convergent series of numbers resolves into its individual terms».

> obtener la ecuación diferencial definida por una curva o familias de curvas. Además, considerando un instante como un intervalo infinitesimal de tiempo, y siendo la razón de cambio un cociente de incrementos finitos, la razón instantánea de cambio sería, por lo tanto, el cociente de las diferenciales (incrementos infinitesimales). Este es el concepto de razón de cambio al que todavía se recurre con frecuencia en textos de ciencias básicas y de la ingeniería (Arcos Quezada, 2014: 85-86).

Imperfección en la representación

Decíamos que si el espacio es continuo, parece no quedar esperanza alguna de representar un fenómeno que acaece en el espacio estrictamente, en su pura realidad, y que Leibniz se conforma con una representación aproximada. ¿Llega Leibniz a solucionar esto con su cálculo infinitesimal? La respuesta no es nada sencilla. Leibniz reconoce que el cálculo es una forma imperfecta de representar la realidad, pero afirma también que las imperfecciones son tan pequeñas que podemos olvidarnos de ellas, es decir, se pueden obviar porque la diferencia entre la representación que el cálculo ofrece con la que idealmente ofrecería una representación última y perfecta que abarcase hasta el infinito conjunto de los infinitos, sería imperceptible para nosotros. Por ello, los errores de cálculo son asumibles y a su vez imperceptibles.

Esto nos deja una consecuencia filosófica muy interesante: en el sistema leibniziano, los fenómenos son ontológicamente irrepresentables en toda su radicalidad mediante el cálculo infinitesimal. Esto no conlleva, sin embargo, que los fenómenos sean imposibles de aprehender matemáticamente, ya que Dios, la entidad perfecta, sí podría aprehender el número irracional resultado de intentar cuadrar el círculo. Por ello, Leibniz no deja de ser un racionalista en el sentido de que cree que todo puede ser racionalmente cognoscible. Lo que no cree Leibniz es que el ser humano sea capaz de aprehenderlo todo, puesto que hay cosas que quedan relegadas a Dios, como es el caso de los números irracionales.

Esto podría resultar paradójico al compararlo con el paradigma moderno de las matemáticas, que defiende que es el único modelo capaz de ofrecer verdades seguras. Pero, en el fondo, no hay ninguna paradoja, puesto que aunque los resultados que ofrece el cálculo infinitesimal puedan estar fundamentados en operaciones irresolubles, siguen ofreciendo verdades certeras y siguen ofreciendo un modelo cognoscitivo para alcanzar verdades. Sefarti ha llamado a este acercamiento de Leibniz a la razón desde una irracionalidad irresoluble *racionalidad hermética* (Sefarti, 2008: 112-117).

El cálculo como fundamento

A pesar de que el cálculo leibniziano parte del desarrollo de la geometría analítica de Descartes, hay claras diferencias no solamente metodológicas sino también en cuanto a su objeto. Mientras que la geometría analítica era un método dirigido a la representación de figuras mediante el álgebra y de ecuaciones con el uso de una serie de conceptos geométricos, el cálculo es un estudio del cambio, lo cual no deja de poseer un marcado carácter filosófico que nos remonta a discusiones como las de Parménides y Zenón de Elea (Arana, 2002: 25-29). El cálculo sería capaz de representar matemáticamente ese cambio (o su negación) que Parménides y Zenón intentaron explicar en la famosa paradoja de la flecha.

Aunque no es sencillo resumir en qué consiste exactamente el cálculo mediante una definición que haga justicia a su trasfondo filosófico y a su finalidad de representación fenoménica, podemos definirlo de la siguiente manera: el cálculo infinitesimal es un método matemático creado por Leibniz para superar aquellos problemas geométricos en los que los infinitos conducen a problemas irresolubles. Aunque sea utilizado en matemáticas y tenga una aplicación en geometría, su naturaleza original es conceptual. Por ello, hablamos de una base que nace de la percepción filosófica de problemas relativos a otras disciplinas, principalmente problemas físicos o mecánicos, por lo que vemos que la interacción de disciplinas para Leibniz se encuentra en el fundamento de su práctica científica y filosófica, y no se relega solamente a un acercamiento metodológico.

El tratamiento de infinitesimales, sin embargo, no era totalmente original de Leibniz. Él, de hecho, se basa en trabajos de otros como *Vera Circuli et Hyperbolae Quadratura* (1667) de James Gregory, Pascal, o Cavalieri; así como de trabajos de otros en mecánica y matemática como Galileo y Bombelli. Ello muestra que Leibniz recoge el testigo de un trabajo realizado por otros y lo hace avanzar. El hecho de que Leibniz coja un testigo de la mano de científicos que le preceden explica, además, que haya una invención del cálculo simultánea por parte de Newton, conocedor también de estos autores y trabajos anteriores tanto a él como a Leibniz.

Por otro lado, el cálculo leibniziano es, a su vez, una analogía de muchas de sus obsesiones a la hora de realizar filosofía. Mediante el cálculo Leibniz intenta aliviar a la mente de realizar tareas arduas, algo que intenta también con la máquina aritmética o con el *analysis situs*; es una forma de unificar lo múltiple, de modo que el infinitesimal acoge, valga la redundancia, una infinitud de infinitos, del mismo modo que una mónada posee un cuerpo físico que a su vez puede contener una pluralidad de mundos en el que tan sólo la mónada principal prevalece; y también supone una conciliación de conceptos aparentemente irreconciliables, como es el la representación de un continuo mediante puntos, algo que nos recuerda al proyecto de la reunificación de católicos y protestantes en una cristiandad común y que tiene un análogo en las diferentes posiciones aparentemente irreconciliables en mecánica (Dascal, 2010: 139, 161).

En cierto modo podría decirse, utilizando como analogía la teoría de las mónadas de Leibniz, que cada método que Leibniz crea contiene en sí mismo el resto de métodos, pues están interconectados. Es como si el cálculo fuese la rama de un gran árbol (que sería la característica general), pero que guarda en su interior la savia que recorre desde las raíces hasta la última de las hojas. Cada rama puede comprenderse por separado como rama, las cuales apuntan a la existencia de un tronco. Pero la verdad se encontrará una vez que se pueda aprehender el árbol por completo, mediante la asimilación de la unión intrínseca de las ramas con el tronco, de las hojas con la rama y de las raíces con el tronco.

Relación entre el cálculo, las series y la cuadratura

Durante el desarrollo del cálculo, hay una conexión directa entre las series infinitas, la cuadratura aritmética y el cálculo infinitesimal.

De entre esta tríada, la conexión entre las series infinitas y el cálculo es más evidente, pues la serie infinita representa la cantidad de partes infinitas a representar en un sistema de coordenadas, que a la vez pueden ser representadas a través de la notación del cálculo con simbología matemática. Pero a su vez se puede decir que estos tres problemas son expresiones de una misma idea, que no es otra que superar la dificultad del infinito matemático, geométrico y también metafísico (Link, 2017: 228).

Por ejemplo, en las series infinitas, Leibniz intenta poder expresar mediante una serie consecutiva de sumas o diferencias de números, un número irracional. Es decir, para Leibniz, esta serie es una forma de expresar racionalmente algo en principio no puede ser expresable de ese modo, ya que las series son infinitas, es decir, no tienen final. Y si no tienen final, sus infinitos pasos no pueden ser estrictamente expresados mediante un número racional, puesto que éste no expresaría todos sus pasos intermedios, lo cual nos lleva a un problema análogo al del continuo en la materia. En definitiva, en el caso de la serie infinita, ésta presenta todo lo necesario para expresar ese número irracional. Pongamos el ejemplo que Leibniz envía a Huygens en la carta 2:

$$\frac{4}{1} - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9} - \frac{4}{11} + \frac{4}{13} - \frac{4}{15} etc.$$

Esta serie infinita es un intento por parte de Leibniz de cuadrar el círculo, es decir, dar el valor de π, uno de los problemas más importantes de la matemática desde el tiempo de los griegos.

Como vemos, las series infinitas expresan geométricamente el círculo y sus lados a representar, que cada vez serán más y más pequeños. Es decir, mediante las series infinitas se están expresando las diferencias de las diferencias. Y puesto que cada vez son más pequeñas, llegará un momento en el que estas diferencias pueden obviarse hasta tal punto que ello no ofrece diferencia alguna. Es decir, el error es tan pequeño que puede ser despreciado.

Vemos, por tanto, que detrás de la cuadratura aritmética y de las series infinitas se encuentra conceptualmente la misma idea que se desarrollará en el cálculo, que es el desprecio del error mínimo. En la expresión de la racionalidad matemática, esto podría caracterizarse como el olvido de la perfección, o incluso podría decirse que se acoge el error para alcanzar la verdad en geometría. De hecho, Leibniz reconoce en una postdata finalmente desechada y no enviada a James Bernoulli el proceso que siguió para llegar al cálculo (Leibniz, 1920: 4), el cual incluye sus estudios sobre series infinitas y la cuadratura aritmética.

El cálculo en París

Al llegar en 1672 a París, Leibniz es todavía un autodidacta en geometría, y reconoce a James Bernoulli, en una carta que arroja mucha luz en este asunto y que debemos tener en cuenta, que sabía poco sobre el asunto y que tenía poca paciencia para detenerse en las largas demostraciones de axiomas y otras tareas en geometría (Leibniz, 1920: 11). De sus estudios autodidactas, Leibniz acudió al *Institutiones arithmeticae* de Johann Lantz y al *Geometrica practica* de Christopher Clavius, éste último conocido por sus ediciones de Euclides.

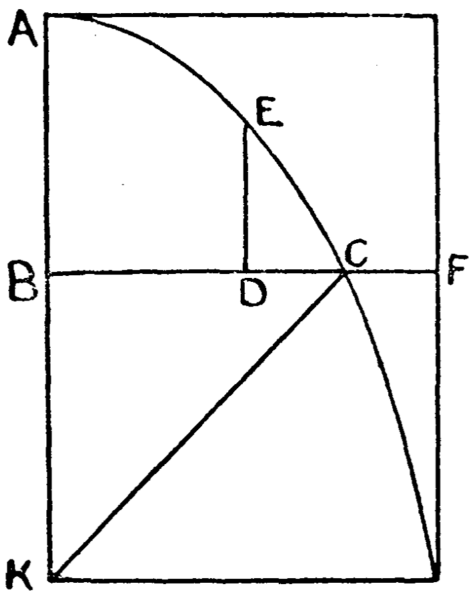
Su camino a la geometría cartesiana, por tanto, estaba ya pavimentado, pero sin embargo Descartes todavía le parecía complicado, lo que no le frenó para estudiar posteriormente la *Geometrie* y luego pasó a la *Geometria Indivisibilibus* de Cavalieri, uno de los fundamentos del cálculo. A pesar de ello, Leibniz seguía queriendo dedicarse todavía al derecho y afirma que tenía en ese momento una gran ignorancia en matemáticas hasta tal punto que se dedicó a trabajar en un tipo de cálculo geométrico con pequeños cuadrados y cubos para expresar números indeterminados sin saber que Descartes y Viète habían ya trabajado en ello de un modo más profundo. Es en ese estado como llega a pedirle a Huygens que le forme en matemáticas, y afirma también Leibniz que Huygens vio en él más de lo que él mismo vio en sí (Leibniz, 1920: 13), reconociendo indirectamente que si no hubiese sido por la ayuda y por la visión que Huygens tuvo de él, difícilmente habría Leibniz llegado tan lejos en matemáticas. Su ascenso al primer nivel de las matemáticas del siglo XVII comienza definitivamente cuando Huygens le ofrece una copia de su *Horologium Oscillatorium* para que lo estudie, momento en el que Leibniz entra de lleno en serias invenciones geométricas.

> Mientras conversamos, me percaté de que no tenía una correcta noción del centro de gravedad, por lo que [Huygens] me la describió brevemente; al mismo tiempo añadió que Dettonville [Pascal] había trabajado estos asuntos extraordinariamente bien. Ahora, yo, que siempre he tenido la peculiaridad de que soy el más enseñable de los mortales, a menudo desechando innumerables meditaciones que no fueron llevadas a su madurez, cuando por así decirlo fueron tragadas por la luz que arrojan sobre ellas de algún gran hombre, para captar inmediatamente con avidez las enseñanzas de un matemático de la clase más alta, ya que vi rápidamente lo genial que era Huygens (Leibniz, 1920: 13).

Tras ello, como Leibniz reconoce a Bernoulli, siguió estudiando a otros matemáticos. Afirma haber sacado de la biblioteca de la *Académie des sciences* diferentes libros de Pascal y de Gregory St. Vincent, así como haber examinado el *Ungulae* de St. Vincent y desarrollado por Pascal, «y esas sumas de sumas de sumas y sólidos formados y resueltos de varias maneras; ya que me ofrecían más placer que problemas» (Leibniz, 1920: 15).

En esta época Leibniz estaba dedicado de lleno a estudiar problemas de cuadraturas y de tangentes gracias primero a sus estudios autodidactas y segundo a la guía de Huygens. Su primera solución es la de la característica del triángulo, una prueba aportada por Pascal en la que probaba la medida de una esfera dada por Arquímedes, (lo cual fue una influencia clara) (Leibniz, 1920: 15-16).

FIGURA 5: Triángulo de Pascal (Leibniz, 1920: 15)

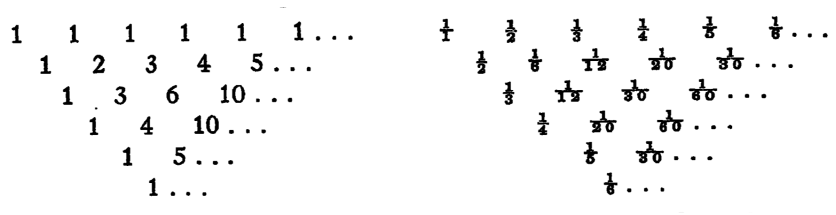


En la misma carta de Leibniz a James Bernoulli, Leibniz explica cómo Pascal muestra la similitud de los triángulos EDC y CBK. Este estudio de Pascal que se encuentra en el *Traité des sinus du quart de cercle* fue una inspiración determinante para la creación del cálculo infinitesimal:

> Leibniz dijo que en su lectura de este ejemplo en Pascal, de repente una luz vino sobre él y se percató de lo que Pascal no se había percatado: que la determinación de la tangente hacia una curva dependía del radio de las *diferencias* en las ordenadas y abscisas, ya que estas se volvían infinitamente pequeñas, y que la cuadratura dependía de la *suma* de las ordenadas, o rectángulos infinitamente pequeños, para intervalos infinitesimales en las abscisas. Además, las operaciones de suma y de búsqueda de diferencias eran mutuamente inversas (Boyer, 1949: 203).

Aparte de la cuadratura aritmética y de las series infinitas, para la creación del cálculo también jugó un papel importante el triángulo aritmético y el triángulo armónico de Pascal (Serfati, 2013: 73-74), los cuales son estudiados por Leibniz:

FIGURA 6: Triángulos aritmético y armónico de Pascal (Boyer, 1949: 204)



En el triángulo aritmético (izquierda), cada número es la suma del término que se encuentre arriba a su izquierda, junto con el término que se encuentre justo a su izquierda (por ejemplo, el 10 de la tercera fila empezando por abajo es la suma del 6 de la cuarta fila y del 4 de la fila tercera); y del mismo modo, cada elemento es la resta de los dos números que se encuentran inmediatamente bajo él. En el caso del triángulo armónico (derecha), ocurre lo mismo, sólo que la suma se realiza a la derecha en lugar de a la izquierda. Por ello, vemos que las operaciones de sumas y diferencias son problemas inversos. Es el mismo sentido que posee el método inverso de tangentes, analizado en el apartado 2.3.3. de esta tesis, en el que la diferencia de las ordenadas es el procedimiento inverso al de las cuadraturas, que depende de la suma de las ordenadas.

Como explica Boyer, mientras que en estos triángulos armónicos y algebraicos las diferencias y las sumas son finitas, en las curvas, tanto las sumas como diferencias de sus ordenadas son infinitas, por lo que las fórmulas que se aplican a los triángulos no sirven para los casos de curvas[10]. Es por ello que Leibniz necesita un nuevo método para determinar las sumas y las diferencias de los infinitesimales:

> Leibniz, para ello, emplea la simbología fx, o más adelante $fxdx$ para la suma de las x (o la integral de x, como la llamó más adelante sugerido por los hermanos Bernoulli). Y para las diferencias de x, escribió dx, aunque comenzó escribiendo $\frac{d}{x}$ como modo de implicar que se trataba de una «diferencia» bajando la dimensión de la cantidad (Boyer, 1949: 205).

[10] Otros trabajos de Leibniz sobre este asunto: GM 5: 108, 404-405.

La aritmética de los infinitos

En la correspondencia con Huygens, el cálculo infinitesimal es el hilo conductor que une todos los temas discutidos entre ellos. El cálculo abarca desde el desarrollo intelectual de Leibniz en las primeras cartas con las series infinitas y la cuadratura aritmética, hasta el intercambio del método inverso de tangentes con Fatio teniendo a Huygens como intermediario, pasando por el *analysis situs*, que es un análogo del cálculo en la geometría de situaciones, la descripción de la curva catenaria, y, por último, los temas mecánicos.

El germen del cálculo se encuentra ya en los primeros intercambios entre Leibniz y Huygens. Aunque la carta 1 está perdida, sabemos de su contenido gracias a las referencias que Leibniz hace a ella en su escrito *Accessio ad arithmeticam infinitorum*, o *Introducción a la aritmética de los infinitos*, escrito en 1672 Leibniz (2014); así como también en su *Historia et origo* (Leibniz, 2007: 598-610). En ambos textos Leibniz confirma que en esta primera carta informó a Huygens de que podía sumar toda la secuencia infinita de fracciones (carta 1, Leibniz 2007: 606). Este interés de Leibniz en sumar la serie infinita de fracciones llevó a Huygens a encomendar a su alumno la tarea de determinar la suma de la serie de los recíprocos de los números triangulares en la carta 1 (Costabel, 1978: 81 y ss.), como testimonia el *Accessio*, escrita en la misma época en la que esta primera carta tiene lugar, a finales de noviembre de 1672 (A II 1, n109: 344; Leibniz 2014: 53). Tal y como afirman los editores de la carta 1, no podemos saber si Leibniz dio por aviso de estos resultados por escrito a Huygens o si la transmisión de estos resultados solamente fueron realizados en el *Accessio*, aunque si algo está claro es que esta primera carta existió.

Por lo tanto, el *Accessio* es testigo de los primeros pasos de Leibniz no solamente en su formación matemática sino también en su relación con Huygens y su desarrollo de lo que más adelante será el cálculo infinitesimal y en los problemas de máximos y mínimos, problema que tantas implicaciones en mecánica y filosofía de la naturaleza tendrá. Este texto presenta tres temas capitales. El primero de ellos es introducir, como su propio título indica, su aritmética de los infinitos. El segundo tema, mostrar que el número último o número máximo no existe, así como el tercer tema, un intento de demostrar axiomas mediante definiciones, son tratados a en contraposición a Galileo en el capítulo 3.1. de esta tesis. De momento, nos centraremos en el primero de los temas, para el cual Leibniz tiene a Pascal como interlocutor e influencia principal a la hora de desarrollar sus series infinitas.

En el *Accessio*, Leibniz señala los estudios precedentes que han empujado esta ciencia de lo indivisible y lo infinito y que, por lo tanto, le influencian a la hora de desarrollarla: Arquímedes en *Dimensione Circuli* (Sobre la medida del círculo, alrededor del 250 a.C.), *Sphaera et Cylindro* (Sobre la esfera y el cilindro, alrededor del 225 a.C.) y en *Quadratura Parabolae* (La cuadratura de la parábola, principios del siglo III a.C.); Cavalieri con su *Geometria indivisibilibus continuorum quadam nova ratione promota* (Un nuevo método para el desarrollo de una nueva geometría de los indivisibles continuos, 1635); Galileo con sus *Discursos y demostraciones matemáticas, en torno a dos nuevas ciencias* (Discorsi et dimostrazione matematiche, intorno a due nouve scienze, última obra de Galileo, escrita en 1638); Wallis, probablemente refiriéndose a dos textos, su *Aritmética de los infinitos* (Arithmetica infinitorum, 1656) y su *Primera parte del trabajo de los matemáticos* (Operum mathematicorum pars altera, 1657); y James Gregory con su *Verdadera cuadratura del círculo y de la hipérbola* (Vera circuli et hyperbolae quadratura, 1667), tal y como afirma Raffo, traductor del texto (Leibniz, 2014: 52, nota 4). A esto añade Leibniz que debe surgir una nueva luz desde la ciencia de los indivisibles para que la geometría avance de un modo significativo.

La creatividad matemática de Leibniz queda patente en este estudio en el que no solamente resuelve el problema propuesto por Huygens, sino que va mucho más allá. Huygens le propone que busque la suma de una serie de fracciones cuyo numerador es 1 y el denominador los números triangulares $0^1, 1^2, 3^3, 6^4, 10^5, 15^6, 21^7, 28^8$, cuyo resultado es respectivamente 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, etc. Leibniz afirma que Huygens había encontrado por sí mismo el resultado en sus estudios sobre juegos de azar, y que independientemente Leibniz había llegado a la conclusión de que la suma es 2: $\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}+\frac{1}{21}+\frac{1}{28}+$ etc. = 2 (A II 1, n.109: 344; Leibniz 2014: 52). Y añade:

> Pero yo había hallado, con este mismo trabajo, un Método Universal para sumar series de fracciones o razones no solamente de la progresión de los [números] Triangulares, donde las diferencias de los términos son los números naturales, sino también de la Progresión de los Piramidales, como los llaman, donde las diferencias de los Términos son los números Triangulares, y de los Triangulo-Triangulares, donde las diferencias son los Piramidales, y de los Triangulo-Piramidales, donde las diferencias son los Triangulo-Triangulares, y de los Piramido-Piramidales, donde las diferencias entre los términos son los números Triangulo-Piramidales, y así sucesivamente. Examínese

la tabla adjunta (Leibniz 2014: 53-54, ver figura 7).

FIGURA 7: Progresiones de números triangulares, piramidales y triangulo-triangulares (AA II, I, n.109: 345)

Nullae	Unitates	Numeri Naturales	Triang.	Pyramid.	Triang. Triang.	Triang. Pyram.	Pyram. Pyram.	
0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	1	3	6	10	15	21	28	36
0	1	4	10	20	35	56	84	120
0	1	5	15	35	70	126	210	330
	1	6	21	56	126	252	462	792
		7	28	84	210	462	924	1716

Pascal había imprimido triángulos aritméticos de este tipo ya en *Traité du triangle arithmétique, avec quelques autres petits traitez sur la mesme matière* de 1665, estudio dedicado a estos triángulos aritméticos. Y en la siguiente carta, aunque data de dos años después, del verano de 1674, Leibniz presenta un resumen de las sumas en el triángulo armónico basándose en sus estudios sobre Pascal.

La cuadratura aritmética

La carta 2 es precursora de la cuadratura aritmética que envía Leibniz a Huygens en 1674, que es la carta 3, así como de otros textos posteriores, aunque de la época parisina, sobre la cuadratura aritmética (ver Knobloch 2002), puesto que en esta última presenta el resultado de la carta 2 sin presentar la prueba: afirma aquí Leibniz como resultado que si el diámetro del círculo es 1, la circunferencia sería $\frac{4}{1}$-$\frac{4}{3}$+$\frac{4}{5}$-$\frac{4}{7}$+$\frac{4}{9}$-$\frac{4}{11}$+$\frac{4}{13}$-$\frac{4}{15}$ *etc.*, resultado que difiere poco del resultado presente en la cuadratura aritmética, en el que estima que la circunferencia será la diferencia de dos progresiones armónicas $\frac{4}{1}$+$\frac{4}{5}$+$\frac{4}{9}$ etc. y $\frac{4}{3}$+$\frac{4}{7}$+$\frac{4}{11}$ etc. tal y como Leibniz explica en el escolio.

Tal y como dice Leibniz en la carta 3 (Leibniz, AA III, 1, n.39: 166), ha dado la progresión de la cuadratriz de la figura racional dada, y dice que mediante este método (utilizando las series infinitas), no solamente puede encontrar las cuadraturas de una infinidad de figuras, sino que además puede comparar figuras cuya naturaleza sea totalmente distinta, es decir, que se trata de un método general aplicable a otros casos distintos. A este método lo considera su «instrumento de Aritmética», con el que desea «llegar a un Método de determinar las sumas de todas las Progresiones por aproximaciones tan exactas como queramos; esto es, perfeccionar la Geometría y generalmente la Matemática para el uso de la vida» (Leibniz, carta 3; AA III, 1, n.39: 168). Para ello dice haberse valido de, entre otros, Brouncker, Huygens, Mercator, Wallis, así como de Fermat, Guldin y Heuraets, aunque poniendo prioridad en los dos primeros.

Este escrito de la cuadratura aritmética está formado por 10 proposiciones, un escolio y dos versiones de la conclusión añadida. Comienza Leibniz con el resultado expuesto en la carta 2 (es decir, que si el diámetro del círculo es 1 su cuadratura es igual a $\frac{4}{1}$-$\frac{4}{3}$+$\frac{4}{5}$-$\frac{4}{7}$+$\frac{4}{9}$-$\frac{4}{11}$+$\frac{4}{13}$-$\frac{4}{15}$ *etc.*) y va desgranando la prueba de ello con cada una de las proposiciones, para resumirlo en el escolio y presentar dos conclusiones diferentes. La primera redacción de la conclusión afirma que el procedimiento utilizado servirá para dar las aproximaciones más sencillas y exactas sin necesidad de extraer las raíces ni de realizar operaciones difíciles, lo cual será de utilidad para la aplicación de la Geometría a las ciencias físicas «visto que en el futuro todo el cálculo será extremadamente aligerado por mi instrumento de aritmética» (Leibniz, carta 3; AA III, 1, n.39: 167), es decir, su máquina calculadora o aritmética.

La redacción final de la conclusión es más completa, afirmando que mediante lo realizado se puede encontrar tanto las cuadraturas de infinidad de figuras como dar las sumas de sus series Cuadratrices, así como comparar figuras cuya naturaleza sea diferente.

> Y del mismo modo que Viète ha dado un Método para resolver todas las Ecuaciones aproximando los números tan exactamente como queramos, yo espero llegar a un Método de determinar las sumas de todas las Progresiones por aproximaciones tan exactas como queramos; esto es, perfeccionar la Geometría y generalmente la Matemática para el uso de la vida (Leibniz, carta 3; AA III, 1, n.39: 166-167)

Señalando, además, que el método utilizado en la cuadratura aritmética, llevado a su perfección «tendrá lugar de auxilio general para superar todo lo que hay de intratable en la Geometría, así como en Aritmética, al igual que es necesario para el uso de las ciencias subalternas» (Leibniz, carta 3; AA III, 1, n.39: 168).

Y termina con una afirmación que comprende todo el sentido del cálculo infinitesimal aplicado a la cuadratura aritmética:

> Las demostraciones superan la prueba de un examen riguroso, suponiendo esto que tantos otros han hecho ver, que un número infinito de rectángulos de una latitud infinitamente pequeña y cuya longitud es la ordenada de la figura, es igual a la figura misma (Leibniz, carta 3; AA III, 1, n.39: 169)

En la respuesta de Huygens, éste afirma en la carta 4 que cree que puede hallarse un número racional equivalente a la serie infinita presentada por Leibniz, por lo que en su opinión podría lograrse la cuadratura del círculo, en contraposición a la visión de Leibniz de que no es necesario presentar esta suma final, puesto que los infinitos lados que representan el círculo presentan la misma cantidad de área que el círculo en sí, aunque no sea de un modo estricto. Leibniz no afirma en este momento si cree que dicha suma es posible o no, es decir, si podemos encontrar el número π y si podemos representar el círculo perfecto mediante una figura compuesta por lados finitos, pero en principio no es necesario una vez que tenemos la suma de sus series, ya que son suficientes. Pero a pesar de ello afirma Huygens que «incluso cuando la imposibilidad fuese insuperable en la que nos ocupa, no dejaría usted de haber encontrado una propiedad del círculo muy remarcable y que será célebre siempre entre los geómetras» (Huygens, carta 4; AA III, 1, n.40: 170).

A pesar de esa diferencia, la respuesta de Huygens es muy positiva. Afirma encontrar el tratado «muy bello y logrado», y en su opinión «no es poco el haber descubierto, en un problema que ha ejercitado tantos espíritus, una visión nueva que parece dar alguna esperanza de alcanzar su solución verdadera» (Huygens, carta 4; AA III, 1, n.40: 171).

Si vamos a la carta 5, nos encontramos con que se trata de un texto que no se ha conservado en el que Leibniz envía a Huygens un manuscrito sobre ecuaciones tratadas con un método similar al de las fórmulas de Cardano según señalan los editores de la edición AA (Leibniz, carta 5; AA III, 1, n.44: 181).

Más adelante Leibniz envía en la carta 6 a Huygens al menos dos artículos compuestos en base a los textos que estudiaba en esa época, como evidencian las cartas anteriores, sin dejar de recordar que es este momento cuando Leibniz los está estudiando en profundidad por primera vez. Estos artículos son *De resolutionibus aequatium cubicarum triradicalium* y *De bisectione laterum* (cuyo título original es *De sectione potestam*), así como información sobre la máquina aritmética (Leibniz, carta 6; AA III, 1, n.57: 269-270).

En la carta 7, Leibniz hace llegar a Huygens «el libro de Bombelli del que le he hablado», refiriéndose a *L'algebra*, su magna obra, publicada en 1572. En ella Bombelli trata el problema de las raíces imaginarias, es decir, las raíces de un número negativo. El nombre de *imaginarios* se le aplicó porque no se conocían casos reales de la existencia de estos números. Debemos tener en cuenta, además, que en el siglo XVI todavía se consideraban una aberración los números negativos por no tener una representación geométrica, lo cual cambia con la aparición los sistemas de coordenadas cartesianos. Y si los números negativos se consideraban un absurdo, las raíces de números negativos no eran menos, ya que no podían presentar ninguna solución posible. Hasta tal punto es así que Cardano abandonaba algunos de los resultados que su método conseguía dilucidar para resolver las ecuaciones de tercer grado. Este método de Cardano permitía que las ecuaciones con forma $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ (con la aplicación de la fórmula $x = z - \frac{b}{3}$), se llegase a $y^3 + pz + q = 0$. Una vez tenemos la ecuación con esa forma, la solución sería la siguiente:

$$z = \sqrt[3]{\frac{-q + \sqrt{\Delta}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{-q - \sqrt{\Delta}}{2}}$$

U otro ejemplo, que es el siguiente: si tomamos el caso de la ecuación $x^3 - 15x = 4$, cuya solución se encuentra que sencillamente puede ser $x = 4$, si le aplicamos la fórmula de Cardano, obtenemos el siguiente resultado:

$$\sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} - \sqrt[3]{-2 + \sqrt{-121}}$$

Dificultad ante la cual Cardano se detiene debido a la existencia de raíces negativas, y no es hasta 1572 cuando Bombelli cuando ofrece una solución a este problema en *L'algebra*. En él, Bombelli afirma que debemos utilizar los números imaginarios para solucionar este problema. Para ello, identifica $\sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}}$ con $2 + \sqrt{-1}$, y del mismo modo $\sqrt[3]{-2 + \sqrt{-121}}$ con $-2 + \sqrt{-1}$. El siguiente paso es volver a la ecuación encontrada por Cardano, anteriormente expuesta, esto es,

$$\sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} - \sqrt[3]{-2 + \sqrt{-121}}$$

Con la que Bombelli obtiene:

$$x = (2+\sqrt{-1}) - (-2+\sqrt{-1}) = 4$$

De este modo, queda solucionado el problema original de Cardano, aunque la importancia no radica en encontrar la solución al problema, ya que vemos que Cardano sabía que la solución es $x = 4$, sino en que se demuestra que formalmente la fórmula de Cardano tiene sentido incluso cuando aparecen raíces irracionales. Es precisamente esto lo que Leibniz discute con Huygens en estos textos, incluso adjuntando Leibniz el mismo libro de Bombelli, quien en *L'algebra* afirma también tener una demostración de esto mediante geometría, pero sin presentarla, solamente probando la ecuación matemáticamente.

Leibniz deduce de este estudio de Cardano y Bombelli, en la carta 7, varias proposiciones que enumera y entre las que se encuentra (1) que las fórmulas de Cardano son siempre verdaderas, ya presenten raíces positivas o negativas; (2) que su fórmula permite solucionar cualquier ecuación de tercer grado; (3) que se pueden formar las raíces compuestas no de todos los grados par que tienen imaginarios; (4) afirma Leibniz del mismo modo que él demuestra que toca ecuación cúbica que puede ser deprimida contiene una raíz racional cuando la ecuación es puesta en términos racionales; (5) que toda ecuación cúbica es posible; (6) que ha sido finalmente levantado el obstáculo para resolver ecuaciones con raíces irracionales y que no hay otro camino que el propuesto por Bombelli; (7) así como que una vez encontradas las raíces irracionales de las ecuaciones, todos los problemas que pueden ser reducidos a una ecuación vuelven siempre a dos problemas de geometría, a saber, la sección del ángulo y la razón de éste último, a lo que añade Leibniz, «entiendo por la sección de la razón, o si usted lo prefiere, los logaritmos, que responden en algún modo a los arcos, la extracción de las raíces» (Leibniz, carta 7; AA III, 1, n.61: 278).

Las proposiciones que Leibniz numera como 8 y 9 son en las que principalmente Huygens se centrará en su respuesta. En la 8, Leibniz afirma que pretende dar una «sección de potencias» y una «tabla de teoremas» que puede ser continuada hasta el infinito, la cual promete resolver cualquier ecuación aún con cantidades irracionales, la cual afirma Leibniz que Huygens ha visto. Mientras que en la proposición 9 Leibniz afirma que esta es la primera vez que se da la solución a cualquier ecuación *indeprimable* (es decir, que no puede ser deprimida) por las irracionales de su propio grado.

Esta tabla de teoremas y sección de potencias de la cual no tenemos el ejemplo en esta carta, es explicada por Scriba:

> Esto muestra que la idea de Leibniz era preparar una serie de tablas de funciones junto con sus derivativas, como las llamaríamos hoy. Esta tabla nos diría qué funciones aparecen como derivativas de las curvas comunes como el círculo, elipse, hipérbole, parábola, cicloide, tractrix, etc., y serviría, a la vez, como una tabla de integrales útil para lidiar con cuadraturas, rectificaciones y problemas inversos de tangente. Por lo tanto, Leibniz, que solamente acababa de poner el pie en nuevos territorios y estaba aprendiendo a caminar, ya había concebido el plan de inspeccionar el nuevo territorio (Scriba, 1963: 114).

Y como proposición 10, Leibniz propone la finalidad que presenta en toda esta carta 7, que no es otra que presentar dos inventos concretos: el primero, un método para extraer en números reales (o aproximados) las raíces de los binomios, aunque tengan raíces imaginarias; y segundo, el compás de las ecuaciones, un instrumento o máquina al modo de la máquina aritmética que Leibniz plantea y que sin la necesidad de ningún tipo de cálculo dará todas las raíces de cualquier ecuación que tenga cualquier grado y de cualquier fórmula de un grado dado, ya sea mediante el método geométrico (es decir, dado en líneas) o mediante el método aritmético (es decir, dado en números). «Parece que después de este instrumento no hay casi más nada que desear para el uso que el Álgebra puede o podrá tener en la mecánica y en la práctica», añade después Leibniz.

Leibniz, al final de esta carta, no deja de insistir en que las construcciones, con este nuevo método instrumento o máquina que plantea «se hacen sin cálculo», tras afirmar que ha «tenido el placer de encontrar el camino que la naturaleza parece haber hecho intencionalmente» tras recordar a los antiguos y a Descartes, de quien dice que necesita tantos instrumentos como problemas propuestos (Leibniz, carta 7; AA III, 1, n.61: 280).

Para terminar, afirma Leibniz a Huygens que es él quien le anima a publicar estos pensamientos y otros que Huygens ha visto hace tiempo, refiriéndose a la cuadratura aritmética que en estos momentos Leibniz prepara en el escrito *Prefacio al opúsculo sobre la cuadratura aritmética del círculo* (1675), escrita a mediados de septiembre de 1675, en la misma fecha que esta carta 7. También afirma Leibniz que de ser positiva la respuesta de Huygens, seguirá trabajando en estos asuntos «de buena gana».

La respuesta de Huygens en la carta 8 (AA III, 1, n.62: 281-284) es positiva. Primeramente, afirma Huygens que ha tenido que dedicar mucho tiempo para estudiar la carta de Leibniz, y que Leibniz pretende dar algo muy importante que todavía nadie ha dado, como es la solución para las raíces de quinto grado. Reconoce además que Leibniz ha ido más allá que Bombelli al señalar que incluso cuando no se pueden extraer las raíces de los binomios, sus raíces no dejan de resultar en cantidades reales, pero que a fin de que ello sea de utilidad, es necesario que Leibniz presente el método que promete para extraer las raíces de estos binomios tanto en los casos que son extraíbles como en aquellos que no se les puede tener más que por aproximación.

A ello Huygens añade una observacion importante:

> La observación que usted hace respecto a las raíces inextraíbles, y con las cantidades imaginarias que sin embargo adjuntadas juntas componen una cantidad real, es sorprendente y totalmente nuevo. No se habría creído jamás que $\sqrt{1+\sqrt{-3}}+\sqrt{1-\sqrt{-3}}$ haga $\sqrt{6}$, y hay algo ahí escondido que nos es incomprensible (Huygens, carta 8; AA III, 1, n.62: 284)

Con la última frase parece Huygens apelar a que el funcionamiento de estos métodos matemáticos todavía parece velado, y que Leibniz poco a poco va descubriendo los misterios de aquello que las matemáticas son capaces de expresar y representar, como es el caso de los llamados números imaginarios. Parece Leibniz estar desvelando poco a poco ese «camino que la naturaleza parece haber hecho intencionalmente» que muestra que las matemáticas, aunque ideales, no dejan de ser una analogía de la naturaleza de la cual la mayoría de predicamentos todavía nos son ocultos. Y termina Huygens afirmando que el instrumento que promete Leibniz en la carta 7 es bello y que le cree capaz de crearlo, pues ya ha demostrado Leibniz sus extraordinarias habilidades con la máquina aritmética. A pesar de que en el borrador Huygens afirma que dicho instrumento debe ser «de muy difícil construcción» (Huygens, carta 8; AA III, 1, n.62: 283).

En las siguientes cartas inmediatas, no se tratan estos asuntos: en la carta 9 Huygens reenvía a Leibniz una hoja de sus escritos que se había quedado por descuido, mientras que la carta 10, carta que se encuentra perdida, es una petición de Leibniz para que Huygens le ayude a ser miembro con salario de la *Académie des sciences*, algo que tratamos en el capítulo 2.2.3 de esta tesis.

Desarrollos en Hannover

En la carta 12, ya en 1679 (tres años después de la carta 11 y de que dejase París por Hannover), Leibniz habla que ha dejado la cuadratura aritmética en París para que sea imprimida, y que ha avanzado en su método para las cuadraturas, el método inverso de tangentes, las raíces irracionales de las ecuaciones y la aritmética de Diofanto (Leibniz, carta 12; AA III, 2, n.246: 840-850). Pero no solamente eso, sino que avanza que está desarrollando unas tablas que Leibniz explica del siguiente modo:

> Y no temo decir que hay un medio de avanzar el Álgebra más allá de lo que Viète y Descartes nos han dejado, al igual que Viète y Descartes sobrepasaron a los antiguos. Mas como estos Métodos generales llevan ordinariamente a grandes cálculos, mientras que las condiciones del problema no proporcionan ninguna dirección concreta, proyecto un medio para abreviarlas. Hablo de ciertas Tablas con las que se podría calcular con letras y que serían tan importantes en Álgebra como las Tablas de Senos y de los Logaritmos son en el cálculo ordinario: es más, no serían difícil de hacer, pues se encontrarían en poco tiempo las progresiones. Si estas tablas estuviesen hechas, se encontrarían la mayoría de las operaciones de álgebra; y si se les uniese a los métodos que tengo, quedaría poco que hacer en esta materia (Leibniz, carta 12; AA III, 2, n.246: 845).

Estas tablas que Leibniz pretende crear son referenciadas de nuevo en la carta 13, escrita también por Leibniz y enviada a Huygens antes de recibir respuesta de éste. Entre la carta 12 y la 13 solamente un mes de diferencia, con lo que se puede comprobar la urgencia con la que Leibniz escribe (recordemos que estas cartas son enviadas para conseguir un puesto de trabajo en la *Académie des sciences*: ver apartado 2.2.3.). En este caso Leibniz hace referencia a las tablas como útiles para afrontar una discusión con Tschirnhaus sobre la forma de llegar a las raíces de las ecuaciones, e insiste Leibniz en que estas tablas no serán menos importantes en álgebra que las tablas de senos en geometría (carta 13).

Huygens responde a estas cartas en la número 14, escrita a finales de noviembre de 1679. Esta carta presenta la primera respuesta de Huygens al *analysis situs* enviado por Leibniz en el adjunto de la carta 12, y resumido de nuevo en la carta 13. Como explico en el capítulo 2.2.3., aquí Leibniz presenta con poca elegancia todos los métodos que posee en el momento para su solicitud de membresía en la *Académie des sciences*, por lo que Huygens confunde el cálculo con el *analysis situs* y otros, como el método inverso de tangentes, ante lo cual se muestra incrédulo e incluso estupefacto, pues se encuentra con una maraña de cuestiones que vienen de un ya gran matemático. Por ello Huygens afirma:

> Voy a suplicarle solamente que la grandeza de las cosas que usted busca no le haga diferir de darnos aquellas que usted ya ha encontrado, como esta cuadratura aritmética y eso que usted ha descubierto para las raíces de las ecuaciones que van más allá del cubo, si usted mismo está satisfecho (Huygens, carta 14; AA III, 2, n.359: 889).

Si atendemos a las fechas de estas cartas, veremos que Leibniz responde a la carta 14 de Huygens nada más recibirla, lo cual es una nueva muestra de la urgencia que presenta en su empresa. Si la carta 14 es enviada a finales de noviembre, Leibniz escribe la siguiente a principios de diciembre (ambas fechas relativas al calendario gregoriano). En esta carta Leibniz intenta enderezar la mezcla de temas que ha ocasionado en las cartas 12 y 13. Afirma primeramente que las raíces irracionales y el método de Diofanto no tiene nada en común con la característica geométrica (es decir, el *analysis situs*), que éste es un asunto ya terminado. También señala que es otro asunto diferente las tablas que planea para aliviar el cálculo algebraico incluso en ecuaciones de quinto grado. Y además señala sus avances respecto a las cuadraturas y el método inverso de tangentes:

> Las cuadraturas y las figuras cuyas propiedades de las tangentes son dadas demandan una manera de cálculo completamente particular, del cual tengo ensayos curiosos; y he encontrado por éste una regla para las tangentes *ex data* figura que pasa infinitamente los métodos conocidos. Sea una ecuación cualquiera que exprese la relación de las ordenadas y a las abscisas x, por ejemplo $\sqrt[2]{x^2+by^2} + \sqrt[2]{x^2+c^3} etc.\ aequ.[=]\sqrt{dx^4+ex^2y^2} + \sqrt[5]{f^2y^2x+g^2y^3} etc.$ o alguna otra que moleste como se quiera, puedo encontrar las tangentes sin quitar las irracionales ni las fracciones (si hay algunas que guarden x o y) de la ecuación (Leibniz, carta 15; AA III, 2, n.361: 897-898).

Por ultimo, respecto a estos asuntos, afirma que ha guardado su *Cuadratura Aritmética* para que sea publicada por la *Académie des sciences*. De este modo, termina estos asuntos en esta carta afirmando que quizá este tratado pueda merecer estar a la altura de otros tratados importantes que la *Académie* ha hecho imprimir (Leibniz, carta 15; AA III, 2, n.361: 892-904). De este modo, en la respuesta de Huygens, en la carta 17, enviada a principios de enero de 1680, Huygens no hace ninguna relación al cálculo infinitesimal de Leibniz. Ya no habrá comentarios de Huygens sobre esto hasta la segunda etapa.

En la carta 18, sin embargo, la última de esta etapa y que quedará sin respuesta por parte de Huygens, Leibniz insiste con los temas relacionados con el cálculo infinitesimal. Comienza la carta diciendo que añade un artículo para que sea analizado por Huygens y le dé su opinión, en el que expresa su método de las rectas tangentes a una curva, es decir, lo que más adelante conoceremos por método inverso de tangentes, en los que Leibniz presenta sus avances en este asunto. El artículo adjunto lo llama Leibniz *Specimen Methodi meae de Maximis et Minimis*, y fue ha sido publicado tanto en AA como en GM 2: 38, en este último caso bajo el título *Specimen utilitatis Methodi novae Tangentium sive de maximis et minimis*, que no es otra cosa que un primer acercamiento al problema inverso de las tangentes, que se trata en el capítulo 2.3.3. de esta tesis y que supone una de las aplicaciones del cálculo infinitesimal.

Conclusiones e implicaciones filosóficas

La clave para comprender la importancia filosófica del cálculo infinitesimal leibniziano es el siguiente. El sistema filosófico propuesto por Leibniz se fundamenta en una continuidad que es análoga entre disciplinas y en cuanto a los casos particulares. Es decir, hay una continuidad entre la física y la metafísica del mismo modo que existe una continuidad en el mundo empírico.

En el caso concreto de las matemáticas, Leibniz afirma en muchos lugares que el infinitésimo es un ideal útil para resolver las ecuaciones y avanzar en el cálculo, pero que no tiene un reflejo real en el mundo de la materia, ya que la materia es continua. Pero, a su vez, este infinitesimal es una forma de expresar la sustancia simple (no ideal sino real), lo cual se explica de la siguiente manera: la sustancia leibniziana, es decir, la mónada, está caracterizada en su *dynamis* interna, es decir, la identidad sustancial de la mónada incluye el *conatus* que permite que la sustancia se mueva o navegue, a través del mar de la continuidad, atravesando en la práctica el devenir fenoménico.

La mónada, por tanto, supera continuamente el infinitésimo espacial, el cual no existe, pero que podemos entender como la parte más pequeña espacial que podamos aprehender o incluso que podamos imaginarnos. De ese módo, el infinitésimo permite superar el infinito matemático del mismo modo que el conato permite que la mónada navegue por el «laberinto del continuo» como si estuviese pasando de infinitésimo en infinitésimo. Bernardino Orio de Miguel pone nombre a esta relación existente entre el conato y el infinitésimo al decir que son términos equipotentes:

> Dicho en los terminos de los parágrafos precedentes, el conatus o embrión inextenso de actividad mundana y el infinitésimo o diferencial ideal del cálculo son dos conceptos distintos, en niveles distintos, pero equipotentes; ambos se circularizan para expresar, cada uno en su lenguaje, la misma realidad: la infinita actividad del mundo (Orio de Miguel, 2007: 31).

¿Significa eso que lo plural sólo puede expresarse a través de la unidad sustancial? Leibniz parece comprenderlo de ese modo. Podemos poner otro ejemplo que proviene directamente de las palabras de Leibniz:

> Los matemáticos no necesitan en absoluto las discusiones metafísicas, ni complicarse con la existencia real de los puntos, de los indivisibles, de los infinitamente pequeños, y de los infinitos propiamente dichos... A los matemáticos les basta, para el rigor de sus demostraciones, con tomar, en lugar de las magnitudes infinitamente pequeñas, otras tan pequeñas como sea necesario, para mostrar que el error es menor que cualquiera que algún adversario quisiera asignarle, y por consiguiente, que no sería posible asignarle ninguno, de suerte que aun cuando los infinitamente pequeños exactos, que terminarían la disminución de las asignaciones, no fueran más que como las raíces imaginarias, ello no perjudicaría en absoluto al cálculo infinitesimal, o a las diferencias y las sumas que yo he propuesto, y que excelentes matemáticos han cultivado tan provechosamente, y donde nadie podría perderse, a no ser por falta de entendimiento o por falta de aplicación, puesto que tiene en sí mismo su demostración (Leibniz citado por De Mora Charles 2012: 213).

Como hemos dicho, el cálculo infinitesimal ofrece por un lado un modelo matemático de actuación en otras disciplinas, como en metafísica, expresado mediante la unión de lo plural. Es decir, el cálculo infinitesimal ofrece un modelo cognoscitivo tanto metafísico (a la hora de comprender el funcionamiento de las leyes naturales, mediante la unificación de los fenómenos y mediante la superación de aparentes contradicciones –puesto que el infinito podría verse como una contradicción, pues no puede darse en lo físico–), como ontológico, pues la unión de lo plural puede comprobarse en Leibniz en su teoría de las mónadas como átomos metafísicos. Estos átomos metafísicos como substancias son la unión de lo disperso (los átomos físicos que forman nuestros cuerpos), pudiendo de este modo explicar la naturaleza material más allá de lo corpóreo (Arana, 1991: 66-67).

Por ello el cálculo ejerce, para Leibniz, una analogía clara con su epistemología. Hemos dicho que en la modernidad, sobre todo a partir de Descartes y su *Método*, la matemática fue el modelo a seguir en la metafísica, como fuente de verdades: la filosofía debería seguir para Descartes el mismo proceder que la matemática para alcanzar verdades. En Leibniz, sin embargo, aunque hay subordinación a las verdades analíticas de las matemáticas, su filosofía no depende del método matemático. Más bien, las verdades filosóficas son verdades no deduciéndose del modelo matemático, sino que son verdades *al igual que* lo son en el modelo matemático. Por tanto, Leibniz no deduce verdades filosóficas como las matemáticas, sino que las verdades matemáticas le confirman las verdades filosóficas.

Es por ello que Leibniz se plantea que la diferencia entre las verdades necesarias y las verdades contingentes son similares al problema de las series infinitas. Las verdades necesarias son analíticas, de modo que su negación implica contradicción, y éstas, llevadas al extremo derivan en una ecuación idéntica. Sin embargo, las verdades contingentes son de tal modo que su negación no implica contradicción y que ofrecen verdades que pueden ser comprobadas no *a priori* (como sí se pueden demostrar las verdades analíticas) sino *a posteriori*, por lo que su análisis es infinito y nunca se alcanza una demostración última (OFC 2: 214). Dice Leibniz que esto es similar a una serie infinita de números, que sólo podrá representarse por un número irracional, algo que sólo puede ser propiamente aprehendido por Dios. Nosotros, nos contentamos con representarlo, aunque sea imposible comprender un número irracional.

2.2.2. El *analysis situs* y la búsqueda de una característica geométrica

Introducción

Una de las obsesiones de Leibniz a lo largo de toda su carrera, como se puede observar en el capítulo dedicado al cálculo, es mejorar los métodos generales que tanto antiguos como modernos han ido presentando a lo largo de los años en matemáticas y en geometría. En ese sentido, Euclides y Descartes son dos figuras a cuyos métodos Leibniz desea superar: siempre busca Leibniz los métodos más cómodos y sencillos para aliviar la mente, y para presentar un método fundamentado desde la base, y por tanto cree que hay que ir más allá de Euclides, por ejemplo, pues cree que sus axiomas son de hecho demostrables. Por tanto, el presentar una geometría que mejore a la de estas dos figuras es una de las finalidades claras de Leibniz durante el desarrollo de su *corpus*.

En este sentido, la matemática es una herramienta que sirve, entre otras cosas, para la recreación, representación y comprensión de fenómenos físicos mediante el uso de magnitudes. Pero puesto que la matemática no hace referencia al espacio en sí, sino que sitúa los fenómenos representados en un espacio ideal, los métodos puramente matemáticos darían una solución parcial al problema de cómo representar la realidad. Por ello, la conjunción de matemáticas y geometría es esencial, pero además es necesario un estudio del *situs* (espacio) que se una al estudio de las magnitudes que presenta la aritmética para hacer una referencia real y directa a diferentes fenómenos. El intento por resolver esta importante cuestión es el llamado *analysis situs*.

Leibniz presenta un acercamiento al estudio serio de la situación, aunque de desarrollo algo confuso. Empecemos diciendo que Leibniz se refiere a este estudio con una variedad de nombres entre los que se encuentran *analysis situs*, característica geométrica, geometría *situs*, característica *situs*, análisis geométrico, *speciosa situs* (Echeverría, 1995: 7). Este es uno de los hechos por los cuales más adelante Huygens confunde el *analysis situs* con el cálculo infinitesimal. El hecho de utilizar nombres diferentes para referirse al *analysis situs* (en la correspondencia usa al menos «*analysis situs*» y «característica geométrica») no facilita a Huygens comprender de qué está hablando, en ese sentido es normal que Huygens lo confundiese con el cálculo infinitesimal al que Leibniz a veces se refiere, de hecho, como análisis. Esta no es la única vez que Leibniz utiliza una multitud de términos distintos para referirse a una misma cosa. Esto le ocurrió también con el «principio de razón suficiente», al cual se ha referido Leibniz a lo largo de su *corpus* como con unas 90 nombres distintos (ver Nicolás 1993).

A esto hay que añadir que Leibniz no publicó en vida nada referente al *analysis situs* y tras la primera etapa de la correspondencia no volvió a discutirlo con Huygens, con lo que Huygens carecía de una referencia clara a la que acudir. En el caso del cálculo infinitesimal, por ejemplo, el cual Huygens tampoco entendió, al menos Leibniz siguió desarrollándolo y publicándolo en las AE, aparte de que consiguió que jóvenes matemáticos como los hermanos Bernoulli o el Marqués de L'Hôpital se convirtiesen al cálculo, con lo que Huygens acabó rindiéndose a la evidencia de la utilidad del cálculo y acabó estudiándolo. El *analysis situs*, sin embargo, tras abandonarlo, Leibniz no lo volvió a retomar (y aun así, muy brevemente) hasta 1692. A pesar de ello, algunos seguidores de Leibniz conocían el *analysis situs*, pues Wolff, Bilfinger, Baumgarten, y otros lo nombran. En este sentido, la suerte del *analysis situs* tras el fallecimiento de Huygens está bien explicada por Javier Echeverría en (Echeverría, 1995: 42-43).

Si atendemos a la presencia del *analysis situs* en las cartas con Huygens, vemos que la carta 12, donde Leibniz envía a Huygens este método, se publica por primera vez en Huygens (1833). Esta edición tuvo mucho éxito entre los matemáticos, hasta tal punto que la Sociedad Jablonowski convocó un concurso con el objeto de desarrollar las ideas geométricas de Leibniz, concurso que ganó un matemático llamado Grassmann en 1846 y que supone la primera recepción de la geometría de situación de Leibniz (Couturat, 1985: 529). Cabe destacar el análisis de Echeverría sobre el proceso de publicación de estos textos, así como de lo difícil que ha sido que nos hayan llegado (Echeverría, 1995: 8-10). Su conclusión es que la edición de la Akademie es la más completa, aunque aparece descontextualizada con respecto a los estudios geométricos de Leibniz, y la edición de *La caractéristique géométrie* Leibniz (1995) cubre parte de esta descontextualización.

Características y orígenes del *analysis situs*

El *analysis situs* es un método formal que mediante símbolos pretende expresar relaciones de espacio, de posición de objetos o cuerpos. De este modo, mediante el *analysis situs* pueden expresarse figuras o características geométricas (un círculo, un rectángulo, una recta, un punto) de un modo diferente a la geometría analítica.

Al igual que Pascal fue una figura esencial para el desarrollo del cálculo, siendo uno de los fundamentos clave para su creación, también tuvo influencia en la creación del *analysis situs*. Dice Echeverría que el fragmento *De l'esprit géométrique* de Pascal tiene una importancia capital para la creación del *analysis situs*, pues ya encontramos en ella algunas de las nociones que utilizará Leibniz, como por ejemplo la expresión *situs punctum* (Echeverría, 1995: 13).

Echeverría defiende que Leibniz leyó a Pascal en 1675-1676, aunque hay evidencias de que leyó a Pascal antes, en la época de 1673-1674, al menos los textos que impulsaron a Leibniz en la creación del cálculo infinitesimal que hemos señalado en el apartado del cálculo. De hecho, Pascal es nombrado por Leibniz en 1674, en la carta 2. Lo que no es seguro es que Leibniz ya hubiese leído en 1674 el *De l'esprit géométrique*, pero en caso afirmativo ello conlleva dos posibilidades: o que tuviese la idea incubando al menos dos años hasta empezar a desarrollar el *analysis situs* alrededor de 1676, o que otros desarrollos, como el del cálculo infinitesimal, empujasen en 1676 a Leibniz a desarrollar el *analysis situs* a pesar de que el texto de influencia hubiese sido leído en 1674. Lo que sí está claro es que los primeros manuscritos de Leibniz que hacen mención de este proyecto son de enero de 1676, poco antes de dejar París. Es por eso que dice Echeverría que la época de lectura en 1675-1676 de Pascal fue una influencia clara.

La idea de Leibniz de que los axiomas euclidianos eran reducibles a proposiciones demostrables, y por lo tanto que Euclides no había llevado al fondo sus proposiciones, tenían precursores. Como explica Vincenzo de Risi, Barrow realizó una edición en 1655 de los elementos de Euclides en la que reduce los axiomas a cálculo algebraico. Del mismo modo, Hobbes en *De corpore* (Hobbes, 2000) escrito alrededor de 1670, obra que influencia el desarrollo matemático de Leibniz (Goldenbaum & Jesseph, 2008: 55-56), «remata» estos asuntos en su capítulo 20. Y finalmente, en 1685, Wallis en su *Álgebra*, obra comentada por Leibniz y Huygens en la correspondencia, redujo el libro V de los Elementos de Euclides a puro cálculo (De Risi, 2007: 6).

Vemos que el pensamiento de Leibniz de demostrar lo que en Euclides son axiomas se encuentra presente en textos de su juventud, aunque no en textos de geometría. En un trabajo titulado *Nova methodus discendae docendaeque jurisprodentiae* (Nuevo método de aprendizaje y enseñanza de la jurisprudencia), escrito por Leibniz durante el viaje de su mudanza de Maguncia a Frankfurt en 1667 y que dedicó al elector Schönborn con la idea de conseguir un puesto remunerado en su corte, Leibniz, hablando sobre el estudio y aprendizaje de la jurisprudencia, proponía que el arte del juicio se reduce en dos reglas: (1) No aceptar ningún término sin definición y (2) no aceptar ninguna proposición sin demostración (Aiton, 1992: 50). Vemos que esta idea es aquí trasladada a la geometría.

Encontramos también en el *analysis situs* otra de los intereses de Leibniz, que es la búsqueda de una notación adecuada que sea capaz no sólo de representar el espacio mediante el *analysis situs*, sino que además sea un tipo de notación fértil en el sentido de que permita el avance de la herramienta (por ejemplo, que permita representar no solamente figuras sencillas sino también cuerpos todo lo complejos que podamos imaginar). En este sentido, una notación adecuada es necesaria, por tanto, para poder manejar y comprender el espacio, de modo que podamos usarlo como método para representar y realizar máquinas sin esfuerzo.

Siguiendo la finalidad del *analysis situs*, conocer las relaciones entre los objetos geométricos no es otra cosa que conocer el mundo fenoménico en el que vivimos. En consecuencia, las relaciones entre objetos nos enseñan, al modo de una analogía, también cómo deben ser las relaciones monádicas. Y para este *analysis situs* Leibniz necesita superar la geometría euclidiana, la cual no ofrece las verdades que están en relación con el mundo fenoménico y que muestran el funcionamiento y forma de relación entre mónadas, sino que se refieren a un plano geométrico ideal. En este sentido, Euclides presupone los axiomas, como por ejemplo la igualdad de los ángulos rectos, pero Leibniz necesita un sistema que los demuestre, y por ello se lanza a demostrar los axiomas Euclidianos y también cree que son traducibles a un cálculo de símbolos (Echeverría 1995: 13; ver también el capítulo 3.1 de esta tesis).

Una de las principales consecuencias del *analysis situs*, es el desprendimiento de la visión absolutista de las relaciones de cuerpos en el espacio imperante en el siglo XVII, llegando a influir a figuras capitales de la física como Albert Einstein, influencia que le llevó a fusionar el espacio con el tiempo y a alcanzar ideas como que «hay tantos tiempos como *medidas* de tiempo» (Rioja, 2016: 36). Del mismo modo, su idea de un espacio relativo, en el que los objetos no están situados en un plano espacial sino en una relación situacional entre ellos, está influenciada por el *analysis situs* (De Risi, 2007: 3).

Lo que muestra este interés de Leibniz en una nueva geometría de situaciones que va más allá de la mera algebrización de los elementos de Euclides (realizada por Wallis por ejemplo) es que su finalidad está situada más allá de las matemáticas. El *analysis situs*, al promover una visión relativista de la relación espacial de los cuerpos, está proponiendo una visión filosófica del mundo que está íntimamente unida con la observación de los fenómenos empíricos, pero que no parte de estos últimos, sino de la cosmovisión filosófica que Leibniz posee.

> Los antiguos parecen haber reconocido y poseído un análisis tal propio a la Geometría, ya que en sus trabajos creo que puedo ver algunos vestigios de ello, concretamente una Álgebra en la que los números no son el tema. Ciertamente, es por este arte que ellos desdoblaron esas proposiciones (de otro modo, entonces no las habríamos tenido durante tanto tiempo) lo cual sólo con dificultad podríamos encontrar usando nuestros métodos modernos. Creo que he logrado y descubierto el fundamento de los primeros rasgos de este arte, con el que (una vez que hayamos encontrado la simbología adecuada y establecido algunos principios) podemos obtener todo lo demás por una imitación de cálculo, y sin necesidad de seguir las líneas con nuestra imaginación - un resultado que no estoy seguro de que los Antiguos hayan logrado (Leibniz citado por De Risi 2007: 25).

El *analysis situs* antes de la carta 12

Echeverría señala 4 fases de la creación del *analysis situs*: (1) La lectura de Euclides y de otros geómetras para examinar sus axiomas y definiciones. (2) Análisis de definiciones disponibles de los objetos, de las relaciones y de las figuras geométricas, con la finalidad de encontrar definiciones más generales y mejores. (3) Introducción de los caracteres. Y (4), Demostración de la manera combinatoria, es decir, de calcular. En esta fase su finalidad es obtener definiciones, teoremas, en definitiva demostraciones *puramente combinatorias* (Echeverría, 1995: 16-18). Estas fases tienen lugar en los años anteriores a 1679, momento en el que presenta el primer escrito sobre el *analysis situs* a Huygens (es decir, la carta 12), siendo además la primera vez que el escrito no se queda en borradores, sino que es formalizado en un texto con pretensión de que se sea leído, en este caso, por Huygens.

El texto sobre el *analysis situs* es enviado por Leibniz el 8/18 de septiembre de 1679. Pero es durante 1679 cuando Leibniz ha afianzado los conceptos que en el escrito se utilizan, como el de *situs*, *via*, *tractus* y *congruencia* como base para esta nueva geometría. Partiendo de estas nociones o principios, llega a caracterizar algunas nociones euclidianas y a probar algunos teoremas simples «sin haber recurrido a las figuras ni a las nociones, sino solamente a los nuevos caracteres» (Echeverría, 1995: 20).

Para comprender el significado de esta carta 12, debemos retrotraernos a la aparición de los conceptos claves del *analysis situs*. Por ejemplo: sabemos que Leibniz escribió una carta no enviada a Gallois que ya nombra la similitud (De Risi, 2007: 58); también nombra la característica geométrica a Berret; y, por último, describe la posibilidad de un álgebra de situaciones en lugar de magnitudes a Tschirnhaus, quien afirmó que esto era una insustancial quimera (De Risi, 2007: 62), algo que evoca la respuesta que Huygens le dará tras recibir el adjunto de la carta 12 donde se encuentra la exposición del *analysis situs*. De este modo, es muy posible que la opinión negativa de Tschirnhaus todavía pesase al recibir las palabras de Huygens.

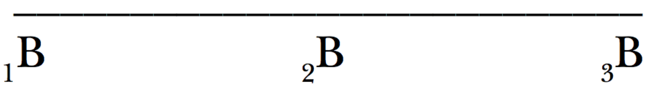
Vemos, por tanto, cómo Leibniz va afinando cada vez más su sistema de demostraciones de las nociones básicas de la geometría para proponer su nuevo método. El grueso de los trabajos iniciales del *analysis situs* lo desarrolla Leibniz en su etapa parisina. De hecho, en otoño de 1674, Leibniz escribe *De Constructione*, donde se resumen algunos de las motivaciones de Leibniz para crear su *analysis situs*. En este artículo Leibniz lidia sobre todo con la relación entre el álgebra y la geometría sintética, además de tratar la constructibilidad con regla y compás y con el problema, también tratado por Newton, de la supuesta mayor naturalidad que poseen las líneas rectas y circunferencias con respecto a otras figuras (De Risi, 2007: 53). También en París escribe otros textos como el *Dissertatio exoterica de statu praesenti et incrementus novissimis deque usu in geometria* (1676), el *De magnitude* y *Generatio quidem rectae et circuli...* escritos antes de abandonar París.

Tras salir de París, sigue con estos asuntos, y encontramos un texto escrito en enero de 1677, que es el único que lidia explícitamente con problemas geométricos. Este artículo comienza diciendo «No tenemos todavía un Análisis Geométrico completo. Y ello incluso aunque el método de Viète y Descartes sirviera para la mayor parte del cálculo suponiendo los *Elementos*. Los mismos *Elementos* no están sujetos a la mayor parte del Cálculo» (OFC 7B: 425). Para añadir luego que el cálculo (no hace aquí referencia al cálculo infinitesimal sino al cálculo geométrico) puede demostrar teoremas de Euclides como el que señala que el cuadrado es igual a los cuadrados de sus partes más el doble de su rectángulo (pues $(a+b)^2$ es igual a $a^2+2ab+b^2$), «pero con ningún razonamiento análogo podemos demostrar en el círculo que un ángulo a la circunferencia es la mitad de un ángulo al centro» (OFC 7B: 425).

Leibniz intenta, con este método geométrico «paliar estas imperfecciones y lograr que en el cálculo aparezca todo lo referente a la figura y al lugar, lo cual por otra parte no se solía hacer» (OFC 7B: 426).

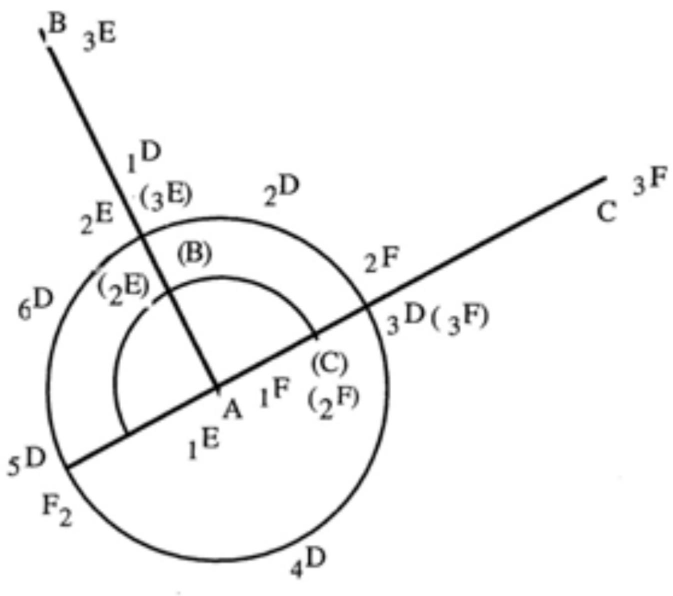
Para comenzar a explicar este método, primero Leibniz debe mostrar cómo funciona la expresión y representación simbólica de las figuras geométricas más comunes. Primeramente, explica cómo representar una línea recta. Expresa sus puntos individuales mediante las letras en mayúsculas A, B, etc. Las magnitudes se expresan con letras minúsculas. Una línea se expresa señalando la relación que poseen la serie de puntos que la componen, los cuales se representan como ${}_1B, {}_2B, {}_3B, etc$, de modo que para expresar la línea recta B, se expresaría ${}_1B_2B + {}_2B_3B = {}_1B_3B$.

FIGURA 8: OFC 7B: 427



Si quisiéramos representar el círculo, proponemos el punto A invariable, mientras que $A_1B = A_2B = A_3B$. De este modo, el arco del círculo sería expresado por ${}_1B_2B_3B$.

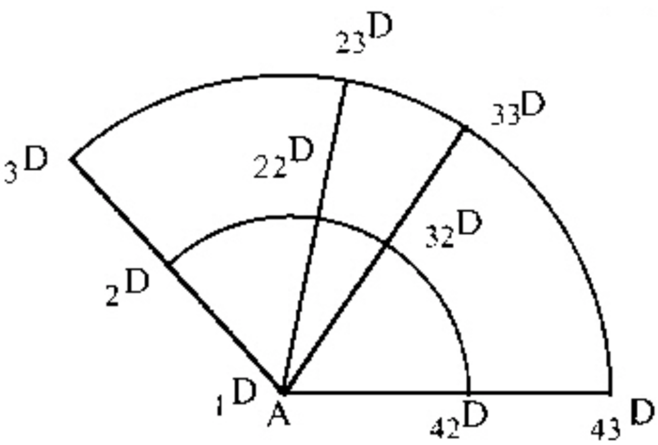
FIGURA 9: OFC 7B: 428



Para representar un ángulo, supongamos las rectas BA, AC, y A_3D, así como el arco ${}_1D_2D_3D$. Tenemos que $A_1D \ddagger {}_1DB = AB, A_3D \ddagger {}_1DC = AC, {}_1DA = {}_2DA = {}_3DA$, y el ángulo sería igual a $\dfrac{{}_1D_2D_3D}{{}_1D_2D_3D_1D}$.

Esto son solamente algunos ejemplos para que podamos comprobar el funcionamiento de las primeras definiciones de nociones básicas de geometría a partir del *analysis situs*. Leibniz también define en este texto cómo saber que el punto ${}_1D$ se encuentra en cualquier punto de la recta; la definición del ángulo recto; y la igualdad de un ángulo recto con cualquier otro (OFC 7B: 426-428). Pero Leibniz, en este mismo texto, da un salto cualitativo al explicar también el movimiento, al decir que, según la siguiente figura, el movimiento del punto D produce la recta ${}_1D_2D_3D$, donde ${}_1D_2D + {}_2D_3D \prod {}_1D_3D$. De este modo, podemos comprobar el recorrido realizado por el movimiento de la recta ${}_1D_2D_3D$ con la secuencia ${}_1D_2D_3D, {}_21D_22D_23D$ o bien $\overline{{}_11D_2D_3}\ \overline{{}_21D_2D_3}$. De este modo la recta A_2D es igual a A_22D, del mismo modo que A_3D es igual a A_23D.

FIGURA 10: OFC 7B: 426



Para realizar una demostración efectiva, sin embargo, Leibniz requiere acudir a la noción de semejanza. Vemos el giro ontológico que toma el *analysis situs* en este primer texto, el cual se encuentra en el fundamento del método. Leibniz aquí define la semejanza en base a si dos figuras son indescirnibles en caso de que nos las encontremos por separado, y con la misma proporción. Por ello «son semejantes las [figuras] que tienen las partes correspondientes proporcionales» (OFC 7B: 429).

Partiendo de esta noción de semejanza, Leibniz demuestra que:

$$A\textcircled{2}D_3DA_2\textcircled{2}D_2\textcircled{3}DA_3\textcircled{2}D_3\textcircled{3}D$$

o expresión analítica de una superficie o de un sector, es igual a:

$$A_2②D_2③DA_3②D_3③DA_4②D_4③D$$

o expresión analítica del mismo sector.

Se puede comprobar la semejanza de ambas expresiones en que solamente se diferencian en los caracteres elegidos, pero no en la relación entre ellos, por lo que «su discriminación no puede ser más que sensible y no racional» (OFC 7B: 429).

A partir de aquí Leibniz pone en marcha una de las metas del *analysis situs*, que no es otra que superar la geometría Euclidea en el sentido de que pretende demostrar lo que Euclides presenta como axiomas. En este caso, el axioma de que todos los ángulos rectos son iguales.

> [U]n ángulo recto es aquel que, con una recta forma respecto a otra recta un ángulo igual a cada lado, luego la recta respecto a la cual se produce el ángulo a ambos lados es el diámetro, pues el diámetro corta un círculo en dos partes iguales con una recta que pasa por el centro y que se comporta del mismo modo a ambos lados. Luego dos rectos contienen conjuntamente un semicírculo y un recto, un cuadrante de círculo, luego todos los ángulo rectos son iguales. Así hemos demostrado el Axioma de Euclides 10 (OFC 7B: 430).

Del mismo modo, Leibniz desea tratar con el resto de axiomas de Euclides, así como los añadidos en posteriores ediciones por Clavius y otros editores. Y lo más importante es que Leibniz plantea demostrar estos axiomas sin necesidad de figuras. Aunque Leibniz necesite el uso de figuras en este artículo para mostrar el funcionamiento del *analysis situs*, lo cierto es que una vez comprendido el funcionamiento, solamente con caracteres del alfabeto se pueden expresar relaciones de *situs* (es decir, de situación).

Tras ello Leibniz hace definiciones de la línea recta, el arco del círculo, el ángulo rectilíneo, el ángulo recto, los ángulos consecutivos entre sí, la recta, dos rectas que concurren, y la línea recta.

En la edición de *La característica geométrica* encontramos también un texto sin fecha relacionado con el *analysis situs*, pero que sin duda pertenece a esta época, al que Echeverría ha titulado *Generación de la recta y del círculo*. En él, Leibniz muestra la estrecha conexión del *analysis situs* con el problema del continuo y con el desarrollo paralelo del cálculo infinitesimal, y todo ello sin necesidad de acudir a la experiencia ni tampoco a la imaginación, sino solamente a la razón, que es la única capaz de presentar demostraciones en su sentido más estricto. Esta relación con el problema del continuo y con el cálculo infitesimal lo hace Leibniz cuando explica que para demostrar el movimiento de un cuerpo, es necesario demostrar primeramente que el cuerpo «puede comportar una infinidad de puntos inmóviles situados sobre un mismo continuo» (Leibniz, 1995: 69).

Durante la segunda mitad de 1679 comprobamos que Leibniz aumenta la producción de artículos dedicados al *analysis situs*. Si bien el primer artículo del que hemos hablado era de enero de 1677 y el segundo de una fecha incierta (aunque probablemente sea de 1679), el artículo que De Mora ha llamado *Definiciones* y que Echeverría llama *Ensayos para reducir algunos axiomas y proposiciones de Euclides a caracteres* está escrito entre febrero y agosto de 1679, y en Echeverría encontramos hasta cinco manuscritos llamados *Characteristica geometrica* con fecha del 1/11 de agosto de 1679, que no son otra cosa que mejoras conceptuales de las nociones presentadas en estos textos a los que nos hemos estado refiriendo, como la definición de punto, línea, recta, plano, superficie etc., utilizando también las nociones de similitud, igualdad, superioridad, inferioridad, congruencia y coincidencia. Todo ello hasta llegar al 10 de agosto de 1679, fecha en la que Leibniz escribe, el último de los fragmentos titulados *Characteristica geometrica* que De Mora ha titulado *Los caracteres son cosas con las que se expresan las relaciones de otras cosas entre sí*. No debemos olvidar que estos manuscritos se encuentran sin título y de ahí la disparidad de denominaciones; el título propuesto por Echeverría es un título genérico que hace referencia al contenido del texto, mientras que el propuesto por De Mora es la primera frase del manuscrito.

Este último texto, *Los caracteres son cosas...* es una exposición larga y detallada del *analysis situs* en las que Leibniz presenta hasta 108 proposiciones distintas. ¿Qué encontramos de nuevo en él que no hayamos visto todavía en los textos anteriores? Sobre todo, la justificación del uso de los caracteres como símbolos fundamentales en esta nueva geometría. Comienza Leibniz diciendo que es más sencillo lidiar con caracteres que con las figuras representadas por éstos, y que las consideraciones sobre las cosas representadas pueden ser relegadas a después de haber realizado el cálculo lo cual facilita el procedimiento:

> Cuanto más exactos son los caracteres, es decir, cuantas más relaciones entre las cosas muestran, mayor utilidad proporcionan, y cuando muestren todas las relaciones de las cosas entre sí, del

> modo que lo hacen los caracteres de la aritmética que yo he utilizado, no habrá nada en la cosa que no pueda ser aprehendido (OFC 7B: 440).

Por ello debemos recordar que la finalidad del *analysis situs* no es solamente la mera representación situacional fuera de la visión absolutista de la geometría, sino que también es una forma de aprehender los cuerpos:

> En cuanto podamos representar exactamente mediante letras las figuras y los cuerpos, no sólo avanzaremos maravillosamente en Geometría, sino también en Óptica, en *Phoronómica*, en Mecánica [y todas las artes relacionadas...][11], en todo el universo que está sujeto a la imaginación; lo trataremos con un método seguro y semejante al análisis, y produciremos con este arte maravillosa, invenciones de maquinas que no serán en el futuro más difíciles que las construcciones de los problemas de la geometría (OFC 7B: 442).

Y del mismo modo, la siguiente cita es menester tenerla en cuenta debido a que muestra cómo Leibniz sortea los problemas de mayor calado filosófico en estos textos:

> Para tratar realmente todo esto por orden hemos de saber que la primera consideración es el espacio mismo, esto es, lo extenso puro absoluto, puro, puesto que de la materia y de la mutación [movilidad], absoluto, esto es, ilimitado, puesto que contiene toda extensión. Por ello todos los puntos están en el mismo espacio y se pueden referir mutuamente los unos a los otros. Que este espacio sea alguna cosa distinta de la materia o sólo una aparición constante o fenómeno, no me referiré a ello en este lugar (OFC 7B: 443).

Nótese cómo Leibniz evita, en este texto que pretende centrarse en el método geométrico puro, adentrarse en cuestiones con mayor calado filosófico. Conocemos, sin embargo, la posición relativista mantenida por Leibniz en sus años maduros respecto al espacio y al tiempo. El *analysis situs* es muestra del germen relativista que Leibniz ya posee en la etapa parisina. Y sin embargo está Leibniz refiriéndose aquí a un espacio absoluto. Es posible que aquí, cuando Leibniz se refiere a lo absoluto del espacio, no esté

[11] Frase tachada por Leibniz en el manuscrito.

hablando de una cualidad ontológica del espacio, sino de su ilimitación en el sentido de que contiene en su haber toda la materia extensa. Esta visión parece ir de la mano de una visión absolutista del espacio, pero como Leibniz aclara rápidamente tras estas palabras, este espacio o podría ser algo distinto de la materia, o una «aparición constante o fenómeno», es decir, algo que no es externo de los objetos sino que está fundamentado en la misma esencia o existencia de los objetos, un fenómeno que pertenece estrictamente a la naturaleza de los objetos y su relación con otros. Lo más interesante, sin embargo, no es que Leibniz no entre aquí en materia filosófica, sino que a pesar del caracter claramente relativista del *analysis situs*, mantenga si quiera la posibilidad de que el espacio tenga una naturaleza ontológica distinta de los objetos. Si Leibniz ya poseía su visión relativista, ¿por qué no afirmarlo, simplemente, y dejar explícito que prefiere relegar la discusión filosófica a otro lugar o a más adelante? ¿Por qué mantener en vilo al lector? Lo más seguro es que el joven Leibniz todavía no tuviese todos los cabos atados de su visión relativista y relacional del espacio y prefiriese no inclinarse decididamente por una u otra opción. Todo esto además teniendo en cuenta que más adelante Leibniz afirma que el espacio solamente puede representarse más que a traves de puntos (OFC 7B: 447).

Leibniz define también la *distancia* diciendo que ésta es la cantidad de *situs* mínima existente entre ellos, y la *vía* es «un lugar continuo sucesivo», lo cual le da pie para decir que una *línea* es una *vía* de un punto (OFC 7B: 444). «Del mismo modo, la vía de una línea cuyos puntos no siempre se sustituyen mutuamente, es una *superficie*; y la vía de una superficie cuyos puntos no siempre se sustituyan mutuamente, es un *cuerpo*. Pues un cuerpo no puede moverse sin que todos sus puntos se sustituyan mutuamente [...], y por lo tanto no puede producir nuevas dimensiones» (OFC 7B: 444). Del mismo modo, Leibniz define *recta* como una línea determinada por tan solo dos puntos (OFC 7B: 455).

Vemos, además, en el final del artículo, cómo el *analysis situs* está relacionado con su metafísica y su mecánica, pues afirma tajantemente que el extenso es un continuo en el que se pueden encontrar partes de infinitos modos: «Si una parte existe en un extenso pero no es congruente con él, pueden existir infinitas partes en el mismo extenso que no coincidan con la primera, pero que sean congruentes con ella» (OFC 7B: 480). Aunque este artículo prosigue con 108 proposiciones que desarrollan mayormente la relación de las letras utilizadas como símbolos con respecto al *situs* de los cuerpos, el contenido, de modo resumido, se encuentra en la carta a Huygens.

Pero antes de llegar a la carta a Huygens, tenemos también el texto al que De Mora ha titulado *A designa el punto A...*, escrito por Leibniz en septiembre de 1679. Este texto se trata de un artículo previo al enviado a Huygens, en él Leibniz introduce el símbolo γ como congruencia, en el sentido de que si tenemos los puntos A y B, y decimos AγB, significa que ambos puntos son congruentes, es decir, que pueden ser sustituidos uno por otro porque cualquier punto siempre coincidirá con aquel que se encuentre en el mismo lugar. E igualmente, si tenemos por ejemplo un triángulo ABD y uno DEF, y tenemos que ABCγDEF, significa que sus puntos son congruentes. ABγCD, por ejemplo, significa que el *situs* entre AB es el mismo que hay entre CD.

Del mismo modo que se expresan los puntos mediante las primeras letras del alfabeto, Leibniz utiliza las últimas (X, Y, Z...) para expresar puntos variables. Y con esta distinción, Leibniz pasa a explicar lo siguiente:

> El lugar más sencillo pero también el más ilimitado es el lugar de todos los puntos congruentes con un punto dado, pues es el lugar de todos los puntos del universo, o sea el mismo espacio infinito, puesto que cualquier punto de todo el universo es congruente con un punto dado. Así si se da la congruencia: AγY, el lugar de todos los Y será el Espacio infinito (OFC 7B: 484).

El adjunto a la carta 12

Pasemos a cómo Leibniz envía el *analysis situs* a Huygens, y cómo es la explicación que Huygens recibe. La primera noticia que Huygens recibe sobre la existencia del *analysis situs* se encuentra en la carta 12, del 8/18 de septiembre de 1679. Recordemos el contexto de esta carta: la anterior, la carta 11, es de junio de 1676, por lo que llevan Leibniz y Huygens más de tres años sin contacto directo después de que Leibniz abandonase París.

Dicho esto, es capital tener en cuenta que, como digo, esta es la primera noticia que recibe Huygens del *analysis situs*. Sabemos que Huygens no conoce su existencia porque Leibniz le explica en la carta 12 de qué trata este método sin suponer él mismo en Huygens ningún conocimiento previo, como sí supone al referirse en esta misma carta a la cuadratura aritmética, por ejemplo. En el improbable caso de que Leibniz le hubiese hablado a Huygens del *analysis situs* con anterioridad, sería claro que Huygens lo habría confundido con el nuevo cálculo infinitesimal leibniziano, tal y como se comprenderá una vez analizemos la respuesta de Huygens a esta carta 12.

Esta primera noticia sobre la existencia de su nuevo método geométrico está dividida en dos partes. Primero, en el comentario del *analysis situs* que Leibniz realiza en la carta 12 dirigida a Huygens. Y, segundo, en el artículo que Leibniz adjunta a esta carta, donde presenta un resumen de todo el método que ha ido desarrollando en los últimos años.

La primera referencia al *analysis situs* por parte de Leibniz dentro de la carta 12, debido a su brevedad, podemos reproducirla en su totalidad:

> Mas después de todos los progresos que he hecho en estas materias [se refiere Leibniz a la cuadratura aritmética, a sus avances con las raíces irracionales en las ecuaciones, etc.], no estoy contento del álgebra, en que no da ni los medios más cortos, ni las más bellas construcciones de Geometría. Esto es porque, cuando se trata de esto, creo que nos hace falta aún un análisis propiamente geométrico o linear que nos exprese directamente el espacio [*situm*] al igual que el álgebra expresa magnitudes. Y creo haber visto el medio, y que se podría representar las figuras e igualmente las máquinas y sus movimientos en caracteres, tal y como el álgebra representa los números o tamaños; y voy a enviarle un ensayo que me parece considerable; no hay nadie que pudiese juzgarlo mejor que usted, Señor, y vuestra opinión me mantendrá en el lugar de aquellos de muchos otros (Leibniz, carta 12; AA III, 2, n.346: 846).

Este breve comentario está precedido por una explicación sobre el método inverso de tangentes, y tras él Leibniz añade una larga explicación sobre el fósforo que Leibniz adjunta también a esta carta, para terminar con una postdata en el que solicita indirectamente a Leibniz su ayuda para poder conseguir un puesto de empleo en la *Académie des sciences*. ¿Qué quiere decir esto? Que el comentario de Leibniz sobre el *analysis situs* es insuficiente, pues se encuentra presentado entre una maraña de temas diferentes que impiden que Huygens vea con claridad qué quiere conseguir Leibniz concretamente con esta nueva característica geométrica. Es posible que si Leibniz hubiese explicado con mayor detenimiento el *analysis situs*, habría conseguido una mayor comprensión por parte de Huygens. Pero claramente Leibniz piensa que este breve comentario es suficiente para introducir el artículo adjunto, ya que el artículo adjunto es más extenso de hecho que la misma carta 12.

¿Qué dice el artículo adjunto a esta carta? Si bien los escritos anteriores que hemos comentado suelen comenzar directamente con el cálculo de situaciones, o estimando la importancia de utilizar las letras como símbolos, aquí Leibniz dedica una larga explicación sobre el motivo que le ha llevado a crear la característica geométrica, lo cual habla del carácter introductorio del artículo.

Comienza afirmando que la nueva característica podrá presentar directamente (ante el espíritu de forma exacta y al natural) todo aquello que depende de la imaginación. Afirma que el álgebra se refiere a las magnitudes pero que no expresa el *situs*, es decir, la situación de las figuras, ni tampoco los ángulos ni el movimiento de los cuerpos. De ello se deduce que el álgebra es una herramienta imperfecta para representar adecuadamente figuras que poseen un *situs* y que fenoménicamente son modificadas en su movimiento. Y hasta tal punto es imperfecto el álgebra que necesita dar por supuestos los axiomas euclídeos, mientras que el *analysis situs* que él presenta «empuja el análisis hasta el final».

Es interesante cómo Leibniz promete que mediante el uso de letras del alfabeto podrán describirse cualquier tipo de máquinas que podamos imaginar. Pero va mucho más allá: afirma Leibniz que con este método se podrán describir incluso plantas y la estructura de los animales, dando a entender que el *analysis situs*, desarrollado en todo su potencial, podría servir como una herramienta que geométricamente podría describir a los seres vivos cuyos cuerpos están gobernados por principios biológicos aparte de mecánicos, con la complejidad que ello conlleva. Vemos en ello cómo la idea de Leibniz es que con el *analysis situs* se puedan describir movimientos de los cuerpos y las sustancias que se mueven en el continuo fenoménico, superando el laberinto del continuo. Esto, que puede parecer una promesa vacía por parte de Leibniz (y es probable que Huygens lo viese de ese modo por la respuesta que dio), es sin embargo la puesta en práctica en una herramienta geométrica de su metafísica más fundamental, identificada aquí en la superación del continuo presente en el mundo fenoménido, en cómo la mónada es capaz de superar el problema del infinito cuando se encuentra en movimiento a través de su *dynamis* y en la unión de lo múltiple. Todo esto, sin embargo, no se encuentra en estos textos y se deduce conociendo el desarrollo paralelo de su filosofía, así como sus proposiciones futuras respecto a la mónada y al problema del infinito. Huygens, sin embargo, no conocía o no era consciente en ese momento de la profundidad filosófica de las ideas presentadas por su ya antiguo alumno.

A pesar de todo ello, Leibniz deja claro que la finalidad del *analysis situs* no es solamente la mera descripción de figuras:

> Pero esta es la menor de las utilidades de esta característica, pues si no se trata más que de la descripción siempre será preferible, cuando se pueda y se quiera hacer el esfuerzo, tener las figuras e incluso los modelos, o más bien los originales de las cosas. Mas su utilidad principal consiste en las conclusiones y razonamientos que se pueden hacer mediante las operaciones de los caracteres, que no se podrían expresar mediante figuras (y aún menos mediante modelos) sin multiplicarlas demasiado o sin emborronarlas con un gran número de puntos y de líneas, de tal modo que se estaría obligado a hacer un gran número de tentativas inútiles; mientras que este método nos conduciría de forma segura y sin esfuerzo, al no hacerse las tentativas más que en caracteres. Creo que se podría manejar por este medio la mecánica, casi como la geometría (OFC 7B: 488-489).

La ambición del *analysis situs* supone, por lo tanto, incluso poder manejar los problemas mecánicos mediante el método de la utilización de símbolos sin necesidad de atender a las figuras dibujadas. Hasta tal punto afirma Leibniz la ambición de la característica geométrica que afirma que no cree que se pueda llegar muy lejos en física sin encontrar «un atajo similar para aliviar la imaginación» (OFC 7B: 489).

Esta introducción que Leibniz presenta de su *analysis situs* culmina afirmando que añade un ensayo «que bastará por lo menos para hacer mi propuesta más creíble y más fácil de concebir», por lo que da a entender Leibniz que es consciente de que debe demostrar que sus promesas se encuentran fundamentadas.

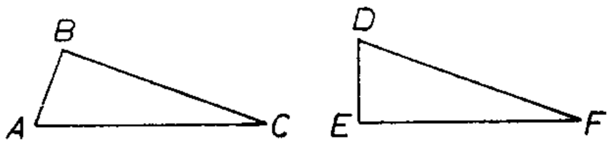
La construcción de figuras y máquinas

El apartado técnico del adjunto a la carta 12 comienza con una explicación de que para hacer referencia a los lugares, utiliza las letras del alfabeto A, B, etc., los cuales expresan puntos dados, mientras que usa X, Y, etc., para expresar los puntos buscados. Y para realizar cálculos Leibniz utiliza la congruencia, representada por el símbolo γ.

El concepto de congruencia, por tanto, es primordial en el *analysis situs*. La congruencia se presenta, en matemáticas y geometría, cuando dos figuras son isométricas, es decir, cuando son equivalentes en cuando a figura, orientación o posición, sin importar que las figuras tengan una rotación distinta. En ese sentido, cuando dos figuras son isométricas, son representadas por los mismos caracteres en el *analysis situs*.

Leibniz propone a Huygens el ejemplo de dos triángulos que tienen las mismas características pero que poseen una orientación distinta:

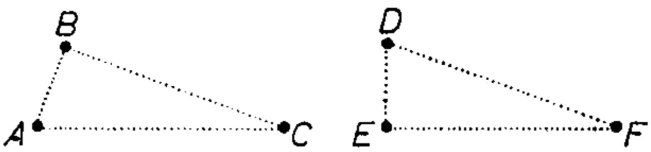
FIGURA 11: Adjunto a carta 12. AA III 2, n.347: 854



La situación entre los puntos A, B y C del triángulo al que llamamos ABC es exactamente la misma que poseen los puntos D, E y F en el triángulo DEF. Por ello, se dice que los puntos de ambos triángulos son congruentes, lo cual se representa $ABC\gamma DEF$.

Ello queda más claro si eliminamos el dibujo de las figuras y nos quedamos tan sólo con los puntos definidos, de modo que se muestra que para la expresar la congruencia de estos puntos dados no es necesaria la existencia de la figura ya dibujada, sino que simplemente con la operación realizada mediante letras del alfabeto, expresamos la congruencia:

FIGURA 12: Adjunto a carta 12. AA III 2, n.347: 855



Leibniz prosigue explicando su noción de espacio infinito, así como la superficie de la esfera, que estará representada como el lugar de todos los Y, en una esfera cuyo centro es A y el radio AY, siguiendo la figura siguiente. Siguiendo la representación por caracteres, el lugar de todos los Y se expresa $AB\gamma CY$.

Igualmente, Leibniz define el plano, «es decir, el lugar de todos los puntos del mundo, cada uno de los cuales es» (OFC 7B, 491) como $AX\gamma BX$, dados los puntos A y B y teniendo a X como incógnita. En esta figura X debe tener la misma situación con respecto tanto con A como con B, es decir,

FIGURA 13: Adjunto a carta 12. AA III 2, n.347: 856

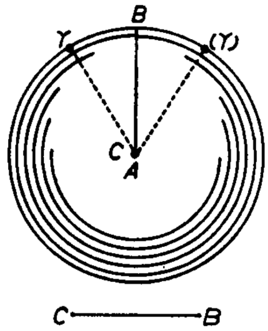
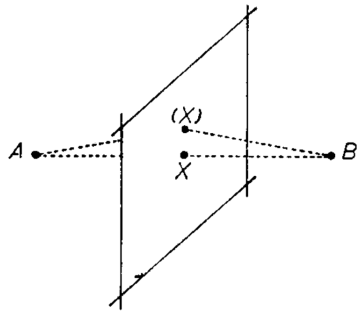


FIGURA 14: Adjunto a carta 12. AA III 2, n.347: 856

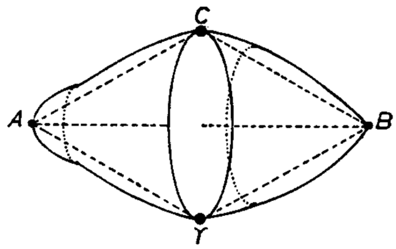


AX debe ser congruente con BX. De este modo, todos los puntos del plano satisfacen la cuestión, pues todo punto posible X sigue ofreciendo $AX\gamma BX$.

Leibniz también define la circunferencia señalando que en la figura siguiente, siendo $ABC\gamma ABY$, la circunferencia estará formada por el lugar de todas las Y posibles, es decir, que teniendo los puntos ABC, se demanda un punto Y que posea la misma situación que posee C. Como puede observarse, y como Leibniz señala, en la circunferencia el número de puntos Y posibles son infinitos, y la circunferencia estará formada por la totalidad de los infinitos puntos Y, con lo que vemos que Leibniz en el *analysis situs* es capaz de abarcar, de nuevo, el problema del infinito, y manejarlo como si se tratase de una cantidad finita y manejable de puntos Y. Esto es importante, vemos de nuevo la equipotencia entre el problema del continuo con este método geométrico.

Y mucho más importante para Leibniz, esta forma de representar la circunferencia no necesita presuponer, como sí hacía Euclides, el plano, con lo que se demuestra que la característica geométrica es un método superior al de Euclides en cuanto a que demuestra lo que éste ha presupuesto como

FIGURA 15: Adjunto a carta 12. AA III 2, n.347: 857



axioma[12].

Del mismo modo, Leibniz define la recta. En este caso, dando tres puntos A, B, C, buscamos un punto Y. El punto Y debe tener la misma situación respecto a A, al igual que con respecto a B y a B. Todos los puntos Y que satisfagan esta cuestión formarán una recta infinita.

Leibniz afirma que todas estas definiciones se pueden dar de otras maneras, de hecho en los borradores anteriores las definiciones de estas figuras básicas de la geometría, como hemos visto, son diferentes, pero Afirma Leibniz que estas formas son las «más simples y fecundas» (OFC 7B 494). Y termina Leibniz con las siguientes palabras:

> Sólo me queda añadir una observación, que veo que es posible extender la característica hasta las cosas que no están sujetas a la imaginación: pero esto es demasiado importante y va demasiado lejos para que pueda explicarme sobre ello en pocas palabras (OFC 7B: 495).

Dentro del contexto del envío de la característica geométrica a Huygens, como hemos ido dilucidando, hay varios motivos por los que Huygens puede confundir el *analysis situs* con el cálculo infinitesimal. Pero dentro de todos estos motivos, es muy posible que estas últimas palabras enviadas a Huygens ayudasen más si cabe a la confusión, ya que el tratar «hasta las cosas que no están sujetas a la imaginación» es una promesa ya realizada con el cálculo, así como el explicar que lo enviado «es demasiado importante» y «va demasiado lejos» como para explicarse en pocas palabras. Mientras que no hay duda de la honestidad intelectual de Leibniz, pues sus promesas no son vacías sino que realmente son promesas justificadas y que poseen una carga geométrica y filosófica realmente importante. Pero, sin embargo, para una mente como la de Huygens dirigida decididamente en principio a la

[12]En este sentido, para Leibniz este axioma sería un axioma no idéntico, puesto que puede ser demostrado, en contraposición a los axiomas idénticos, que sí son indemostrables (Couturat, 1985: 201).

obtención de resultados claros y precisos, la exposición de Leibniz no ayuda demasiado.

Beaux souhaits

En definitiva, aunque el *analysis situs* de Leibniz posee importancia dentro de los trabajos de Leibniz, al no presentarlo de un modo adecuado a Huygens, ocasiona su incomprensión. Esta incomprensión, en nuestra opinión, está motivada por las siguientes causas:

- Las promesas de Leibniz, infundadas a ojos de Huygens.
- El hecho de que aunque Leibniz era tenido en gran consideración por Huygens, todavía tenía que demostrar a la comunidad lo que era capaz de hacer en cuanto a matemáticas (recordemos que pocos años atrás todavía no estaba al día de los avances de sus contemporáneos y que había «descubierto» cosas que ya habían descubierto otros).
- La mezcla de asuntos presentados en la carta 12: fósforo, cálculo infinitesimal, método de tangentes inverso... En la carta 13, por ejemplo, de hecho utiliza la expresión «se encuentra [...] por una especie de cálculo, todo lo que la geometría enseña a los elementos de una manera analítica y determinada». El uso de la palabra «cálculo» para referirse a la característica analítica que presenta el *analysis situs* no hace sino confundirlo con sus avances en cálculo, los cuales también están dirigidos a «aliviar la mente».
- La urgencia mediante la cual Leibniz presenta su método, con la clara finalidad de conseguir un trabajo. Esto podía ocasionar que Huygens no viese la seriedad del trabajo de Leibniz.
- Por último, pero no menos importante, la poca concreción del *analysis situs*. Mientras que en la geometría analítica de Descartes, por ejemplo, existe una correspondencia clara entre las variables (es decir, la representación en el sistema de coordenadas de los puntos que corresponden a una ecuación es clara), en el *analysis situs* esa correspondencia no queda del todo patente.

En la carta 13, enviada el 10/20 de octubre de 1679 (tan solo un mes después de la carta 12), Leibniz envía a Huygens un resumen del contenido de la carta anterior. Es interesante aquí cómo Leibniz señala que el *analysis situs* es un método que sigue «figuras vacías, lo cual alivia la imaginación», señalando a Huygens de un modo directo que el *analysis situs* se trata de una geometría puramente relativista, en la que las figuras no existen, sino que sólo existe relación entre sus puntos.

La respuesta de Huygens se retrasa hasta el 22 de noviembre de 1679, en la carta 14. En ella se comprueba la incomprensión del antiguo maestro:

> He examinado atentamente lo que me ha mandado respecto a vuestra nueva Característica, mas para serle franco no comprendo, por lo que me dice, que pueda fundar tantas esperanzas. [...] En resumen, no veo cómo podrá usted aplicar vuestra característica a todas estas cosas diferentes que parece que usted quiere reducir, como las cuadraturas, la invención de las curvas por la propiedad de las tangentes, las raíces irracionales de las Ecuaciones, los problemas de Diofanto, las más cortas y bellas construcciones de problemas geométricos. Y, lo que me parece más extraño, la invención y explicación de las máquinas. Le digo ingenuamente, esto no son en mi opinión más que bellos deseos, y me harían falta otras pruebas para creer que hubiese realidad en lo que usted avanza. Por tanto, no me guardo de decir que usted se ha engañado, conociendo la sutilidad y profundidad de vuestro espíritu. Voy a suplicarle solamente que la grandeza de las cosas que usted busca no le haga diferir de darnos aquellas que usted ya ha encontrado, como esta Cuadratura Aritmética y eso que usted ha descubierto para las raíces de las ecuaciones que van más allá del cubo, si usted mismo está satisfecho (Huygens, carta 14; AA III, 2, n.359: 889).

Esta respuesta es mucho más negativa de lo que Leibniz podía esperar. No solamente porque este artículo estaba destinado, junto con el fósforo, a demostrar las capacidades científicas del joven Leibniz, sino porque la opinión de su antiguo maestro (y no olvidemos que todavía director de la *Académie des sciences*) daña gravemente el orgullo científico de Leibniz, denominando *beaux souhaits* a la ambición presente en el *analysis situs*.

Leibniz responde en la carta 15 de finales de noviembre/principios de noviembre, es decir, escrita presumiblemente nada más recibir la carta 14 de Huygens (enviada el 22 de noviembre), lo cual muestra la urgencia de Leibniz en enviar una respuesta a esta dura crítica. En esta carta, Leibniz defiende el *analysis situs* afirmando que «Las raíces irracionales y el método de Diofanto, no tienen nada en común con esta característica de la situación» y que su cálculo ofrece lo que no ofrece el álgebra, poniendo como ejemplo que siendo la ecuación de la circunferencia $x^2 + y^2 = a^2$, es necesario dibujar la circunferencia para explicar qué son x e y, mientras que con el *analysis situs* esta representación es una tarea que se realiza directamente y sin la necesidad de la figura, añadiendo que esto es un ejemplo y que igualmente mediante el *analysis situs* lo mismo puede realizarse con cualquier figura mediante las definiciones que incluye el artículo enviado.

La siguiente carta, 16, no tiene contenido relativo al *analysis situs*, pues es un envío por parte de Leibniz de instrucciones para encender apropiadamente el fósforo, junto con otros comentarios marginales. No es hasta el 11 de enero de 1680, en la carta 17, cuando Huygens vuelve a responder de la siguiente manera:

> Respecto a los efectos de vuestra característica, veo que usted persiste en ser persuadido, mas como usted mismo dice, los ejemplos afectarían más que los razonamientos. Esto es porque le pido los más simples, pero apropiados para convencer mi incredulidad, pues el de los lugares, lo reconozco, no me parece de este tipo (Huygens, carta 17; AA III, 3, n.4: 48-49).

Es decir, a Huygens el ejemplo enviado por Leibniz en el adjunto de la carta 12 no le parece adecuado para poder comprender la utilidad de la característica geométrica de Leibniz, pidiéndole los ejemplos más simples posibles, algo que Leibniz ya pensaba haber hecho, pues el adjunto a la carta 12, como hemos visto, es un resumen del desarrollo anterior del *analysis situs*, que en otros escritos presenta un mayor desarrollo.

A partir de aquí Leibniz procede de un modo distinto. Aunque responde a estas palabras de su antiguo maestro, no le hace llegar un nuevo artículo del *analysis situs*, proponiendo de nuevo los ejemplos y las definiciones de un modo más simple (probablemente Leibniz pensaba que el adjunto a la carta 12 ya era la forma más simple de expresar la característica geométrica). Puesto que la finalidad de todo esto era conseguir un empleo en la *Académie des sciences*, Leibniz decide cambiar de estrategia, y en lugar de insistir esta cuestión, que debido a la opinión negativa de Huygens, no parece tener una salida clara, Leibniz envía en la carta 18 un artículo adjunto, aunque esta vez centrado en su método inverso de tangentes en lugar de en el *analysis situs*. Sin embargo en la carta 18 Leibniz dedica unas brevísimas palabras a la opinión de Huygens:

> Para dar un ensayo de mi característica he elegido los lugares [es decir, el situs] porque todo el resto se determina por sus intersecciones; y porque la generación de todos los otros lugares depende de los más simples que he dado. De este modo creo haber echado los verdaderos cimientos (Leibniz, carta 18; AA III, 3, n.22: 71).

Se puede comprobar, por otro lado, que el adjunto de la carta 18, en la que Leibniz muestra sus habilidades con el método inverso de tangentes, el borrador es mucho más amplio que el ejemplo que finalmente decide enviar a Huygens, ¿está esto quizá motivado por el deseo de Huygens de que Leibniz le haga llegar los ejemplos más sencillos para comprender lo que está intentando transmitir? En nuestra opinión, así es. Leibniz tiene pocas cartas sobre la mesa para poder conseguir el empleo en la *Académie des sciences*, y es por ello, primero, que no envía una mejora del adjunto 12 sobre el *analysis situs* a Huygens, sino que decide mandarle sus avances respecto al método inverso de tangentes; pero además, de un desarrollo de varias páginas de este método inverso de tangentes, Leibniz decide recortar el ejemplo a apenas una página, seguramente debido a este afán de Huygens de recibir los avances de Leibniz del modo más sencillo posible.

A la postre, estas palabras de Leibniz sobre el *analysis situs* en la carta 18 fueron las últimas enfocadas en el *analysis situs* de toda la correspondencia, a pesar de que la carta está escriba el 26 de enero / 5 de febrero de 1680, y de que la correspondencia se alarga hasta 1695.

Tras la opinión negativa de Huygens

A pesar del cambio que Leibniz realiza en el hecho de enviar a Huygens ahora un adjunto sobre el método inverso de tangentes en lugar de un adjunto mejorando la comunicación precedente a Huygens del *analysis situs*, existen al menos dos textos escritos en enero de 1680 (fecha también de la carta 18) en los que Leibniz sigue desarrollando el *analysis situs*. El primero de ellos, titulado *De primis geometriae elementis* (Primeros elementos de geometría), donde Leibniz presenta definiciones de las nociones de extensión, espacio, recta, o plano, sin utilizar ni si quiera tan sólo una figura. Creemos que es bastante llamativo que Leibniz realice este ejercicio de definiciones sin utilizar ninguna figura justo en el momento en el que recibe la carta 17 de Huygens, que contiene la segunda respuesta negativa sobre el *analysis situs* y que está escrita el 11 de enero de 1680 según el calendario gregoriano, que corresponde con el comienzo del año 1680 en el calendario juliano bajo el que Leibniz escribe. Si Leibniz responde el 26 de enero siguiendo el calendario juliano, vemos que ha tenido aproximadamente 25 días para recibir la carta de Huygens, escribir su respuesta y desarrollar estos dos artículos de enero de 1680. No olvidemos que las cartas no llegaban en dos o tres días a su destino, por lo que el tiempo dedicado por Leibniz a esta tarea (escritura de la carta 18 a Huygens, de su adjunto, y de los dos manuscritos fechados en enero de 1680), es mínimo, lo cual indica sin lugar a dudas la urgencia de Leibniz.

¿Es *De primis geometriae elementis* un texto escrito como respuesta a la segunda opinión negativa de Huygens? En nuestra opinión, hay muchas posibilidades de que así sea, pues las fechas coinciden y la simpleza de este último texto a la hora de presentar las definiciones parece indicar eso.

Leibniz afirma en esta obra que hay dos cosas por estudiar en la geometría: la extensión y la situación (*situs*). La extensión es definida como un continuo en el que se pueden delimitar las partes que existen simultáneamente, pero que a su vez las partes son solamente delimitadas mentalmente y no de un modo fáctico (pues entonces habría saltos en la naturaleza, y eso no es admitible para Leibniz). Por otro lado, la situación es definida como la posición de una cosa que permite imaginar que existe de una manera determinada al mismo tiempo que es extensa (Leibniz, 1995: 277).

Cabe señalar del mismo modo la definición de espacio de Leibniz en este texto, del que dice que es aquello sobre lo que solamente se puede decir, si lo consideramos en sí mismo, que es un extenso (*extensum*). Del mismo modo, el punto es aquello que posee una situación. Y el espacio para Leibniz es indeterminado porque de ser de otro modo entonces para definir el espacio deberíamos tener en cuenta algo que es distinto de él mismo, deberíamos tener en cuenta aquello que delimita al espacio.

> El espacio es por tanto lo más simple que hay en cuanto a extensión, el punto lo que hay más simple en cuanto a situación (Leibniz, 1995: 279).

El segundo manuscrito también fechado en 1680, titulado *De calculo algebraico et constructiones lineares optime conciliandis* (Sobre la mejor conciliación entre el cálculo algebraico y la construcción de líneas), es un texto más complejo que el anterior, en el que Leibniz se dedica a estudiar cómo traducir el cálculo algebraico en el lenguaje del *analysis situs*, esta vez con la utilización de nuevo de figuras geométricas para poner en claro sus ejemplos. Pero a pesar de que Leibniz no cesó en su idea de seguir trabajando en esta característica geométrica, tras estos años no vuelve a aparecer en la correspondencia con Huygens.

Conclusiones

A la hora de crear el *analysis situs*, vemos como Leibniz lidia con multitud de elementos filosóficos, como la identidad, extensión, posición y otros. Según Vincenzo de Risi, estos elementos son examinados «no sólo en su particularidad geométrica, sino también en sus referencias a la lógica y a la metafísica» (De Risi, 2007: 33). Si bien es cierta la naturaleza de las caraterísticas filosóficas de los conceptos utilizados por Leibniz en el *analysis situs*, sus textos sobre este método no parecen conllevar una reflexión metafísica o un análisis filosófico de sus resultados. Más bien, estas herramientas de marcado carácter filosófico (extensión, identidad, etc.) son utilizadas simplemente para la creación de su nueva geometría. El análisis metafísico no aparece, por tanto, en estos textos, sino que se encuentra más bien en el trabajo previo realizado por Leibniz para llegar a la posibilidad de estos conceptos y a la posibilidad de esta nueva geometría. A pesar de ello, en cierto sentido la realización de esta nueva geometría y la utilización de los conceptos en sí ya es un ejercicio filosófico, ya que se intentan adecuar los conceptos para representar apropiadamente mediante simbología analítica una serie de cuerpos, o al menos el marco en el que dichos cuerpos serán representados y, de ese modo, aprehendidos.

En este sentido, hay una diferencia clara entre la forma en la que Leibniz acoge la metafísica en, por ejemplo, la *Teodicea* y cómo la acoge con el *analysis situs*. En el primero, el análisis filosófico es directo. En el segundo, el análisis filosófico es indirecto, haciendo el análisis geométrico de un modo directo, pero teniendo herramientas filosóficas, y un trabajo previo y finalidad filosófica. Creemos, de hecho, que citas como la siguiente muestran este trabajo filosófico indirecto:

> Reconozco que el tiempo, la extensión, el movimiento y el continuo en general, de la manera en que se los toma en matemáticas, no son sino objetos ideales, es decir, que expresan posibilidades, igual que lo hacen los números. El propio Hobbes ha definido el espacio como *phantasma existentis*. Pero para hablar con más exactitud, la Extensión es el orden de las coexistencias posibles, como el Tiempo es el orden de las posibilidades inconsistentes, pero que sin embargo tienen conexión. Así, la una considera las

> cosas simultáneas o que existen juntas, el otro las que son incompatibles y que sin embargo se conciben todas como existentes, y eso es lo que hace que sean sucesivas. Pero el Espacio y el Tiempo tomados conjuntamente, forman los órdenes de posibilidad de todo un Universo, de suerte que esos órdenes cuadran no sólo con lo que existe actualmente, sino también con lo que podría ser puesto en su lugar, igual que los números son indiferentes a todo lo que puede ser *res numerata* (Leibniz citado por De Mora Charles 2012: 213).

Por eso, sería difícil negar que el *analysis situs* realizado por Leibniz es un ejercicio filosófico. Por ejemplo, ¿cómo realizar el *analysis situs* sin el concepto de espacio? Este concepto guarda un lugar importantísimo en el corpus leibniziano: desde su enfrentamiento con Clarke a su monadología, pasando por todo trabajo de carácter geométrico realizado por Leibniz. A pesar de ello, en los trabajos acerca del *analysis situs* existe una indeterminación de estas nociones, como el caso del espacio, es decir: no hay una definición clara de, por ejemplo, el concepto de espacio. Por ello, ¿dónde podemos comprobar la existencia de ese trabajo filosófico al que nos referimos? En nuestra opinión se encuentra en el trabajo intuitivo que realiza Leibniz, que, basado en sus análisis y trabajos previos, le permite llegar a utilizar conceptos como el de espacio o identidad a pesar de que no se encuentren definidos en su totalidad.

2.2.3. Alquimia, el fuego perpetuo y el ingreso en la *Académie des sciences*

Introducción

La alquimia ha sido siempre una constante entre los científicos del siglo XVII. El caso más paradigmático es el de Newton, figura que hoy se conoce popularmente como un científico empírico, ante todo, y como el padre de la física moderna, pero cuyos intereses contrastan enormemente con la fama que posee, pues dedicó gran parte de sus textos a problemas de alquimia y teología, incluyendo, por ejemplo, un texto dedicado al templo de Salomón (Newton 2009). El caso del joven Leibniz es parecido: respecto a la teología, era algo habitual en los científicos del siglo XVII que ésta fuese un potente incentivo para sus estudios científicos (Grant, 2007: 298). Y aunque la alquimia no juega un papel importante en su *corpus* como en el caso de Newton (pues Leibniz es crítico con la alquimia en su época madura), ésta está presente en sus intereses de juventud a pesar del carácter científico de su sistema filosófico. De su actitud hermética en contraposición a la científica habla Orio de Miguel (2009), y del mismo modo ocurre con el vitalismo, explicado por Miguel Escribano (2017) y mostrado en los intercambios entre Leibniz y Stahl (Leibniz 2016; y de futura aparición en OFC 9). Todo ello pone en contraste la complejidad de la figura de Leibniz. Aunque pueda parecernos contradictorio, la alquimia, que no es otra cosa que la búsqueda de desvelar la realidad última de las cosas de la naturaleza (y en ese sentido no se diferencia tanto de la práctica científica), estaba íntimamente unida con los estudios sobre metafísica y filosofía de la naturaleza[13].

En las cartas con Huygens encontramos dos ejemplos de ello. El primero, una discusión sobre la posibilidad de sacar oro de la arena y el intento de ello por parte de Becher; y el segundo, una discusión sobre el fósforo y la posibilidad del fuego perpetuo.

Es muy importante tener en consideración el papel de estas discusiones para Leibniz en su contexto. Durante la primera etapa de la correspondencia, de hecho, Leibniz intenta por todos los medios posibles entrar a trabajar en la *Académie des sciences*. Y es con esa idea por lo que escribió su ensayo sobre el *analysis situs* y le hizo llegar a Huygens varias muestras de fósforo. Y además, llega a considerar su texto sobre la cuadratura aritmética como pertinente para hacerle entrar a la academia. En el mismo contexto encontramos el caso del fósforo y del oro que podría sacarse de la arena.

El oro de Becher

La discusión sobre la posibilidad de sacar oro de la arena aparece debido a las afirmaciones de que Johann Joachim Becher, un alquimista y precursor de la química nacido en la ciudad de Espira en Alemania, cerca de Heidelberg, en 1635, se había lanzado a tal empresa. Becher, con tan sólo 19 años, publicó bajo el pseudónimo Solinus Salzthal de Regiomontus una obra sobre química llamada *Discurs von der Großmächtigen Philosophischen Universal-Artzney, von den Philosophis genannt Lapis Philosophorum Trismegistus*, en la que desarrollaba sus heterodoxas ideas sobre conseguir convertir el plomo en oro con la famosa piedra filosofal.

La tarea que más conocido le hizo en su tiempo, sin embargo, no fue otra que intentar realizar uno de los grandes anhelos del ser humano: la del estudio e intento de generación de oro partiendo de otros materiales

[13] «Alchemy was thus a natural, virtuous activity within the compass of human art, and an accepted activity and language at the noble court» (Smith, 2016: 9).

más baratos, tarea tradicionalmente centrada en el plomo. Su interés no era solamente la riqueza personal, sino también llegar a gestionar las cantidades de oro conseguidas por los gobiernos mediante su método, tal y como defiende en *Politischer Discurs von den eingentlichen Ursachen deß Auf und Abnehmens der Städt, Länder und Republicken* (1668), aunque otros autores no están tan seguros de las buenas intenciones de Becher y aseguran que su empresa era una clara estafa (Aiton, 1992: 119).

Con Leibniz se intercambia Becher dos cartas sin apenas contenido. Pero ya anteriormente Leibniz había mostrado interés por la figura de Belcher y sus estudios[14].

Becher es nombrado en la correspondencia debido al interés de Leibniz en este proceso que intentó crear Becher para sacar oro de la arena de las costas. Propuso de hecho a la «asamblea» holandesa que podía sacar una fortuna anual, empresa que a la postre se saldó sin éxito y con una huida de Becher a Inglaterra sin haber llegado a construir la planta que proyectaba para sacar oro de la arena. Esto, para los críticos fue una muestra más del engaño perpetrado por Becher.

La mera existencia de este asunto en las cartas entre Leibniz y Huygens muestra que estas promesas que se derivan de los misterios que todavía la naturaleza parecía guardar, interesaban mucho al joven Leibniz. Y de hecho, a pesar de lo que pueda parecer, no eran un disparate en su totalidad. De serlo así, primero Leibniz no le habría otorgado ninguna credibilidad a Becher, lo cual sí ocurrió tal y como muestran las cartas con Huygens y con el mismo Becher. Y segundo, Huygens habría alentado a Leibniz a no creer en este tipo de mitos y leyendas. Ambos se toman, sin embargo, el asunto bastante en serio, a pesar del claro y comprensible escepticismo que presentan.

Entre la razón y la superstición

Por todo ello, en las cartas se observa que, a pesar del interés de Leibniz por asuntos alquímicos, vitalistas y herméticos, su razonamiento práctico era superior a la superstición que solía rodear estos procesos alquímicos, llenos a su vez de promesas de riquezas imposibles. Por ello pregunta del siguiente modo a Huygens su opinión sobre la empresa de Becher de sacar oro de la arena:

[14]«Belcherus Medicus, homo ingeniosus, sed polypragmon» Carta de Leibniz a Thomasius, septiembre de 1669, AA II, 1, n.13: 41.

> Habrá escuchado usted hablar de la empresa del Sr. Becher en Holanda de sacar oro de la arena. Hay personas que tienen buena opinión sobre ello. Usted sabe que el Sr. Hudde es uno de los comisarios. El Sr. Becher dice que trata también con los franceses. Me encantaría saber si usted ha hablado con él en París. Para mí, yo dudo del éxito. Pues creo saber más o menos en qué consiste su experimento. Hay un vestigio de oro: mas no sé si hay manera de obtenerlo, pues él asegura que habrá más en grande que en pequeña proporción, lo cual es una paradoja (Leibniz, carta 12; AA III, 2, n.346: 849).

Leibniz no niega en rotundo la posibilidad de que la empresa de Becher sea una locura, lo que niega es que el oro en la arena se pueda encontrar en tales dimensiones. Es decir, Leibniz es consciente de la presencia real de partículas de oro entre la arena del litoral, pero eso no le hace creer ciegamente en la promesa de la riqueza. En este sentido, lo que explica Leibniz es parecido a la práctica en la llamada fiebre del oro en el oeste de los Estados Unidos entre 1844 y 1855, años en los que multitud de inmigrantes viajaban hasta San Francisco, California, con la esperanza de encontrar una pepita de oro que diese sentido a las interminables horas de trabajo cribando el agua de los ríos. Y lo habitual es que se encontrase oro, sí, pero cantidades insignificantes. El caso de Becher es muy parecido. Hay oro en las arenas, algo que alegrará a aquellos que nos gusta veranear en la costa, pero en cantidades absurdamente pequeñas, por lo que ni si quiera daría para financiar el mismo viaje a la playa. La promesa de Becher, por tanto, era a todas luces irreal, pues prometía sacar de las costas la misma cantidad de oro que de arena, lo cual desafía toda lógica.

A pesar de las promesas de Becher en las que parece que él mismo creía ciegamente, de que la asamblea holandesa le había permitido comenzar tal empresa, y de que contaba en principio con la opinión positiva de importantes figuras como Hudde, la opinión en Holanda de su experimento se había vuelto negativa con el paso del tiempo, tal y como responde Huygens.

> En cuanto al secreto de Becherus, se me dice desde La Haya que se le ha comenzado a tener menos buena opinión sobre el éxito, e igualmente aquellos que habían sido bien informados a su favor. Realmente me gustaría saber en verdad si efectivamente en la arena como aquella de nuestras dunas hay oro escondido, lo cual me parece poco consistente con lo que dicen los químicos,

> así como también nuestro Sr. Du Clos (Huygens, carta 14; AA III, 2, n.359: 888).

Como podemos ver, dentro de la incipiente disciplina química, Samuel Cottereau Du Clos tampoco creía que este experimento de Becher fuese a llegar a ningún lado. Y poco a poco, con el paso del tiempo comienza a desvelarse la realidad:

> Los ensayos que el Sr. Becher ha publicado no prueban la realidad de su proposición, al menos que haga ver que se puede reiterar la misma operación hasta 50 veces con el mismo dinero. Pues de no ser así, todo el dinero de Europa debería pasar por su horno antes de que él pudiese ganar el millón prometido por año (Leibniz, carta 15; AA III, 2, n.361: 902)

Vemos que la opinión de aquellos dedicados seriamente a las ciencias no se dejaba llevar por los cantos de sirena de Becher. Cabe señalar, sin embargo, que Becher no era un mero charlatán, ya que había tenido éxito en diferentes empresas. Por poner un ejemplo, en 1669 había creado un método para extraer el hierro de sustancias no metálicas, el cual probó ante el Elector de Mainz, estando Leibniz delante (Smith, 2016: 119, nota 89), creando una gran expectación debido a la utilidad del método para conseguir materiales con mayor grado de pureza.

Lo interesante de este apartado, sin embargo, es mostrar primeramente que los intereses de Huygens y Leibniz van mucho más allá de la geometría, la matemática y la metafísica, y alcanzan aquellos asuntos de los cuales la sociedad podría valerse. Esto no es sorprendente en Leibniz, figura eminentemente dedicada a alcanzar la paz y la reconciliación entre pueblos, religiones y visiones políticas (ver Roldán 2012), pero sí sorprende que tengan lugar en una correspondencia científica, mostrando que el interés de los científicos del siglo XVII eran más abiertos a asuntos heterodoxos de lo que en principio podría parecer.

Por último, tampoco hay que restar importancia al hecho de que cualquiera de estos descubrimientos, de poder aplicarlos el mismo Leibniz, podrían abrirle paso para conseguir un puesto en la *Académie des sciences* de París, lugar en el que a fecha de estas cartas todavía trabaja Huygens.

La aparición del fósforo

Becher era un tipo dado a este tipo de descubrimientos relacionados con la alquimia, y estando al servicio del Duque Gustavo Adolfo de

Mecklenburg-Güstrow, en 1677 intentó asegurar para la casa del duque el descubrimiento del fósforo y el proceso para fabricarlo (así como la fabricación de fósforo blanco, un alótropo del elemento químico fósforo, es decir, una variante molecular de éste de gran utilidad en la industria militar y armamentística) pero se le adelantó Leibniz, asegurándose la receta y ofreciendo el invento al Duque de Hannover (Smith, 2016: 18).

El fósforo, como otro elemento a caballo entre la alquimia y las ciencias, aparece como uno de los temas capitales en la primera etapa de la correspondencia. Para comprender su papel en las cartas es necesario señalar que el tema principal no es tanto el fósforo, su composición, uso y naturaleza, sino el ofrecimiento de Leibniz de este elemento a la *Académie des sciences* de París para intentar cumplir el deseo de Leibniz de conseguir un puesto remunerado en ella.

Por otro lado, el fósforo era tan importante porque podía suponer encontrar otro de los asuntos capitales de la alquimia, el fuego perpetuo o eterno, es decir, un fuego que nunca se apaga. Este fuego perpetuo es casi tan importante como la búsqueda de un método para crear oro del plomo, ya que significaría tener una fuente de energía inagotable. Las aplicaciones no solamente para las ciencias, sino también para la sociedad, el ámbito militar y la política son infinitas.

¿Cómo llegó entoces el fósforo a Leibniz? A través de Johan Daniel Crafft, antiguo amigo suyo y experto en la manufacturación de lana, aconsejado por Leibniz al duque como consejero debido al interés de este último en el negocio de la lana:

> Además de la manufactura de la lana, Crafft también trató con Leibniz acerca de la producción de fósforo. Lo había descubierto Heinrich Brand, de Hamburgo, hacia 1674. El inesperado descubrimiento se produjo por casualidad, al seguir el proceso descrito en un libro de alquimia para extraer, a partir de la orina, un fluido que supuestamente transformaba la plata en oro. Brand había vendido el secreto de fabricación a Crafft (Aiton, 1992: 113).

A la luz de sus conversaciones con Crafft sobre el fósforo, Leibniz escribe un artículo llamado *De modo perveniendi ad veram corporum analysin et rerum naturalium causas* (Sobre el modo de llegar al verdadero análisis de los cuerpos y las causas de las cosas naturales, GP 7: 265-269; OFC 8: 130-133), así como un texto sobre el fósforo llamado *Le phosphore de M. Krafft ou Liqueur et terre seiche de sa composition qui iettent continuellement de grands éclats de lumière* (El fósforo de Mr. Crafft, OFC 8: 128-129).

Más adelante, Leibniz haría un acuerdo con Brand, el descubridor del fósforo, para recibir el proceso exacto para producir fósforo y otros experimentos en los que Brand estaba inmerso [15]

> Becher sentó las bases para la teoría del flogisto, teoría más adelante desarrollada por Stahl. Aiton dice «Becher era un hombre de temperamento difícil, lleno de envidia y mala voluntad hacia aquellos de sus contemporáneos que destacaban, e incluso llegó a escribir un libro ridiculizando a los estudiosos de la época». Este libro, *Närrische Weisheit und weise Narrheit*, se publicó póstumamente en 1683 y llegó a las manos del Duque Ernesto Augusto (Sucesor de Johann Friedrich en Hannover), a quien Leibniz tuvo que explicar por qué motivo Becher le atacaba a él. Becher se había ofendido cuando Leibniz impidió el fraude alquímico que Becher planeaba llevar a cabo. Pretendía transformar la arena en oro y Leibniz había puesto en cuestión esto en la carta que había enviado a Huygens junto con la muestra de fósforo. Como revancha, Becher recurrió al pretexto de una de las conversaciones que había mantenido con Leibniz en Hamburgo, en la que éste había hecho algunos comentarios sobre cómo mejorar los carruajes. Becher distorsionó sus comentarios y atribuyó a Leibniz la ridícula afirmación de que podía diseñar un carruaje capaz de cubrir la distancia entre Hannover y Ámsterdam en seis horas. Leibniz señaló al duque que estaba en buena compañía, pues Becher había ridiculizado también a hombres de la talla y la reputación de Huygens y el rey de Francia (Aiton, 1992: 119).

[15]«Durante el verano, Leibniz viajó a Hamburgo para adquirir la biblioteca del difunto Martin Fogel a beneficio del duque. Allí trabó conocimiento con Heinrich Brand, el descubridor del fósforo, con quien llegó a un acuerdo, tras consultar con el duque, por el cual Brand se comprometía a dar a conocer los resultados de sus investigaciones sobre la fabricación del fósforo y otros experimentos químicos a cambio de un salario anual de 120 táleros. Brand llegó a Hannover el verano siguiente y pronto encontró, en las afueras de la ciudad, un sitio adecuado para trabajar en la fabricación del fósforo. Se recogía la orina de los soldados de un campamento próximo y se almacenaba en barriles. Brand dejaba evaporar y destilaba esta orina hasta producir fósforo. Leibniz dio fe de que Brand le había dado a conocer honestamente los detalles de su secreto, pues él mismo había sido capaz de repetir el proceso con sus propios trabajadores en otro laboratorio» (Aiton, 1992: 118-119).

Letras de fuego

Aunque el ideal del fuego perpetuo es que sea éste nunca se agote, Leibniz, cuando presenta una muestra de fósforo por primera vez a Huygens, aclara que llama fuego perpetuo al fósforo porque dura muchos años sin consumirse si se guarda apropiadamente (carta 12). Leibniz hace llegar a Huygens un pequeño trozo de fósforo. Para ello, introduce una pequeña muestra en una ampolla a su vez recubierta con cera de España o lacre (es decir, un tipo de cera para sellar hecha con resinas que era la norma para cerrar la mensajería, paquetería e incluso para el sellado de botellas de vino), de modo que si la ampolla se rompiese no hiciese que el paquete ardiese por completo.

Sus propiedades eran llamativas. Entre otras cosas, afirma Leibniz que una sola partícula puede hacer que cualquier objeto resplandezciese, que las manos quedaban luminosas durante horas al tratas la materia, y que con ella se pueden escribir letras luminosas en papel. ¿Cómo entender la naturaleza de semejante materia?

> Yo mantengo que hay un verdadero fuego encerrado ahí, mas no lo suficientemente recogido como para hacerse tocar: cuando se le sopla contra la luz, desaparece y regresa inmediatamente después. Esto es algo notable. A pesar de ello he visto que el sólo viento ha encendido un trozo de papel que me había servido para limpiarme los dedos al vaciar el recipiente, cuando había hecho este fuego (Leibniz, carta 12; AA III, 2, n.346: 847-848).

Las propiedades del fósforo, por tanto, parecían casi mágicas. Y tras explicar sus curiosas propiedades, Leibniz le pide a Huygens el 18 de septiembre de 1679 que enseñe la muestra a Colbert, al Duque de Chevreuse (a quien Leibniz ya había enviado experimentos sobre el fósforo un año atrás, AA III 2, n.80 y n.246) y a los dirigentes de la *Académie des sciences*, para más adelante ofrecer a la academia la composición del fósforo si lo considerase como algo útil.

Asimismo, en la carta 13, el 10/20 de octubre, Leibniz añade unas palabras respecto a su intención a la hora de enviarle a Huygens la composición del fósforo a la academia. Afirma primeramente que no pide nada a cambio aparte del secreto que espera que la academia guarde respecto a la composición del fósforo. Sin embargo, Leibniz guarda la esperanza de que esto sirva para apoyar de algún modo su pertenencia a la academia, incluso aún sin la posibilidad de estar presente:

> Creo que hay personas que le piden mucho para comunicárselo, mas yo no le pido nada, siempre que la Academia Royal desee mantener el asunto en secreto; y que esto pueda servir para facilitar lo que tengo algún motivo de esperar un día. Pues sin hablar de algunos descubrimientos matemáticos de mi creación (particularmente de mi Cuadratura, la cual he conseguido demostrarla en formas, con cantidad de otras proposiciones considerables y comprendidas, y que podría ser adoptada por la Academia) estoy en posición de enviarle de vez en cuando lo que está sucediendo en las ciencias en Alemania y que usted llega a conocer demasiado tarde, o nunca. Y una correspondencia reglada puede ser que me pueda hacer considerar de algún modo como perteneciente a vuestra Academia, aunque no pueda estar presente. Tengo algunos otros experimentos considerables que pretendo regalarle un día (Leibniz, carta 13; AA III, 2, n.351: 876).

De esta cita cabe destacar varias cosas. Lo primero, que señala expresamente la finalidad de la comunicación de la composición del fósforo a Huygens y a la academia, aunque en Leibniz siempre hay un sincero interés científico, tal y como vemos en todo su corpus, es decir, aunque en este caso la finalidad es pertenecer a la *Académie des sciences*, no hay que dudar de la honestidad científica de Leibniz, pues eso resultaría inconsistente con respecto al resto de su corpus. Ejemplo de ello podemos encontrarlo, sin ir más lejos, en el intercambio de métodos con Fatio que discuto en el apartado 2.3.3. de esta tesis.

Por otro lado, que Leibniz ofrece sus otras invenciones para ponerlas como ejemplo de lo que puede aportar a la academia, de aceptarle como miembro. Ese es el caso de la cuadratura aritmética. Y aunque no lo dice de un modo explícito, otro ejemplo es el *analysis situs* ofrecido a Huygens en la carta 12, justo la anterior a esta, la cual no recibe respuesta.

Y, por último, es también relevante en esta cita que Leibniz ofrece la posibilidad de desarrollar su aportación a la academia a través de una correspondencia oficial, en el caso de no poder estar presente en París.

Huygens responde en la carta 14 que la mostrado el trozo de fósforo a los señores de la academia, así como a otras personas curiosas. Explica también que la potencia del fósforo había consumido la ampolla al abrir el paquete, así como algunas palabras de la carta de Leibniz. Y señala también Huygens el efecto que produce el fósforo al exponerlo al aire:

> he observado una cosa muy remarcable además de eso, que es que habiendo estar el frasco cerrado 10 ó 12 horas con su tapón de vidrio, el fósforo no alumbra ni humea más, mas cuando se abre el frasco por un momento le da aire nuevo (Huygens, carta 14; AA III, 2, n.359: 887).

Además, afirma Huygens que se encuentra en la tesitura de no gastar el trozo que Leibniz le ha mandado, y a la vez haber practicado lo suficiente como para tener éxito una vez que realice el experimento delante de Colbert. Para ello, Huygens pide más explicación sobre cómo encender apropiadamente el fósforo. Y afirma que de resultar el experimento positivo, los señores de la academia estarían muy en deuda con Leibniz si les envía la receta. Pues Du Clos, el químico de la academia, no había sido capaz de recrear el fósforo de Christian Adolf Balduin, es decir, siguiendo su receta. Tampoco habían podido recrear el fósforo con una receta enviada por Tschirnhaus que había conseguido en Holanda.

En la carta 15, Leibniz explica a Huygens que para encender apropiadamente el fósforo, solamente tiene que mezclar un trozo tan pequeño como la cabeza de un alfiler junto con pólvora, teniendo ésta última bien molida, mezclar el trozo y triturarlo juntos

> al servirlo por ejemplo con la parte plana de un cuchillo, con el cual se presiona la pólvora contra el polvo en una mesa, y se iluminará rápidamente. Se podrán escribir con este fósforo letras de fuego sobre el papel, y se iluminará este papel mientras continuemos frotando. Estos dos experimentos son los más prácticos pues pueden hacerse sin consumir el fósforo (Leibniz, carta 15; AA III, 2, n.361: 893).

Leibniz se muestra sorprendido de que el fósforo se haya comido la ampolla y le manda una nueva muestra, recubriéndola de nuevo con cera de España para evitar la fuga del material y el posible peligro que ello podría conllevar.

En la carta 16, Leibniz, sin embargo, vuelve a escribir a Huygens mostrándole un método más sencillo para encender el fósforo y a la vez no malgastar el que ya posee:

> Habrá usted recibido mi última carta con otro trozo de fósforo. No obstante, habiendo pensado en la manera más cómoda y la más segura de encender la pólvora con el fósforo, he pensado

> en esto. Tome un pequeño bastón que tenga algo de anchura al final: frótelo bien con el fósforo, y habiendo pusto la pólvora molida o triturada sobre una mesa, remuévala y tritúrela con la punta del bastón y presiónela contra la mesa, y la pólvora se iluminará mucho. Vengo de hacerlo. De esta manera usted ahorrará fósforo, usted no lo pondrá en riesgo de encenderse e iluminará la pólvora de un modo seguro (Leibniz, carta 16; AA III, 2, n.364: 908).

Huygens, sin embargo, reconoce en la carta 17 que no ha sido capaz de realizar el experimento. Afirma que ni al frotar fuertemente dos papeles llenos con la mezcla ha conseguido encenderlos, y que solamente ha conseguido humo y un desagradable olor. Huygens señala que el error debe estar en el procedimiento, ya que la pólvora que ha empleado era de buena calidad, estaba bien molida, y se encontraba seca.

La respuesta de Leibniz se encuentra en la última de las cartas que intercambian en esta primera etapa. En ella afirma que si Huygens no ha sido capaz de encender el fósforo de ese modo, no sabe qué responderle, pues se encuentra en el límite de su conocimiento. Es decir, Leibniz parece afirmar indirectamente que el error no se encuentra en los dos procedimientos enviados a Huygens (uno con el filo de un cuchillo y otro con la punta de un bastón), sino probablemente con la forma de poner en práctica el experimento por parte de Huygens o, quizá, en la calidad de la pólvora utilizada. Esto, sin embargo, no es hecho explícito por Leibniz, aunque se puede deducir que Leibniz está eliminando la responsabilidad de que el fallo haya sido suyo.

El fósforo tras la correspondencia

Si tras esta respuesta de Leibniz sobre el fósforo, cesa la correspondencia y este tema no es retomado en el futuro entre las conversaciones de la segunda etapa, ¿qué ocurrió, entonces, con la receta del fósforo? ¿Llegó Leibniz a enviar la receta a la *Académie des sciences*?

En las cartas no encontramos una respuesta a esta pregunta. Es seguro que Leibniz, primeramente, esperaba una respuesta a esta carta, en la que Huygens respondiese no solamente al asunto del fósforo sino también al *analysis situs*. Huygens, sin embargo, nunca llegó a responder. Al no responder, deducimos que Huygens no pudo llevar a cabo el experimento del fósforo delante de Colbert, por lo que la entrada de Leibniz a la academia por este mérito quedó descartada.

Es probable que Leibniz esperase que Huygens informase sobre si finalmente había podido encender el fósforo. Al no recibir respuesta, Leibniz no llegó a enviar la receta, pues igualmente a los ojos de la academia se trataría de un experimento fallido que se suma a las recetas de Tschirnhaus y de Balduini recreadas sin éxito por Du Clos.

A eso hay que sumar el motivo por el que la correspondencia se interrumpa. No es simplemente por el capricho de Huygens de no contestar, sino que, en el periodo del hiato en su comunicación con Leibniz, tiene que abandonar París debido a una recaída en sus depresiones y volver a su Holanda natal, lo cual facilita esta interrupción, junto con la revocación del edicto de Nantes (que otorgaba derechos a los protestantes en Francia) y el fallecimiento de Colbert, dos factores que impiden que Huygens pueda regresar a la capital parisina tras recuperar la salud.

De haber Huygens podido reproducido el experimento del fósforo, es posible que Leibniz hubiese podido conseguir la buena opinión y el favor de la academia. Aunque ello no le otorgaría automáticamente un puesto de miembro con salario, seguramente habría elevado considerablemente sus posibilidades.

¿Discusiones creadas *ex profeso*?

Hasta tal punto es tan importante este deseo de Leibniz en la segunda etapa de la correspondencia que las conversaciones entre Leibniz y Huygens a partir de la carta 11 se centran en esto, y tanto el fósforo como el escrito del *analysis situs*, así como los avances respecto a la cuadratura aritmética son presentados por Leibniz como avances que pueden ser de utilidad para la *Académie des sciences*.

Por ello se puede afirmar que la presentación de todos estos métodos a Huygens en la segunda parte de la primera etapa, es decir, las cartas que abarcan 1679 y 1680 (cartas 12-18) junto con las cartas 10 y 11, que datan de junio de 1676, están destinadas a conseguir un trabajo en la *Académie des sciences*.

Esto no quiere decir que todos los métodos e inventos presentados a Huygens en ese momento hubiesen sido creados con esta finalidad en mente, puesto que, por ejemplo, el escrito de la cuadratura aritmética y la creación de la máquina aritmética comienzan a ser desarrollados antes de 1676. Seguramente en esos años Leibniz pensaba que tenía grandes posibilidades de permanecer en París. Y no es hasta 1676, cuando desde Hannover se le insta a volver a la corte, cuando Leibniz necesita pedir a Huygens ayuda para no verse obligado a abandonar la capital francesa.

Lo que queda claramente reflejado en la correspondencia es que la discusión sobre Becher, el fósforo, la presentación del cálculo infinitesimal, así como el *analysis situs* y de la máquina aritmética, son una forma de presentar a Huygens todo lo que puede ser útil para la *Académie*, de modo que la comunicación de Leibniz en esta etapa tiene la finalidad de intentar conseguir un trabajo en París.

Muestra de ello es, por ejemplo, que el fósforo no vuelve a ser tratado en la correspondencia tras el término de la primera etapa. Por otro lado, que la cuadratura aritmética, aunque precursora del cálculo que Leibniz sí desarrolla posteriormente, es retomada en las últimas cartas de la primera etapa con el motivo explícito de que sea de utilidad para la *Académie*. Y, por último, el hecho de que el *analysis situs* no es retomado por Leibniz hasta el final de su vida, y tampoco es vuelto a ser discutido en la segunda etapa.

No parece, por tanto, que los métodos de Leibniz hayan sido creados *ex profeso* para esa búsqueda de empleo. Aunque sí se puede decir eso de la discusión sobre el fósforo.

El *analysis situs*, debido a que no vuelve a retomarse en la correspondencia podría considerarse como creado *ex profeso* para conseguir el trabajo en la academia. Pero el hecho de que sea un trabajo influenciado por Pascal y otros, que parte del estudio realizado en París y que es análogo a los primeros pasos y desarrollos del cálculo infinitesimal, dan a entender que esto se trata de una casualidad, y que Leibniz no estaba creando el *analysis situs* con la mera finalidad de conseguir un empleo. lo que sí es cierto es que Leibniz presenta ante Huygens todo su arsenal científico.

Lo que más puede incitar a sospecha es, sin embargo, el abandono del *analysis situs* poco después de la no consecución del trabajo en París y que ni si quiera con Huygens, que fue el único que oficialmente estudió la característica geométrica hasta que se publicaron las cartas en 1833 (Huygens, 1833), había vuelto ni si quiera a mencionar el asunto. Pero un efecto puede haber sido causado por multitud de posibilidades, y entre ellas no siempre está claro la proporción que tienen a la hora de actuar como causa. En este sentido, nuestra opinión es que la no consecución del empleo tuvo mucho que ver para que Leibniz abandonase este proyecto llamado a tener una importancia análoga al cálculo infinitesimal, pero no menos causa es la opinión negativa de Huygens de este método. Podría decirse, sin embargo, que la opinión sobre el cálculo infinitesimal también fue tan negativa como la opinión sobre el *analysis situs*, y que sin embargo Leibniz sí permaneció desarrollando su cálculo. Esto apoyaría la teoría de que el *analysis situs* fuese creado *ex profeso* para conseguir trabajo en la *Académie*. Pero de nuevo, seguramente la aceptación del cálculo por parte de Huygens en sus primeros pasos (la cuadratura aritmética, las series infinitas y sus estudios sobre los números imaginarios de Bombelli) le empujó a seguir en ello, así como la eventual aceptación del método entre otros matemáticos pudo empujar a Leibiz a que siguiese desarrollando este método. El motivo, por tanto, por el que el *analysis situs* se paró de golpe tras la primera etapa de las cartas no puede saberse con exactitud, aunque se podría añadir una última hipótesis: que Leibniz no estuviese del todo satisfecho con los resultados conseguidos y por ello detuviese temporalmente su desarrollo.

En todo caso, en las mismas palabras de Leibniz se muestra la urgencia por conseguir el puesto en París, urgencia que probablemente juega un importante papel en la incomprensión de Huygens. Debido a ella Leibniz presenta en sus últimas cartas de la primera etapa una mezcla de temas cuyos límites no siempre están claros, como quien intenta disparar todas sus balas a la vez, en lugar de una a una, intentando dar al blanco.

Los intentos de pertenecer a la academia, sin embargo, no eran nuevos. Sus dos primeras obras en física, la *Hypothesis Physica Nova* (HPN) y el *Theoria Motus Abstracti* (TMA) fueron dedicados a la *Royal Society* y a la *Académie des sciences* respectivamente. Mientras que la HPN fue positivamente recibida en la *Royal Society*, lo cual supuso que el 19 de abril de 1673 Leibniz fuese aceptado como *fellow* (un puesto que no le reportaba ningún beneficio económico), la recepción tanto de la TMA por parte de los miembros de la *Académie des sciences* no fue tan entusiasta, pues encontraron los textos oscuros y difíciles (Antognazza, 2009: 109).

Cuando Leibniz llega a París, Huygens es el director de la *Académie des sciences*, aunque ya anteriormente Leibniz había entrado en contacto con la academia: el 9 de enero de 1675 había presentado su máquina aritmética a la academia con éxito. Y también presentó un cronómetro creado con muelles y resortes el 24 de abril influenciado por el invento de un reloj con resortes creado por Huygens (Antognazza, 2009: 160).

Con el fallecimiento de Roberval en octubre de 1675, quien ocupada un puesto con salario en la academia, Leibniz fue recomendado para ocupar su plaza apoyado por Gallois y por el duque de Chevreuse. Sin embargo Leibniz tuvo que cancelar una reunión con Gallois debido a un fuerte resfriado y eso hizo menguar el ya de por sí débil apoyo de Gallois. También el hecho de ser alemán le quitaba posibilidad de ser elegido, pues ya había muchos extranjeros en la academia, como Huygens y Cassini, que en el momento era director del *Observatoire*. Aunque escribió a Colbert intentando jugar sus últimas cartas, en el mismo día aceptó el puesto que se le ofrecía en Hannover (Antognazza, 2009: 174). Un último intento fue el de pedir trabajo en París al nuevo arzobispo de Mainz, Damian Hartard von der Leyen, solicitud que fue declinada.

El sueño de trabajar en París

En aquella época, tras aceptar el puesto en Hannover ya a principios de 1676, el duque de Hannover urgía que Leibniz abandonase París en pentecostés, cosa que Leibniz no hizo hasta que el duque le dio un últimatum para que volviese a Hannover. Todo ello no hizo cesar a Leibniz de su intento por volver a París, tal y como se comprueba, pues las cartas que contienen el *analysis situs*, que ofrecen la antigua cuadratura aritmética de 1674, y que incluyen las muestras de fósforo, abarcan el periodo de septiembre de 1679 y enero de 1680. De hecho, desde junio de 1676, justo antes de que Leibniz abandonase París el 2 de julio, hasta septiembre de 1679, no hay cartas entre él y Huygens. Ello muestra que la intención de Leibniz con estas cartas es difícil de poner en duda.

El motivo no querer dejar París por Hannover estaba claro. París era en aquel momento uno de los centros culturales y científicos más importantes del mundo, lo cual empujaría a Leibniz en sus variados trabajos. El trabajo de bibliotecario y consejero de la corte en Hannover era, sin embargo, todo lo contrario.

En el intento de Leibniz de entrar en la *Académie des sciences* respecto a la correspondencia, encontramos dos momentos bien identificados y separados. El primero tiene lugar en 1676, cuando Leibniz se ve obligado a dejar París por su nuevo trabajo en Hannover. Y el segundo, entre 1679 y 1680, momento en el que Leibniz vuelve a retomar la empresa de conseguir un puesto con salario en la academia.

La primera carta en la que Leibniz y Huygens hablan de la posibilidad de entrar a la *Académie des Sciences* es la carta 10, escrita por Leibniz a mediados de junio de 1676. Esta carta, sin embargo, está perdida. Conocemos que se refiere a ello debido a la respuesta de Huygens en junio de 1676. Huygens, en esta carta, afirma que ha hablado con Gallois «sobre su asunto» (refiriéndose al asunto de Leibniz), y éste se encuentra dispuesto a ayudarle. Del mismo modo, afirma Huygens haber hablado positivamente de Leibniz con Colbert, con lo que espera un efecto positivo de ello.

Respecto a la carta 10, y teniendo en cuenta que Huygens hace referencia a Jean Gallois en la siguiente carta, 11, podría pensarse que Leibniz está preguntando a Huygens alguna cuestión sobre el *Journal des Sçavans*. Pero esto es improbable, ya que, ¿para qué utilizar la mediación de Huygens en un intento de conseguir algo respecto al journal? Tiene mucho más sentido que necesita la mediación de Huygens para algo con respecto a la *Académie des Sciences*, debido al importante lugar que ocupaba Huygens en ella.

Esto, sin embargo, queda sin resultado, y debemos ir hasta 1679 para volver a retomar el asunto de la academia en la carta 12. Vemos, por tanto, que la importancia de este intento de entrar en la academia durante la primera etapa de la correspondencia es tal, que entre 1676 y 1679 no existe ninguna carta entre ellos. Es decir, este asunto fue primodial para Leibniz.

En la carta 12 del 8/18 de septiembre de 1679, Leibniz habla a Huygens de las materias más diversas. Comienza diciendo que un amigo suyo llamado Hansen le ha dicho que Huygens siempre tiene buenas palabras para él (Leibniz), lo cual agradece, y utiliza Leibniz como excusa para esta nueva comunicación. Sigue la carta con el deseo de Leibniz de conocer la dióptrica de Huygens y cómo se sitúa con respecto a las ideas de Descartes sobre la refracción y reflexión de la luz. Sigue con la cuadratura aritmética, cuyo texto afirma haber dejado en París para su futura impresión. Continúa con el método inverso de tangentes, diciendo que le gustaría ver si Huygens tiene algún problema que pueda resolverse con este método. Se mantiene en asuntos matemáticos cuando demanda a Huygens que le comunique, de saberlo, el valor de la incógnita para la ecuación $xz + zx$ igual a b, y $xx + zz$ igual a c, siendo b y c dados. Prosigue diciendo que no está satisfecho del álgebra por no dar las más bellas soluciones ni los medios más cortos para los problemas geométricos, haciendo referencia a su incipiente cálculo infinitesimal. Continúa añadiendo a la carta un trozo de fósforo y explicando la naturaleza de este sorprendente material, así como sus diferentes utilidades. Y termina pidiéndole su opinión sobre la empresa de Becher sobre el oro y la arena. Para terminar, al fin, en un postdata, sacando el tema de la posibilidad de entrar a formar parte con salario de la *Académie des Sciences*. La conexión es clara: en el mismo postdata Leibniz afirma que el fósforo puede ser una perfecta excusa para que Huygens le hable sobre él a Colbert, con Gallois poniendo su grano de arena. La postdata es digna de ser reproducida en su totalidad:

> Lo que usted ha hecho señor en mi consideración del tiempo pasado, me alienta a agregar esto. El fósforo del que le envío

> una muestra podrá darle la ocasión de hablar nuevamente sobre mí en casa del Sr. Colbert y espero que el Sr. Padre Gallois contribuya. Es cierto que en este momento no estoy en estado de vivir en Francia: sin embargo tengo una idea que puede ser que usted encuentre razonable, y la Academia podría saber por mí de vez en cuando las cosas que merecen ser conocidas. Eso siendo considerado si no se pudiese hacer que yo fuese considerado como miembro honorario de la Academia, a pesar de que esté ausente o al menos si se me pudiese expresar otra ventaja similar a este respecto. Puede ser que esto que he hecho en otras materias pudiese aun parecer apto para ser un día parte de las cosas que pertenecen a la Academia y particularmente mi Cuadratura Aritmética, la cual he dejado incluso al mismo M. S. En París en esta consideración en la cual ha sido demostrado al modo de los Geómetras, con cantidad de proposiciones considerables, que están en conexión con ella. Si usted encuentra, Señor, que la comunicación del secreto de la luz constante pudiese contribuir, no faltaré en enviarle y usted podrá contar con ello como si lo tuviera en mano. Mas si yo le conozco, creo que usted no estará menos interesado en esta apertura de un nuevo Análisis verdaderamente geométrico que puede ser que algún día tenga consecuencias extraordinarias (Leibniz, carta 12; AA III, 2, n.346: 850).

Para terminar, tras ello, Leibniz adjunta el primer artículo sobre el *analysis situs*. Vemos que Leibniz, en esta carta, utiliza todo su arsenal, gasta todas sus balas para intentar volver a París y conseguir ese puesto honorario en la academia.

Tan sólo un mes después, Leibniz vuelve a escribir a Huygens. En este caso, se trata de una carta en la que recuerda que le ha hecho llegar el fósforo, le habla sobre sus discusiones con Tschirnhaus sobre el método de llegar a las raíces de las ecuaciones, es decir, la forma de llegar a los números tales que hacen que una ecuación valga cero. También resume el sentido y la finalidad de su *analysis situs*, para volver al asunto del fósforo ofreciendo su composición de desearlo, afirmando que «hay personas que le piden mucho para comunicárselo, pero yo no le pido nada, siempre que la Academia Royal desee mantener el asunto en secreto» (Leibniz, carta 13; AA III, 2, n.351: 876).

En la carta 14, Huygens responde que no ha vuelto a ver a Colbert en parte porque ha estado enfermo y porque está «de obras» en su hotel[16] y no vive allí más.

En la carta 15, Leibniz, primeramente afirma que ha guardado la cuadratura aritmética para la *Académie des sciences*. Además, en la carta que envía a Huygens, dice en la postdata que señala en un papel aparte lo que opina que es mejor decirle a Colbert. Este papel aparte no se ha conservado, pero sí que tenemos el borrador que Leibniz se queda de la carta, en la cual sí aparece lo que quería que Huygens transmitiese a Colbert, lo cual reproduzco a continuación:

> Para triunfar mejor con M.C. [El Sr. Colbert], creo que sería bueno decir que un Alemán curioso ha enviado este fósforo y que quiere dar la composición, que está versado en física y matemáticas; que ofrece su correspondencia para comunicar cada cierto tiempo las novedades descubiertas en Alemania, teniendo tantos conocimientos por aprender que que él mismo puede dar cosas considerables de su cosecha. Que sería posible que estuviese de algún modo en la Academia con cargo de correspondente, y en las citas en calidad de miembro.
>
> Respecto al nombre sería bueno no decir nada si no hay necesidad; o llamarlo *Gottfredus Wilhelmi*, lo que es también cierto. Pues el M.C., habiendo tenido a menudo las orejas llenas de este nombre en un momento que no era propicio, lo repelerá si así lo desea. Pues los grandes, habiendo tenido una vez dificultades en una cosa, no se rinden fácilmente, y tendremos mayor éxito al proponerlo todo como nuevo. Yo mantengo, si el Sr. el Duque de Chevreuse y el Sr. el Padre Gallois lo aceptan, que sería bueno también advertirles, a fin de que ellos no den a conocer antes al M.C. que renovaremos una solicitud antigua (Leibniz, borrador carta 15; AA III, 2, n.361: 900-901).

Como veremos en las siguientes cartas, esta forma de exponer el solicitante a la Academie des Sciences podía ser peligrosa. El motivo es que no era la primera vez que solicitaba conseguir un puesto en la Academia, pues como hemos visto, ya lo había intentado en 1676. Había que decidir, por tanto, si realizar una solicitud nueva o si recuperar la solicitud antigua.

[16]Probablemente se refiera Huygens al Hôtel des Invalides, construido bajo las órdenes de Luis XIV. Hoy contiene la tumba de Napoleón.

Y podía haber problemas a la hora de desvelar el nombre del solicitante. Leibniz apela en la carta 16 a la confianza que les une a él y a Huygens para pedirle que, de pedir la academia que se desvele el nombre del solicitante, Huygens lo hiciese así.

En la carta 17, escrita por Huygens, éste afirma que mientras ha estado enfermo Gallois le ha visitado y ha reafirmado su apoyo a Leibniz, incluso con sus propias ideas para lograr que Leibniz se convirtiese en miembro con salario. Respecto al asunto del nombre, dice Huygens no haber podido enviar el expediente que Leibniz tenía pensado enviar anónimamente porque no ha recibido la carta que contiene el segundo trozo de fósforo. Y señala que no está inclinado a desvelar el nombre del solicitante anónimo, ya que el efecto que eso podría producir en el jefe de la Academia puede ser peligroso. Huygens se refiere a la nacionalidad alemana de Leibniz, y probablemente a su condición de protestante.

Por último, en la carta 18 Leibniz señala que agradece que haya hablado con Gallois, así como que su expediente lo enviaba anónimo no con la intención de camuflar al solicitante, sino para que no fuese rechazado en base a la solicitud antigua. En este aspecto Huygens parecía saber más que Leibniz no que se cocía en la academia, pues como muchos investigadores atestiguan, el ser alemán era posiblemente el primer obstáculo para entrar a una academia que ya contaba con demasiado personal extranjero. De todos modos, con el fin de evitar una malinterpretación de las intenciones de Leibniz, éste pide a Huygens que queme la hora en la que da instrucciones. Es por eso que hoy no la tenemos, aunque nos queda la nota apuntada en el borrador.

2.3. Segunda etapa

2.3.1. Problemas de mecánica

Comenzando la segunda etapa

La segunda etapa comienza en 1688, pero los precedentes de este nuevo intercambio epistolar entre Leibniz y Huygens comienza cuando Leibniz escribe *Meditationes de cognitione, veritate e ideis* (*Meditaciones sobre el conocimiento, la verdad y las ideas*), en noviembre de 1684 (AA VI, 4, 585-591; GP 4, 422-426; Leibniz 2003: 271-278). Este texto a su vez encuentra su origen en la polémica que los filósofos Arnauld y Malebranche tuvieron a finales del siglo XVII. Esta polémica está fundamentada en disquisiciones teológicas, pues Arnauld opinaba que Dios desea que los hombres serían salvos, mientras que Malebranche opinaba lo contrario, porque según éste último, de ser así, Dios no actuaría sabiamente. Éste último publicó su opinión en su obra *Traité de la nature et de la grâce* (1680), con lo cual situó la discusión en el plano público.

Malebranche defiende en su *Traité de la nature et de la grâce* que no toda la humanidad será salva. Sus motivos son que esta idea se encuentra reflejada en las Santas Escrituras, por lo que se trataría de una revelación divina. Entre citas al libro de los *Proverbios* y a las epístolas de *Tesalonicenses*, *Romanos*, *Hebreos* y *Colosenses*, entre otros, Malebranche deduce que aunque no todos los hombres vayan a salvarse, Jesucristo tiene un sincero deseo de que todos y cada uno consigan la salvación eterna.

La respuesta de Arnauld se encuentra en su obra *Des vraies et des fausses idées* (1683), en la que trata el asunto de la naturaleza de las ideas. Es una respuesta directa a Malebranche, en la que le acusa de haber antropomorfizado a Dios, haciendo parecer que actúa como influenciado por pasiones humanas. Además, Arnauld señala el carácter especulativo de Malebranche, acusándole de no aclarar si su metodología está basada en sus propias deducciones o se basa solamente en la revelación divina.

En esta discusión entran muchas cuestiones en juego que Leibniz ha tratado en sus escritos, como el tema de la gracia divina (mediante la cual se *regala* la salvación al ser humano), qué es aquello que motiva la actuación de la voluntad divina, sobre la cuestión de si Dios es bueno por qué no salva por gracia a todo el mundo, y también la veracidad o falsedad de las ideas. Por ello no es extraño, habiendo devenido además esta discusión mantenida por Arnauld y Malebranche una cuestión pública, que Leibniz decidiese introducir sus ideas en estas discusiones.

La forma en la que Leibniz se introduce en la discusión entre Arnauld y Malebranche es principalmente mediante dos textos. Primero, el *Meditaciones sobre el conocimiento, la verdad y las ideas*, el cual comienza con la frase «Destacadas personalidades sostienen actualmente vivas controversias acerca de las ideas verdaderas y falsas» (Leibniz, 2003: 271), refiriéndose al debate entre Arnauld y Malebranche. Olaso, editor de este texto en castellano, señala que Leibniz mismo afirma ni si quiera haber leído el *Traité de la nature et de la grâce* de Malebranche ni el *Des vraies et des fausses idées* de Arnauld por completo (Leibniz, 2003: 271, nota 1), pero que sin embargo que esta era una ocasión ideal para que Leibniz pudiese situar su opinión respecto a estos asuntos en el foro público.

Este texto, centrado en cuestiones epistemológicas, es una de las primeras muestras maduras de la filosofía del joven Leibniz, además con la novedad de que fue un artículo publicado en las AE en Noviembre de 1684, con lo que se trata de un texto finalizado que tenía la pretensión de que fuese leído y discutido por sus contemporáneos.

Segundo, Leibniz se introduce de nuevo en la discusión entre Arnauld y Malebranche mediante el envío a Arnauld de un «pequeño discurso» escrito por él en el que trata cuestiones relativas a las discusiones que está teniendo con Malebranche. A esta carta adjunta Leibniz una lista de 37 temas tratados en ese discurso, entre los que se encuentran que Dios siempre actúa de la mejor manera (1), que cada sustancia expresa el universo a su manera (9), la utilidad de las causas finales en física (19), el hecho de que si las leyes mecánicas dependiesen solamente de la geometría y no lo hiciesen también de la metafísica, los fenómenos serían diferentes (21), o sobre la diferencia entre los espíritus, las almas y otras sustancias o formas sustanciales (34) (GP 2: 12-14). Este discurso fue enviado a Arnauld a través del Landgrave Ernst von Hessen-Rheinfels el 1/11 de febrero de 1686, y se trata precisamente del texto que hoy conocemos como el *Discurso de metafísica*, uno de los textos más importantes de Leibniz en el que encontramos una síntesis de su filosofía. El título fue puesto por editores posteriores, y el nombre de cada parágrafo surge del listado que Leibniz adjuntó a Arnauld y al que nos hemos referido. Vemos, por tanto, que Leibniz ha dado el paso de no publicar el *Discurso de metafísica*, al contrario que ocurrió con el *Meditaciones sobre el conocimiento, la verdad y las ideas*.

Ocho años de silencio

Hemos explicado una polémica en la que Leibniz se ve envuelto con Arnauld y Malebranche. Pero, ¿de qué modo ocasiona estas discusiones que Leibniz y Huygens retomen su comunicación tras ocho años de silencio?

La publicación del *Meditationes de cognitione, veritate e ideis* (*Meditaciones sobre el conocimiento, la verdad y las ideas*, AA VI, 4: 585-591) por parte de Leibniz ocasiona una guerra intelectual entre Leibniz y sus seguidores con los cartesianos, que se ve amplificado porque justo antes de escribir su *Discurso de Metafísica*, Leibniz había publicado el su *Breve demostración del memorable error de Descartes*, y en ambos textos se encuentra un ataque a la filosofía cartesiana, más específicamente a la epistemología de Descartes. Veamos por qué este escrito ocasiona esta guerra.

La publicación en las AE de 1686 de la *Breve demostración del memorable error de Descartes* origina la polémica directa entre Leibniz y los cartesianos, ya que en esta obra Leibniz se opone a la mecánica cartesiana y da pie al origen de la *polémica de las fuerzas vivas*, es decir, la polémica entre Leibniz y los cartesianos por establecer el concepto adecuado de fuerza, que en Leibniz daría pie al concepto moderno de *energía* (Torretti, 1999: 34). Descartes había defendido la constante universal de movimiento en el universo, mantenida por Dios (de modo que la cantidad de movimiento nunca varía, es decir, las sumas totales de los movimientos ejercidos por los cuerpos siempre debe ser la misma), además de que el movimiento de los cuerpos es siempre recto en lugar de circular (progreso que permanecerá a no ser que se impida) y que la cantidad de movimiento se medía en base al producto de la masa del cuerpo con su velocidad ($m \cdot v$). El problema es que Leibniz se percata de que la ley de la conservación del movimiento en el mundo no se da en el mundo fenoménico, es decir, no es real. Por ello, Leibniz debe atender a una nueva noción que permita referirse a la realidad empírica sin perder de vista su dimensión metafísica, para lo que creará la noción de fuerza:

> Las verdaderas velocidades y las fuerzas absolutas: esto es lo que de verdad preocupa a Leibniz. Con los dos principios de conservación enunciados (progreso y velocidad respectiva) se puede resolver el problema del choque, pero limitarse a ellos es cerrar la puerta a una comprensión global del movimiento y sus causas. La causa del movimiento es la fuerza, y si se trata de una causa real, efectiva, habrá que hablar de fuerza absoluta. Esta es la manzana de la discordia «fuerza absoluta» no es un término convencional; tiene tras de sí toda la teoría de las causas y el peso de un pasado filosófico de siglos. [...] Las magnitudes de la nueva ciencia nacen de operaciones con números que representan ciertas cantidades, determinaciones numéricas que reflejan otros tantos aspectos de la naturaleza. Leibniz se da cuenta de que para no perder el hilo de la racionalidad en un entramado de medidas y operaciones hechas a la aventura, lo cual acabaría por conducir al desconcierto de una investigación completamente azarosa y dispersa, hay que encontrar una magnitud que sea expresión inmediata de una ley fundamental de la naturaleza (p.ej. mediante su conservación), y que además posea una independencia tal, que por sí misma y en todos los casos permita establecer los movimientos que pueden llegar a surgir y desaparecer en el ámbito definido por ella. Sólo algo así merecería ser llamado fuerza absoluta, y sería digno de la herencia de

> una tradición milenaria que habla de sustancias y actividades. De ahí la insistencia en encontrar «algo absoluto» y que se conserve, reservando para ello el nombre de «fuerza» (Arana, 1988: 260-261).

La *Breve demostración del memorable error de Descartes* de Leibniz fue rápidamente respondida por Catelan, un personaje del que se sabe poco, aparte de que era habitual encontrarle en polémicas de este tipo (Robinet, 1958: 289 y ss.). Las argumentaciones de Catelan en contra de Leibniz están basadas en el ejemplo que Leibniz propuso en su *Breve demostración* sobre la caída de un cuerpo que demuestra que no se da la conservación del movimiento, mientras que Catelan opina que Leibniz no ha entendido el paralogismo de la prueba. Escribió su respuesta a Leibniz en las NRL en el mismo número en el que se publica una traducción al francés de la *Breve demostración del memorable error de Descartes*. La referencia exacta del artículo de Catelan es NRL septiembre 1686, artículo II: 995-1005 y traducido al castellano en OFC 8: 201-204.

Leibniz responde a Catelan en las mismas NRL en el número de febrero de 1687, en el artículo III: 139-145; OFC 8; 205-214, el cual se ha publicado en OFC bajo el nombre *Origen de la polémica de las fuerzas vivas*. Como parte de esta polémica, se suceden una serie de cartas: Catelan vuelve a responder a Leibniz en las NRL de junio de 1687, artículo I: 577-590 (no traducido en OFC 8). Y Leibniz responde a Catelan en el artículo III de las NRL de septiembre de 1687: 952-956, traducido al castellano en OFC 8: 215-218.

Este último artículo de Leibniz termina con un *bello problema* que afirma que acaba de resolver y que espera que los cartesianos puedan también resolver. El problema es el siguiente: Encontrar una línea de descenso en la que el cuerpo pesado descienda uniformemente y se aproxime igualmente al horizonte en tiempos iguales (OFC 8: 218). Como señala Juan Arana en las notas a la traducción de estas palabras de Leibniz, éste estaba convencido de que la matemática cartesiana no estaba capacitada para enfrentarse a este tipo de cuestiones. Pero, sin embargo, seguramente Leibniz no esperaba que un hábil cartesiano iba a tomarle el testigo y responder a esta cuestión. Huygens, con quien no se escribía desde el intercambio del *analysis situs*, escribió una respuesta a este problema en las NRL de octubre de 1687, artículo VI: 1110-1111, lo cual ocasiona que Leibniz escriba a Huygens la carta 19, la primera perteneciente a la segunda etapa.

Una vez que comienza la segunda etapa, hay diferentes cuestiones que se tratan en las cartas, pero que para estudiarlas adecuadamente debemos separarlos por temas.

Las causas de la gravedad

En la carta 19, escrita en enero de 1688 Leibniz expresa el deseo de conocer la opinión de Huygens respecto a varios asuntos de importancia que navegan entre la mecánica y la física:

> Deseo que todo corazón que usted haga públicos tantos bellos descubrimientos que usted ha hecho desde hace tiempo en la Geometría, Mecánica, Dióptrica y en otras ciencias. [...] No conozco a nadie que le pueda sustituir. Mientras espero la publicación de vuestras obras, querría tener al menos algún conocimiento sobre lo que usted desea ofrecer. Me parece tener ojo para decir que usted puede dar razón al fin de la refracción del cristal de Islandia. Querría saber vuestra opinión sobre el flujo y reflujo, sobre la variación del imán que aparentemente tiene alguna regla y sobre la naturaleza de los colores fijos que llamamos reales. E igualmente sobre la generación de las sales (carta 19; AA III, 4, n.201: 370-371).

Esta carta, puesto que da comienzo a la segunda etapa de la correspondencia entre ellos, comienza retomando el asunto tratado en el apartado anterior (la polémica con los cartesianos y la polémica de las fuerzas vivas), pero además incluye este interés de Leibniz sobre la opinión de los temas señalados, como la naturaleza de los colores o del espato de Islandia (o cristal de Islandia, como lo denominan Leibniz y Huygens en las cartas). El interés del espato de Islandia radica en que posee la peculiar característica de la doble refracción, es decir, que cualquier imagen que se observe a través de este mineral aparece duplicada por un efecto óptico. Pero no solamente eso, sino que si se gira el espato, una de las imágenes quedará inmóvil mientras que la otra girará sobre él. No es difícil imaginar la curiosidad que un efecto tal ocasiona en los científicos del siglo XVII.

Huygens, sin embargo, no responde hasta dos años después, el 8 de febrero de 1690, con una muy breve carta en la que responde a la curiosidad de Leibniz en dos niveles. El primero es remitirle a dos de sus obras más importantes que acababan de ser publicadas: el *Traité de la lumière* y el *Discours sur la pesanteur*, los cuales Huygens le envía junto con esta carta.

El otro nivel lo encontramos al comentar directamente (en lugar de referirse a sus obras) que él, Leibniz, se ha encontrado con Newton respecto al problema de los caminos elípticos que siguen los planetas, y le pregunta a Leibniz si ha cambiado de opinión últimamente, debido a que Leibniz solamente había leído los *Principia mathematica* de Newton a través de una recensión y no teniendo acceso al libro completo. Señala Huygens, además, su opinión brevemente, que se resume en que los torbellinos cartesianos son superfluos si se acepta el sistema de Newton, en el que los cuerpos son movidos por la atracción hacia el sol y debido a la fuerza centrífuga. El aceptar la teoría newtoniana eliminaría todos los problemas que acarrea el aceptar la hipótesis de los torbellinos de Descartes, «como usted verá en mis observaciones» (Huygens, carta 20; AA III, 4, n.236: 461).

Cabe señalar también que Huygens responde a las cuestiones relativas a la polémica de las fuerzas vivas afirmando que no tiene una razón concreta por la que no le escribió en al recibir la epístola en 1688, especulando en que quizá se ha demorado demasiado y que desde ese momento se planteaba enviarle a Leibniz una copia de sus dos obras (el *Traité* y el *Discours*).

Leibniz tarda en responder la siguiente carta, que no es escrita hasta el 15/25 de julio de 1690 (carta 21), aunque explica que ha sido debido a su viaje a Italia, en el que pasó también por Austria. Respecto al *Traité de la lumière* afirma Leibniz que tiene la «mayor impaciencia del mundo» por verlo. Huygens había enviado el paquete con ambos textos, el cual todavía se encontraba en Hamburgo.

> Nos hacen falta libros como ese para avanzar verdaderamente. Espero ver descifrado el misterio del Cristal de Islandia y quizá encontremos algo que pueda servir para atisbar las razones de los colores para explicar matemáticamente por qué la naturaleza vuelve ciertos líquidos o superficies todas rojas o todas azules. Pues me imagino que estos colores que se llaman fijos no vienen menos de la refracción que los que se llaman transparentes, aunque el difunto Sr. Mariotte haya sido de otra opinión (Leibniz, carta 21; AA III, 4, n.267: 536).

A pesar del interés de Leibniz en conocer la opinión de Huygens respecto a los colores, Huygens responde en la siguiente carta, la nº22, que no se ha dedicado a ello en el *Traité de la lumière*, por encontrarlo un tema muy difícil, pero que Newton le había comunicado experimentos que había realizado sobre este asunto (carta 22).

Aunque en la carta 20 Huygens apenas respondía a las cuestiones que habían originado que se retomase la segunda etapa de esta correspondencia y Leibniz no comentó nada de ello en la carta 21, en la carta 22 Huygens solicita a Leibniz su opinión sobre la causa del movimiento de los planetas:

> En mi carta que acompañaba el *Traité de la lumière* os respondía a la muy agradable carta que me había escrito hacía mucho tiempo, sobre vuestro problema de los cuerpos igualmente descendentes que yo había resuelto. Había tocado también algo sobre las órbitas elípticas de los planetas, de las que usted había dado vuestras opiniones en las *Acta* de Leipzig, para saber si usted no había rechazado los Torbellinos de Descartes después de haber visto el libro del Sr. Newton. Le pido también vuestra opinión sobre lo que he escrito en el tratado sobre la Gravedad respecto al movimiento de los cuerpos que sienten la resistencia del aire, habiendo visto que usted había también comenzado este asunto. Mas espero con impaciencia vuestros comentarios sobre todos los diferentes asuntos que mi libro contiene, sabiendo que no podría tener un juez más competente, ni más inclinado a hacerme justicia (Huygens, carta 22; AA III, 4, n.271: 550).

En la misma carta 22, la misma donde Huygens le envía a Leibniz el tratado sobre la luz y el de la gravedad, Huygens le pregunta si ha abandonado ya los torbellinos cartesianos después de haber analizado la obra newtoniana. Huygens le escribe diciendo a Leibniz que él [Leibniz] le había prometido aclarar la dificultad de las órbitas elípticas de Kepler (A III, 5, n.90, 337). Leibniz propone la Circulación Armónica en su obra *Tentamen de motuum coelestium causis*, publicado en las AE, cuya explicación en Huygens dice no comprender. Le dice Huygens que eso es como una especie de torbellino cartesiano el cual Leibniz quiere conservar, y además señala Huygens que la proporción de peso de los cuerpos junto con la fuerza centrífuga producen ella misma las elipses keplerianos bajo la demostración de Newton. Y más adelante, en la siguiente carta escrita por Huygens el 9 de octubre de 1690 (carta 23), Huygens vuelve a solicitar a Leibniz una respuesta respecto a este asunto.

No es hasta mitad de octubre, presumiblemente nada más recibir la carta 23, cuando Leibniz responde a la demanda de Huygens (carta 24). Leibniz señala que no había recibido el paquete con las obras de Huygens hasta dos o tres semanas atrás, y afirma que estos regalos le resultan *preciosos*, a lo que añade:

> [A]quel [regalo] que me dio en París de vuestra excelente obra sobre los péndulos, ha sido una de las más grandes causas de progreso que quizá he hecho desde entonces en este tipo de ciencias. Pues me hacía esforzar para querer entender los pensamientos que se han convertido en muchos de los conocimientos que tengo ahora en estas materias, y estaba finalmente en posición de imitarle en cualquier cosa (Leibniz, carta 24; AA III, 4, n.282: 608-609).

Leibniz se refiere claramente al *Horologium oscillatorium*, texto que fue una influencia clave para el avance de Leibniz no sólo en las matemáticas en las que tanto avanzó en París, sino también en su pensamiento en general, en su sistema filosófico. ¿Podría jugar este *Traité de la lumière* un papel similar en esta segunda etapa de sus intercambios científicos al papel que jugó el *Horologium oscillatorium* en París?

> Si yo tuviese la edad y el tiempo libre de mi estancia en París, esperaría que me pudiese servir [el *Traité de la lumière*] en física como vuestro primer presente me hizo avanzar en Geometría. Pero estoy distraído por ocupaciones bien diferentes que parecen demandarme todo el tiempo. Y no es más que con escapadas que me puedo apartar alguna vez. A pesar de ello el placer y la utilidad que hay en comunicarse con usted me hace sacar provecho de la ocasión (Leibniz, carta 24; AA III, 4, n.282: 609).

Leibniz, por tanto, cree factible que esta obre tuviese la misma influencia en él que tuvo el *Horologium oscillatorium*. No es de extrañar, por tanto, que Leibniz confiese admirar la teoría ondulatoria de Huygens, la cual estimaba que la luz es emitida mediante ondas esféricas haciendo un movimiento parecido al que realiza el agua cuando se mueve. Pensemos por ejemplo en el movimiento ondulatorio del agua cuando tiramos una piedra a un lago: las ondas de luz funcionarían del mismo modo partiendo del cuerpo emisor. Por otro lado, Huygens también señala que cada *lugar* desde el que se emite luz funciona a su vez como un centro emisor secundario, de modo que la luz se propaga no solamente desde el emisor original, sino a través de cada uno de los puntos donde se encuentra la luz. Esta teoría concuerda, además, con los experimentos de la refracción y reflexión de la luz, y con el problema del cristal de Islandia.

Afirma Leibniz del mismo modo que Pardies había hablado anteriormente de ondas, pero de un modo muy diferente. Admira igualmente Leibniz la forma en la que la teoría responde a los fenómenos de la reflexión y refracción de la luz mostrados por los experimentos a través de una onda general, y que del mismo modo las ondas esferoidales responden al fenómeno del Cristal de Islandia.

Insiste Leibniz, por otro lado, en saber si la teoría ondulatoria de Huygens implica algo en relación a la naturaleza de los colores, y solicita conocer los experimentos de Newton sobre los colores comunicados a Huygens, de ser posible.

Respecto a la causa de la gravedad, Leibniz no hace referencia a que haya leído por completo los *Principia Mathematica*. La frase concretamente dice «después de haber considerado mucho el libro del Sr. Newton, que he visto en Roma por primera vez, he admirado de razón muchas de las cosas bellas que él presenta» (Leibniz, carta 24; A III, 4, n.282: 610). Es posible, de hecho, que en ese momento todavía no haya podido tener acceso a los *Principia*, y puesto que esto es algo que debilitaría su argumentación en contra de Newton, es algo que decide obviar de momento.

También cabe señalar que en la carta 24, añade Leibniz en unas notas que «Huygens dice que es Descartes el primero que pensó en la *vis centrifuga*, pero en realidad fue Kepler» (Leibniz, carta 24; A III, 4, n.282: 597).

Virtudes inexplicables

Señala Leibniz que no comprende la forma en la que Newton concibe la gravedad o atracción de los cuerpos, puesto que para él «no es más que una cierta virtud incorporal e inexplicable. En lugar de lo que usted ha explicado muy plausiblemente por las leyes de la mecánica» (carta 24). La explicación de Leibniz para el movimiento de los cuerpos difiere totalmente de la explicación por virtudes invisibles de Newton y se acerca más a la posición mecanicista de Huygens. Leibniz concibe la existencia de una circulación armónica que es capaz de crear por sí misma un centro que hace que el cuerpo gire en sí, de modo que el movimiento de los fluidos y de los cuerpos fuese armonizado:

> la circulación armónica sola tiene esta peculiaridad de que el cuerpo que circula también guarda precisamente la fuerza de su dirección o impresión precedente, como si fuese movido en el

> vacío por su sola impetuosidad unida a la gravedad. Y el mismo cuerpo también es movido en el éter como si aletease tranquilamente sin tener ninguna impetuosidad propia ni ningún resto de las impresiones precedentes, y no haría más que obedecer absolutamente al éter que le rodea, en cuanto a la circulación (Leibniz, carta 24; AA III, 4, n.282: 610).

Por lo tanto, siguiendo la argumentación de Leibniz, un cuerpo, cuando entra en la circulación armónica, tiene dos ímpetus que dirigen su movimiento. El primero es la impresión precedente, que se mantiene guardada por el cuerpo. Y el segundo, el movimiento que mantiene el éter que le rodea también influencia el movimiento del cuerpo, que se mueve *como si* «aletease tranquilamente», y sin rastro de la impresión precedente. Entonces, esta impresión precedente ¿se mantiene en el cuerpo según la ley de la circulación armónica? La clave está en el *como si* añadido por Leibniz. La impresión precedente se encuentra en el cuerpo, si seguimos las palabras de la cita anterior, aunque a la hora de observar el fenómeno éste se comporta como movido únicamente en base al éter que le rodea. Esto es así porque el movimiento tanto precedente que poseen los cuerpos (tanto líquidos como sólidos) junto con el movimiento del éter (o del torbellino ambiental, como también lo llama Leibniz), tras «mucho combate y oposición» son reducidos a una sola especie de movimiento armonizado, que es el que observamos en los fenómenos.

Puesto que la virtud invisible de los cuerpos a ejercerse atracción unos a otros propuesta por Newton le parece a Leibniz poco justificada, éste último afirma que para dar razón del movimiento de los cuerpos, igualmente tampoco se puede recurrir a que Dios haya dispuesto los cuerpos de este modo como una explicación plausible. Esto es así, no porque Leibniz piense que haya sido de otro modo, sino porque de haber razones mecánicas del movimiento de los cuerpos, no es necesario acudir a hipótesis teológicas ni a virtudes invisibles, sino que hay que buscar las causas mecánicas, las cuales siempre se dan en la naturaleza, aunque en un nivel teológico sea cierta la hipótesis de que Dios ha dispuesto los cuerpos de tal modo. Esto es un paso importante para la congruencia interna de la mecánica y la dinámica leibniziana: mientras que Leibniz es ante todo un filósofo, está decidido a no impregnar su explicación sobre los fenómenos de la naturaleza de cuestiones que pertenecen al reino de la metafísica o la teología por mor de salvaguardar su filosofía. De este modo, la metafísica y la teología tienen lugar en su sistema explicativo de cómo funcionan los cuerpos

(Garber, 2009: 225), pues Leibniz no dudará en entrar en la naturaleza de la sustancia y cómo estas, por ejemplos, son un reflejo del universo y de la sustancia divina, aunque no dejan de ser sustancias individuales, con identidades complejas (Padial, 2010: 270). Lo que no quiere Leibniz es utilizar ni la metafísica ni la teología como una hipótesis *ad hoc* que sustituyan la explicación natural de la que uno puede dar cuenta.

En ese sentido, Newton no ha dado una explicación satisfactoria para explicar el fenómeno de la gravedad, del que ni si quiera queda claro el mecanismo concreto mediante el cual los cuerpos supuestamente ejercen atracción a otros, como si esta fuerza se enviase al modo de un rayo de luz:

> Reconocida entonces la gravedad como una fuerza atractiva que tiene sus rayos a la manera de la luz, él [Newton] llega a que esta atracción guarda precisamente la misma proporción que la luz. Pues ha sido demostrado por otros que las iluminaciones de los objetos están en razón recíproca doblada de las distancias del punto luminoso; sobre todo porque las iluminaciones en cada lugar de las superficies esféricas son en razón recíproca de las superficies esféricas por las cuales pasa la misma cantidad de luz. Ahora bien, las superficies esféricas son como los cuadrados de las distancias. Usted juzgará, Señor, si se puede concebir que estos rayos vienen del esfuerzo de la materia que se esfuerza en alejarse del centro (Leibniz, carta 24; AA III, 4, n.282: 612-613).

Unos años después, en enero de 1693, Huygens y Leibniz siguen discutiendo acerca de la aceptabilidad de los torbellinos cartesianos. Huygens en este caso lo pone bastante claro: afirma que no quiere insistir en buscar una conciliación entre los torbellinos cartesianos y las elipses propuestas por Newton y que, como él, muchos creen que es algo imposible. Hace Huygens referencia a la sencillez con la que uno puede representarse los torbellinos cartesianos y su modo de trabajar y formar los movimientos de los planetas, del mismo modo que es fácil explicar que todos los planetas se mueven en la misma dirección. Pero, sin embargo, en palabras de Huygens, estos torbellinos son incómodos para explicar otros fenómenos como la «excentricidad» constante que presentan los planetas, así como sus aceleraciones y retardos en sus órbitas.

> Pues para la primera, parece que la materia del torbellino debería desde hace mucho tiempo haber sido reducida a una conversión regular en cuanto a la redondez, y en consecuencia también

> los planetas, puesto que flotan en su interior. Y para el segundo, poniendo que su movimiento se vuelve excéntrico, deberían acomodarse a la fuerza del torbellino en sus afelios y parhelios, lo cual no hacen, según lo que he examinado otras veces (Huygens, carta 55, A III, 5, n.123: 457)

Leibniz responde dos meses después, en marzo de 1693, afirmándole que los torbellinos funcionarían del mismo modo que los famosos péndulos inventados por Huygens, es decir, sincronizándose de un modo natural, acabando los planetas todos juntos en un mismo movimiento armónico[17]

El concepto de fuerza en la mecánica

Leibniz afirma también que ha pensado en otra explicación distinta que se encuentra cercana a la posición de Huygens, posición que defiende que el movimiento de los planetas es ejercido por la fuerza centrífuga de la circulación del éter. Para esta posición Leibniz afirma que debe basarse en la hipótesis de que existe la misma cantidad de potencia en cada órbita o circunferencia circular concéntrica de cada cuerpo circulante, lo cual permitiría que cada cuerpo se mantenga en su propia órbita sin salirse de ella y sin que las demás cuerpos la deformen.

Para explicar esta posición, Leibniz necesita definir la potencia, y afirma a Huygens que define la fuerza o potencia *por la cantidad del efecto*. De este modo, propone Leibniz como ejemplo que la fuerza de elevar un libro a un pie es la cuarta parte de la fuerza capaz de elevar un libro a cuatro pies, para lo que se necesita sólo el doble de la velocidad (carta 24). Este ejemplo puede trasladarse a las órbitas de los planetas:

> Tomemos entonces por ejemplo dos órbitas o circunferencias concéntricas; como las circunferencias son proporcionales a los radios o distancias del centro, lo son también las cantidades de las materias de cada órbita fluida. O si las potencias de dos órbitas son iguales, es necesario que los cuadrados de sus velocidades sean recíprocas a sus materias, y por consiguiente a las distancias. Pues los tiempos periódicos son/están en razón compuesta de la directa de las órbitas (o distancias) y de la recíproca

[17] «Vous jugés aussi, Monsieur, que les tourbillons deferans, ne sont pas conciliables avec les Ellipses de Kepler. Cependant il me semble, que les raisons prises de l'eccentricité constante des Planetes, aussi bien que de leurs vistesses dans les aphelies et perihelies ne sont pas sans replique, ou plustost que les tourbillons se peuvent expliquer en sorte qu'ils favorisent ces choses, bien loin d'y estre contraires» Leibniz, carta 64; A III, 5, n.140: 517.

> de las velocidades; y las velocidades son en razón recíproca de la raíz cuadrada de las distancias; Entonces los tiempos periódicos son/están en razón compuesta de la simple de las distancias y de la raíz cuadrada de las distancias, es decir los cuadrados de los tiempos periódicos son como los cubos de las distancias (Leibniz, carta 24; AA III, 4, n.282: 615)

Esto, que concuerda con las leyes de Kepler y con lo observado por Cassini, vendría a confirmar la visión de Leibniz de la explicación mecánica de la circulación armónica, la cual explica las órbitas de estos cuerpos según sus las distancias con el centro y entre ellos y las velocidades observables. Pero esto también lo hace Newton, quien aunque no señale la causa del movimiento de los cuerpos, sí que establece sus famosas leyes mediante las cuales se deducen el movimiento de los cuerpos:

1. Todos los cuerpos perseveran en su estado de reposo o de movimiento uniforme en línea recta, salvo que se vean forzados a cambiar ese estado por fuerzas impresas.

2. El cambio de movimiento es proporcional a la fuerza motriz impresa, y se hace en la dirección de la línea recta en la que se imprime esa fuerza.

3. Para toda acción hay siempre una reacción opuesta e igual. Las acciones recíprocas de dos cuerpos entre sí son siempre iguales y dirigidas hacia partes contrarias (*Principia Mathematica*)

La diferencia es que, a pesar del carácter mecánico de estas leyes de Newton, Leibniz afirma en esta carta, por ejemplo, que la clave está en las tendencias centrífugas «que son en razón recíproca doble de las distancias justamente como las gravedades deberían ser» (Leibniz, carta 24; AA III, 4, n.282: 614-615), lo cual dice Leibniz que reserva para otro discurso. El hecho de apelar a las tendencias centrífugas, es apelar a que los cuerpos no ejercen fuerza sobre otros como si de un milagro constante se tratase, sino que ya poseen una tendencia anterior que ha ocasionado el movimiento en ellos. De ese modo, Leibniz diferencia entre el éter que ocasiona que los cuerpos fluyan en el espacio de la posible gravedad que puedan ejercer los cuerpos entre ellos. Debemos recordar que la circulación armónica, para Leibniz, se encuentra en cada cuerpo, pero además afirma que hay una circulación armónica en potencia que «se encuentra en comparación de los diferentes cuerpos, sea que describan una línea circular o que se tome su movimiento medio como una órbita circular que describen» (Leiniz, carta 24; AA III, 4, n.282: 615).

A esta larga carta de Leibniz, Huygens responde en la carta 27 de noviembre de 1690. En ella afirma de un modo claro y directo que la teoría newtoniana del principio de atracción le parece absurda, remitiéndose a la adición al *Discours de la pesanteur* en el que trata el asunto. «Y a menudo me sorprende cómo ha sido capaz de hacer tantas investigaciones y cálculos difíciles, que no tienen por fundamento más que este mismo principio» (carta 27) afirma Huygens haciendo referencia al principio de la gravedad como explicación del movimiento orbital de los planetas. A ello añade, sin apenas desarrollar su respuesta, que no le parece que haya una explicación mejor que la expuesta por Leibniz, la cual supera sin problema alguno «lo que ha imaginado Descartes» (Huygens, carta 27; AA III, 4, n.291: 657).

La redondez de las gotas de agua

Llegados este momento, las discusiones sobre la gravedad no vuelven a aparecer hasta el 21 de abril de 1691 (aproximadamente un año y medio después de la carta 27), lo cual se debe a que entre 1690 y 1692 las cuestiones principales tratadas en las cartas son el problema de la catenaria y el método inverso de tangentes.

Los problemas sobre la causa de la gravedad reaparece en esta ocasión de la mano de Huygens, cuando pregunta a Leibniz acerca de la teoría de la gravedad de Varignon, la cual afirma que no le satisface. Esto no sorprenderá al lector de la correspondencia, ya que la visión de Varignon sobre el problema gravitacional nadaba entre el cálculo leibniziano y los *Principia* de Newton, a pesar de que eventualmente Varignon permitiese el desarrollo de los *Principia* aplicándole el cálculo diferencial leibniziano y llevando de ese el estilo geométrico realizado por Newton hacia el estilo mayormente analítico de Leibniz (Maglo, 2003: 152-153).

A esta cuestión responde Leibniz en la carta 38, donde señala que la teoría de la gravedad de Varignon tampoco le satisface a él, ya que esta teoría sería como defender «que un río con la misma rapidez tiene más fuerza cuando es más largo» (Leibniz, carta 38; AA III, 5, n.22: 114).

Este tema de la causa de la gravedad no vuelve a aparecer en la correspondencia hasta la carta 51, escrita por Leibniz el 1/11 de abril de 1692. En ella, Leibniz señala que la gravedad proviene de la misma causa que da forma a la redondez de las gotas de agua, es decir, que hablamos del mismo movimiento circular en el ambiente.

> Si concebimos la atracción de los cuerpos pesados, como por rayos emanando del centro, podemos explicar por qué las gravedades de los planetas están en razón doble recíproca de su distancia del Sol, lo cual se confirma por los fenómenos. Esta ley de la gravedad unida con la transposición del Sr. Newton, o con mi circulación armónica, da las Elipses de Kepler confirmadas por los fenómenos. No obstante él manifiesta que un cuerpo es iluminado por un punto luminoso en razón doble recíproca de las distancias. Creo que además que según esta manera de explicar la gravedad, por la fuerza centrífuga de un fluido muy sutil, se puede concebir como los rayos de atracción. Estos esfuerzos del fluido no son otra cosa que tales rayos que hacen descender los cuerpos cuyo movimiento circular es menos rápido. Parece además que es necesaria una especie de torbellino en el cielo para explicar los paralelismos de los ejes, para lo que no sería suficiente el movimiento esférico, ya que hse necesitan los polos y los meridianos. En conclusión la correspondencia que hay de los planetas o satélites de un mismo sistema es favorable a una materia líquida deferente común (Leibniz, carta 51; AA III, 5, n.69: 288).

Es decir, las observaciones empíricas muestran que la fuerza de la gravedad de los planetas es en razón doble recíproca de su distancia del sol. Pero, ahora bien, esto puede explicarse a través de la cualidad de los planetas de emanar rayos hacia otros cuerpos que ocasionen la gravedad, pero también se puede explicar mediante la circulación armónica leibniziana. De este modo, mediante la fuerza centrífuga ejercida por «un fluido muy sutil», es decir, el éter, se explicaría el movimiento de los planetas, a lo cual más adelante añade que es necesario apelar a la existencia de algún tipo de torbellino que permita explicar los paralelismos de los ejes que poseen los planetas con el que se mueven en sí mismos. Si bien en este extracto Leibniz no afirma que su teoría sea superior a la newtoniana, esto es para señalar que al menos es igual de adecuada. ¿La diferencia? Que su explicación es mecánica, y deduce los movimientos de los cuerpos a través del movimiento del éter, y no a través de cualidades ocultas.

Huygens, sin embargo, en la carta 52, no concibe de qué modo la existencia de una materia ambiente pueda causar la redondez de las gotas de agua del mismo modo que atrae a los planetas hacia el sol, afirmando que es más verosímil que la redondez de las gotas se ocasionada por algún tipo de materia que circule en su interior y no en el exterior, ya que no hay ninguna fuerza centrífuga alrededor de ella que le dé forma, como sí sería el caso de los cuerpos celestes. Y del mismo modo tampoco concibe Huygens de qué modo la explicación de la gravedad mediante rayos explica lo mismo que su propia explicación a través de la fuerza centrífuga:

> Para permanecer en mi principio sería necesario que la fuerza de la materia circulante fuese más grande hacia el centro que a las rectas más alejadas, en una cierta proporción para explicar por qué las gravedades de los Planetas contrarrestan sus fuerzas Centrífugas, proporción que puedo determinar fácilmente, mas no encuentro hasta aquí la causa de esta fuerza diferente (Huygens, carta 52; AA III, 5, n.90: 336).

Tampoco comprende de qué modo la circulación armónica de Leibniz explica lo mismo que la teoría gravitacional newtoniana, ni de qué modo Leibniz deduce las órbitas de Kepler al sustituir los rayos de atracción con su circulación armónica, o por qué desea Leibniz guardar el torbellino cartesiano, «ya que la ya dicha proporción de gravedad, puestas las gravedades de los Planetas en razón doble recíproca, con la fuerza centrífuga, producen ellas solas las elipses keplerianas según la demostración del Sr. Newton», a lo que añade que «usted había prometido hace mucho tiempo esclarecer esta dificultad». Y por último critica a Leibniz que si los planetas ya poseen un paralelismo en sus ejes (es decir, que guardan la situación paralela que los ejes guardan consigo mismos), ello debe explicarse no por torbellinos, ya que no serían necesarios si se explican mediante las leyes del movimiento.

Leibniz responde extensamente en la carta 53, escrita el 16/26 de septiembre de 1692. En ella afirma que cree que sí se pueden conciliar la redondez de las gotas y el efecto de la gravedad en los cuerpos tanto en la tierra como en el espacio, todos ellos causados por un mismo fenómeno. Señala Leibniz que los cuerpos, todos ellos, toman la situación espacial en la que se encuentran según sus movimientos sean menos obstaculizados, y que *de algún modo* se acomodan los unos con los otros, «de esta manera eso puede hacer que se unan cuando están separados, y que sea difícil separarlos cuando están unidos». Esta respuesta de Leibniz a la cuestión de cómo concibe la unión de los cuerpos es, a todas luces, insuficiente, pues concibe que los cuerpos se unen o se separan, como si estuviesen formados por cuerpos independientes (por ejemplo, dos que se unen), idea que no hace otra cosa que apoyar la posibilidad de que los cuerpos estén compuestos de partes. Pero su argumentación no termina aquí. Afirma del mismo modo que se puede considerar que un cuerpo rodeado de otro más fluido y agitado (como podría ser el éter) es golpeado constantemente por este, por una «infinidad de ondas que contribuyen a cerrarlo y a presionar sus partes contra las otras», palabras de las que se deduce que la materia sutil que rodea los cuerpos ocasiona la unión de sus partes. Pero ante esto cabría plantear una cuestión: esta fuerza mediante la cual se ejerce cohesión en los cuerpos, ¿se ejerce instantáneamente, de modo que tan sólo en un instante esa influencia ocasiona la cohesión, o es gradual? Porque, de ser gradual, ¿qué es lo que permite que las partes del cuerpo se unan desde el primer momento? ¿Por qué las partes del cuerpo no son siempre un amalgama de extensión independiente? ¿No parece esto conllevar, de hecho, que los cuerpos estén formados por partes? A la luz de las cartas, Leibniz respondería que están formados por partes infinitesimales, no divisibles. Pero si hay un agente exterior que ocasiona la cohesión de los cuerpos, entonces cabe la posibilidad de que el cuerpo se divida en partes, con lo que se podría defender una especie de atomismo a pesar de sus respuestas a Huygens. Además, de ser así cabría preguntarse: ¿De qué modo la materia sutil ocasiona la cohesión de las partes? ¿A través de la fuerza centrífuga? ¿Si no existiese esta materia sutil y la fuerza que empuja a las partes a formar una cohesión, significa que la matería estaría de facto des-cohesionada *ad infinitum*? Es decir, ¿Significa que de existir el vacío, las partes infinitesimales que forman un cuerpo se dividirían «por pura inercia» o por falta de un empuje para que se cohesionen unas partes con otras, de modo que esas partes se dividirían *ad infinitum*, con lo que casi se podría decir que se desintegrarían?

Quizá la argumentación de Leibniz, que todavía prosigue, pueda ayudarnos a responder a estas cuestiones: señala que, al igual que piensa Huygens, la redondez de las gotas de agua están ocasionadas por los movimientos internos del todo que forma la gota, pero no solamente por ellos, sino también por los movimientos exteriores. Del mismo modo ocurre con los cuerpos celestes, que se ven movidos por sus propios movimientos junto con las circulaciones en las que se ven envueltos, como el movimiento de la materia sutil, que posee agitaciones que se convierten en circulaciones que a su vez arrastran a los cuerpos en su movimiento. Además, reprocha Leibniz a Huygens que él no explica más de lo que solicita explicaciones, pues no señala por qué motivo las gotas de agua son redondas a causa de sus movimientos internos (es decir, no señala Huygens a qué movimientos se refiere y qué los causa). Del mismo modo, señala Leibniz que Huygens tampoco afirma por qué la fuerza centrífuga no puede ser conciliada con los rayos de atracción, y que tendría que examinarse qué explicación (si la fuerza centrífuga o si los rayos de atracción) se adecua más a la observación o si pudiesen ambas teorías ser conciliadas:

> Lo mismo se puede decir respecto a la explicación del Sr. Newton de las Elipses. Los Planetas se mueven como si sólo hubiese un movimiento de transposición o de propia dirección unida a la gravedad a la que el Sr. Newton se ha referido; Sin embargo, se mueven también como si estuviesen tranquilamente desviados por una materia cuya circulación sea armónica; y parece que hay una conspiración de esta circulación con la propia dirección del Planeta. Y la razón que hace que no reconsidere aun de la materia deferente desde que he conocido la explicación del Sr. Newton, es entre otras que veo todos los Planetas ir aproximadamente de un mismo lado, y en una misma región, lo que es todavía notable respecto a los pequeños Planetas de Júpiter y de Saturno. En cambio, sin la materia deferente común nada impediría a los Planetas ir en todos sentidos. Hay muchas cosas que decir sobre todo esto, que espero esclarecer un día más particularmente (Leibniz, carta 53; AA III, 5, n.106: 389-390).

E igualmente Leibniz responde a la cuestión del paralelismo de los ejes de los planetas, explicando que si suponemos que un planeta se encuentra siempre en equilibrio y que explicamos su movimiento por la transposición y la gravedad, entonces debe de haber algún principio que le haga guardar la dirección, de modo que el eje siempre sea paralelo a sí mismo. Con ello quiere decir Leibniz que debe de haber algo que impida que el planeta se mueva libremente como si de un globo que lanzamos al aire se tratase, el cual no guarda ningún paralelismo con su eje, sino que simplemente gira y gira a capricho de la fuerza que le hemos impregnado con nuestras manos y con la fuerza del viento, lo cual «es contra la costumbre de la naturaleza». La explicación de Leibniz para explicar la fijación del planeta respecto a su eje es que la tierra (o cualquier otro planeta del sistema solar) funciona con respecto al sol como un imán en la tierra funciona con respecto a sus polos. Ello es la causa de que se guarde este paralelismo, aunque no es suficiente para explicar la totalidad del movimiento de los planetas, pues señala

Leibniz que «si sólo hubiese la sola transposición libre del Planeta, sin ningún fluido deferente y que gobierne su Curso, las reglas serían deformadas rápidamente» (Leibniz, carta 53; AA III, 5, n.106: 392)[18].

La respuesta de Huygens en la carta 55 comienza diciendo que no comprende por qué la fuerza centrífuga es considerada como los rayos de atracción, es decir, qué es lo que las hace conformes. En opinión de Huygens, el eje del movimiento que posee guarda su paralelismo, lo cual explica que los planetas no pierdan el eje, impidiendo que se muevan a capricho, haciendo referencia a ese «globo» o esfera lanzada al cielo que se puso Leibniz como ejemplo anteriormente.

Respecto a la redondez de la gota de agua, Huygens afirma que el motivo por el que piensa que su redondez es causada por un movimiento interior y no exterior es porque, en caso de que su figura proviniese del exterior, la fuerza o movimiento causaría una deformación de la gota forzando su figura, pero que si seguimos los principios de la mecánica «tal precisión no debe causar cambio a la figura de la gota ni devolverla esférica, aunque muchos lo creen falsamente; pues no es el impulso de la materia exterior el que la reduce a esta figura» (Huygens, carta 55; AA III, 5, n.123: 457).

Siguiendo con la carta 55 Huygens, señala que no cree que pueda existir una conciliación entre los torbellinos y la teoría gravitacional propuesta por Newton, a pesar de que haya quienes defiendan que ello pueda realizarse, como Leibniz sin ir más lejos:

> Es cierto que estos Torbellinos a la manera de Descartes serían cómodos para explicar algunos fenómenos como, entre otros, por qué los Planetas circulan todos en el mismo sentido; pero son incómodos para otros, sobre todo para la Excentricidad constante de los mismos Planetas y de sus aceleraciones y retardos verdaderos en sus órbitas. Pues para el primero, parece que la materia del torbellino debería desde hace mucho tiempo haber sido reducida a una conversión regular en cuanto a la redondez, y en consecuencia también los Planetas, puesto que nadan dentro. Y para el segundo, poniendo que su movimiento se vuelve excéntrico, deberían en sus afelios y parhelios acomodarse a la fuerza del Torbellino; lo cual no hace, según lo que he examinado otras veces. Además de que sería difícil decir cómo

[18]La opinión de Leibniz respecto al movimiento de los planetas contrasta con sus opiniones de juventud en obras como su *Hypothesis physica nova* (OFC 8: 37-77), donde había defendido que lo único responsable del movimiento de los planetas, así como de su cohesión, era el éter.

> los Cometas pueden pasar tan libremente a través de un torbellino capaz de mover los planetas, lo cual en la hipótesis del Sr. Newton es sin dificultad (Huygens, carta 55; AA III, 5, n.123: 457-458).

A esta objeción responde Leibniz en la carta 56, en la que afirma que existe una analogía que demuestra que la idea que propone que explica la conformidad de los torbellinos con la teoría gravitacional es adecuada. Señala Leibniz que en la Tierra, de hecho, los movimientos de los cuerpos están ocasionados por dos fuerzas distintas, que son, a saber, la gravedad hacia el centro del planeta y la dirección magnética, por lo que «parece que el desvío de la Tierra sólo podría venir de una razón parecida», es decir de una especie de fuerza magnética (o análoga a ella) que permita conservar el paralelismo del eje del planeta. De este modo, señala, si alguna fuerza extraordinaria desviase la situación actual de la Tierra, Leibniz está convencido de que ésta volvería a su posición actual del mismo modo que lo haría un imán en condiciones similares. Y no es la única analogía que utiliza Leibniz:

> Parece más bien que los sistemas están formados y establecidos de tal modo por una conspiración de todas las partes ordenadas y sometidas desde hace mucho tiempo, que los desórdenes se enderezan ellos mismos como en el cuerpo de un animal (Leibniz, carta 56; AA III, 5, n.140: 516).

Es muy interesante cómo las ideas de Leibniz sobre el movimiento de los planetas y la argumentación de estas ideas está basada en analogías con el caso de los imanes y también con el cuerpo de los animales. Sin embargo hay una diferencia clara entre los dos ejemplos. En el caso del imán, su movimiento se ve ocasionado por la fuerza magnética ejercida por el planeta Tierra sobre él, de modo que se orienta a un polo u a otro, según la situación y la polaridad del imán. Esto está ocasionado por leyes mecánicas que se dilucidan mediante experimentos físicos y mediante la meditación sobre ellos. Pero el caso del animal es muy diferente, pues su funcionamiento, si bien se puede explicar mediante leyes mecánicas, no está sometido en su causa primera a ellas. En resumen, el caso del imán es un ejemplo mecánico, mientras que el del animal es un ejemplo biológico. Quizá la analogía de Leibniz termine aquí y simplemente quiera realizar una observación sobre cómo el cuerpo de los animales es capaz de rectificar los desórdenes que encuentre. Pero, por otro lado, es también posible que Leibniz esté haciendo una muy breve referencia a una posición vitalista que explique el funcionamiento de las leyes mecánicas (ver Escribano 2017: 163 y ss. y Nicolás 2013).

Sea como fuese, la correspondencia con Huygens nunca deriva en esos lares, sino que se mantiene enfocada en cuestiones mecánicas. Por ello, para comparar su posición con la de Newton, Leibniz afirma que mientras que su opinión personal es que de encontrar la Tierra su situación modificada por alguna causa extraordinaria, su posición volvería a la original como el imán, Newton opina que se ocurrir ese caso la Tierra navegaría por el éter, «como haría una isla flotante que sólo es dirigida por su propia tendencia ya puesta» (Leibniz, carta 56; AA III, 5, n.140: 516).

Respecto a la cuestión de la redondez del agua, Leibniz señala que lo que opina Huygens es muy digno de ser considerado como plausible. El mismo Leibniz había compartido la consideración de Descartes respecto a esto, quien defendía que las gotas de agua son redondas a causa de la poca fuerza de la materia sutil que la rodea para hacerla extenderse[19], pero que está dispuesto a experimentar sobre este asunto y modificar su opinión si las leyes de la mecánica muestran que Huygens está en lo cierto.

Torbellinos y cometas

Y por último en esta carta 56, Leibniz defiende la conformidad de los torbellinos con las órbitas keplerianas, pues mediante los torbellinos también se pueden explicar, según Leibniz, la excentricidad que presentan los planetas y las fuerzas en sus afelios y perihelios. Para explicar que ambas teorías no concuerdan, Huygens había expuesto el caso del cometa, el cual desafiaba en principio la explicación newtoniana de la gravedad, pero que también ofrecía un importante desafío a la teoría de los torbellinos: ¿por qué el cometa no se veía inundado por la fuerza ejercida por los torbellinos

[19]«Las gotas de agua se forman cuando la materia sutil que está alrededor de las pequeñas partículas de los vapores, si bien no posee bastante fuerza para que ellas se extiendan y se alejen las unas de las otras, sin embargo, aún tiene bastante fuerza para que se plieguen, se reúnan y acumulen juntas en una masa esférica. [...] Y también por la misma razón llegan a ser perfectamente redondas, pues del mismo modo que habéis podido observar a menudo que el agua de los ríos gira y da lugar a la formación de círculos en aquellos lugares donde alguna cosa impide el desplazamiento de la misma en línea recta y que hace esto con tanta rapidez como su agitación lo requiere, así también es preciso que la materia sutil, discurriendo por los poros de otros cuerpos de la misma manera que un río fluye por entre las yerbas que abundan en su lecho y pasando más fácilmente de un lado del aire al otro y de un lado del agua a otro, como también del aire al agua o, recíprocamente, del agua al aire (como ha sido señalado en otro lugar), debe igualmente girar en el interior de esta gota así como también en el aire que la rodea, aunque en formas distintas» Descartes 1981: 213-214.

que atraviesa? Según Leibniz, esto puede ocurrir porque el cometa atraviesa el torbellino con tal fuerza que la materia sutil que forma el torbellino no es capaz de acoger en su circulación. El mismo Leibniz señala una objeción posible, que es la siguiente: si la materia sutil del torbellino no es capaz de acoger el cometa debido a la fuerza con la que se mueve, ¿por qué si es capaz de acoger el planeta, a pesar de que multiplica muchas veces su tamaño? Esto se debe a que el planeta, a pesar de su tamaño está en reposo, de modo que la materia sutil sí es capaz de influenciar en su trayectoria, mientras que el cometa no se encuentra en reposo. De este modo, si el planeta estuviese completamente en reposo, el torbellino es capaz de ocasionar que su movimiento se retome siguiendo la circulación de la materia sutil. Esto es debido a que, como señala Leibniz, «como en vuestros péndulos, un poco de fuerza es capaz de mantener el movimiento, pero es muy difícil producirlo» (Leibniz, carta 56; AA III, 5, n.140: 517).

Esta cuestión de las causas de la gravedad, al igual que la discusión sobre los átomos, queda en suspenso desde la carta 56 hasta la carta 60, escrita por Leibniz el 26 de abril/6 de mayo de 1694. Aquí Leibniz señala que Fatio de Duillier posee una teoría de la gravedad distinta a la de la fuerza centrífuga. La teoría de Fatio es una especie de adenda mecánica a la teoría gravitacional de Newton, es decir, una especie de complemento que explique mecánicamente la teoría newtoniana. Según Fatio, la gravedad ejercida por los cuerpos es causada por una oleada de partículas invisibles que se dirigen en todas direcciones a todos los cuerpos. Es decir, poniendo el ejemplo del sistema solar, el Sol estaría continuamente produciendo estas partículas invisibles que proyectan al resto de los cuerpos celestes. Sin embargo, la posición de Fatio nunca llegó a tener demasiada aceptación. Aunque en **?**, llama a su teoría «nuestra teoría gravitacional» entendiendo a Newton como la segunda persona; es decir, Fatio consideraba su teoría de la gravedad como que iba junto a la de Newton. ¿Quizá Newton consideraba, cuando Fatio creó esta teoría mecánica de la gravedad, que realmente ambas iban de la mano? Debido a su cuidada actitud política y diplomática, quizá permitió que su cercano discípulo Fatio la propusiese y de ese modo ver cómo reaccionaba la comunidad científica, en un movimiento parecido al realizado con Clarke en sus discusiones sobre el espacio absoluto y relativo con Leibniz, ¿para qué poner en juego su imagen, pudiendo permitir que otros se expongan primero en estas cuestiones más espinosas?

Leibniz piensa, sin embargo, que en oposición a la teoría de Fatio, la circulación centrífuga de Huygens parece plausible. Pero puesto que Leibniz considera que la teoría newtoniana y la de los torbellinos según la circulación armónica podían conciliarse, toma muy en serio la posición de Fatio debido a la analogía del magnetismo que ya Leibniz ha tratado en cartas anteriores a Huygens:

> Y puede ser que la naturaleza, que es abundante en sus medios, para obtener sus fines, una estas dos causas juntas; como tengo alguna inclinación a creerlo al respecto del movimiento de los planetas, o quizá la trayectoria propia y la circulación de un éter deferente son reconciliables, y se reconcilian efectivamente, acomodándose todo en la naturaleza (Leibniz, carta 60; AA III, 6, n.26: 72).

Huygens, al haber trabajado también con Fatio, había seguido en contacto con él y le había ofrecido una crítica a su teoría de la gravedad, y Leibniz le pregunta a Huygens sobre esta crítica. Señala que Fatio concibe muy poca materia en el universo y mucho vacío, lo cual no es de la opinión de Leibniz. Sin embargo, señala, de Fatio espera «bellas cosas cuando llegue a detallarlas», una opinión considerable tras haber tenido una polémica con él que señalo en el capítulo 2.3.3. de esta tesis. A pesar del encontronazo, reconoce la capacidad que tiene Fatio y la posibilidad de realizar trabajos relevantes en este campo tras haber sacado provecho de la *iluminación* de Huygens y de la de Newton, a lo cual Leibniz añade: «querría ser tan feliz como él y tener al alcance estos dos oráculos» (Leibniz, carta 60; AA III, 6, n.26: 72).

Huygens responde a estas palabras de Leibniz en la carta 61, escrita el 29 de mayo de 1694, en donde Huygens reconoce que «la razón mecánica de la gravedad que se había imaginado el Sr. Fatio me parecía de nuevo más quimérica de la de la Luz», señalando además que era casi idéntica que la de Varignon. Seguramente en estos momentos Leibniz no ha tenido acceso completo a la opinión de Fatio respecto su teoría gravitacional, por lo que Huygens se dispone a aclararle que esta teoría, al igual que la de Varignon, defiende que lo que ocasiona la gravedad en la Tierra es que la materia etérea tenga movimiento de todos lados, y que a causa de la masa terrestre, entonces esta materia etérea atraiga los cuerpos hacia su centro:

> Objeté al Sr. Fatio que por este medio él se debe acumular continuamente de la materia etérea junto de la Tierra, a lo que respondió que él concebía tan poco de cuerpo o de solidez en esta

> materia, que al acumularse tanto tiempo como se quiera, no hace nada de masa considerable. ¿Le parece que haya ahí algo de razón o de verosimilitud? (Huygens, carta 61; AA III, 6, n.38: 104).

Leibniz responde en la carta 63, del 12/22 de junio de 1694. Señala que hay en la naturaleza una circulación o reciprocidad de modo que la materia sutil pero densa aleja los cuerpos que atraen a otros pero a su vez acerca la materia bruta (*grossiere*), pero que esta materia atraída es destruida, de modo que se vuelve sutil y vuelve a circular para «ser de alimento a otros cuerpos brutos». Para esta atracción, Leibniz presenta varias posibilidades: puede ser ocasionada por la misma fuerza centrífuga, o también el movimiento recto que poseen los corpúsculos, haciendo referencia a un autor al que no nombra que mediante este movimiento recto explica la firmeza que poseen los cuerpos y el fenómeno de la gravedad.

Huygens reconoce haber objetado la teoría de Fatio, la cual «no le satisfizo en absoluto» (carta 66, escrita el 24 de agosto de 1694), por lo que le sorprende que Fatio hubiese dicho lo contrario. ¿Quizá tenía Fatio la necesidad de defender su honor? ¿O quizá no quería quedar mal ante sus contemporáneos ante la opinión positiva de Huygens? Vemos dos formas de actuar claramente distintas entre Fatio y Leibniz, dos personas que han estado bajo la enseñanza del científico holandés, ante su incomprensión y objeciones. Leibniz rebate e intenta convencer a su maestro, sin más finalidad que defender la verdad que cree poseer en sus razonamientos; mientras que Fatio, según se deduce de estas palabras e independientemente del motivo por el que lo hace, decide afirmar que consiguió convencer a Huygens, es decir, decide mentir. La opinión de Huygens, de hecho, es que no cree que la opinión de Fatio suponga ningún reto considerable a lo propuesto por Huygens en el *Discours de la pensanteur*.

La respuesta de Leibniz la encontramos en la carta 67, del 4/14 de septiembre de 1694. En ella Leibniz comienza tratando el problema de la causa de la gravedad con una frase clara y directa: «vuestra explicación de la gravedad parece hasta ahora la más plausible», a lo cual solamente faltaría añadir por qué el efecto de la gravedad producido por los astros es en razón doble recíproca de las distancias. Para Leibniz, de hecho todas las hipótesis propuestas para explicar la causa de la gravedad (su circulación armónica, la fuerza centrífuga de Huygens y la teoría gravitacional de Newton) son hipótesis equivalentes, y afirma que la única diferencia que poseen es la manera de referirse a la cuestión.

En la carta 70, en la que Huygens debería haber respondido a esta cuestión (las cartas 68 y 69 están también escritas por Leibniz), sin embargo no encontramos nada relativo a la causa de la gravedad, por lo que la discusión queda zanjada aquí. Leibniz, en la carta 71, escrita el 21 de junio/1 de julio de 1695, tan sólo 7 días antes del fallecimiento de Huygens (y posiblemente justo en el mismo momento en el que recibía esta carta de Leibniz), tampoco hace mención a las cuestiones relativas a la causa de la gravedad, centrándose más bien en las cuestiones tratadas por Huygens en la carta 70.

Partes de la materia

Leibniz comienza la carta 49 afirmando que Descartes ha hablado de un modo demasiado decisivo en cuanto a la configuración de las partes de la materia,

> Sin embargo sería dañino si no tuviésemos su sistema [de Descartes]. De esta manera, querría que el Sr. Boyle nos hubiese dejado sus conjeturas. Mas ahora es más dañino que sus muy curiosos experimentos sólo son informados a medias (Leibniz, carta 49; AA III, 5, n.63: 271).

Para seguidamente, preguntarle a Huygens que le comparta sus conjeturas sobre las partes de la materia, sobre su constitución y naturaleza, «pues tenemos muchos conocimientos que Descartes no tenía, de los que no conozco a nadie que pudiese usar mejor que Usted para sacar las consecuencias» (Leibniz, carta 49; AA III, 5, n.63: 272).

Huygens, sin embargo, en su respuesta del 15 de marzo de 1692 (carta 50), responde afirmando que Leibniz tiene demasiada buena opinión de su capacidad para profundizar en estas materias de física, aunque sabemos que se refiere realmente a las consecuencias filosóficas de los experimentos en física y de los conocimientos sobre física que en la época se conocían, los cuales eran mucho mayores que en la época de Descartes.

Con la idea de Leibniz de que Huygens entre a discutir en asuntos tratados por Descartes, y sobre los que ya ha criticado su opinión, Leibniz está intentando que Huygens valore su cartesianismo. La estrategia de Leibniz es muy fina, pues al proponer a Huygens que entre en estos asuntos, no parece mostrar de un modo evidente que tiene la intención de que Huygens critique a su maestro. Pero Huygens es lo suficientemente astuto como para no entrar a cuestionar su cartesianismo en estos momentos, siendo seguramente consciente de que esta era la finalidad de Leibniz.

Pero Leibniz no se da por vencido en su intención de que Huygens entre a valorar la naturaleza de la materia. En la carta 51, señala Leibniz que ha releído el *Discours de la pesanteur*, donde Huygens se inclina por defender, primero, la existencia del vacío. Y, segundo, la existencia del átomo metafísico, es decir, la existencia de una parte de la materia que es efectivamente indivisible (que no se corresponde con lo que hoy conocemos por átomo, el cual sí posee partes más pequeñas). El asunto concreto por el que Leibniz no comprende la posición de Huygens respecto a ello es el concepto de irrompibilidad, es decir, ¿qué significa que el átomo último no puede ser dividido? Pues, ciertamente, todo trozo de materia que pueda concebirse, siempre puede concebírsele en partes, que a su vez, al menos en un experimento ideal, se las puede concebir divididas en partes, y así *ad infinitum*. Para explicar la irrompibilidad del átomo metafísico Leibniz afirma que hay que recurrir a una especie de milagro perpetuo, explicación que no concuerda con una adecuada comprensión de las leyes de la naturaleza, pues un mundo creado por Dios no debería necesitar de milagros perpetuos, ya que está creado para que funcione mecánicamente de un modo independiente a su intervención, y el milagro tan sólo puede ser integrado en la naturaleza que no puede ser explicado mediante las leyes de la naturaleza (Mendonça, 2008: 186), a pesar de que realmente encontremos milagros en la mecánica:

> En verdad presenciamos milagros en la mecánica, pero no sé por qué hado se nos niega todavía la naturaleza de las cosas y aún no hemos progresado bastante en medicina (Leibniz, 1999: 1, 19).

Huygens, en su respuesta (carta 52), necesariamente entra a valorar la posición cartesiana, la cual critica. Al no poder aceptar la idea cartesiana de que la esencia de los cuerpos consiste en la sola extensión –algo que ni Leibniz ni Huygens estaban dispuestos a aceptar (Chareix, 2015: 37)–, hay que buscar un principio que permita que los cuerpos guarden sus figuras, pues Huygens no encuentra aceptable la visión leibnizana, ya que si toda materia es continua como señala Leibniz, ¿en virtud a qué principio los cuerpos mantienen sus figuras sin desbaratarse? Y no solamente hay que explicar cómo es posible que los cuerpos guarden la figura sino también cómo pueden resistir el choque de otros cuerpos sin deformarse o separarse.

Para explicar esto, Huygens concede a los cuerpos el principio de irrompibilidad y resistencia, una resistencia que además es infinita, ya que la resistencia, de ser por grados, no podría tener causa en la misma materia (Huygens desarrolló estas ideas en trabajos póstumos como en Huygens

1977). Por ese motivo Huygens señala uno de los errores de Descartes. Recordemos que el francés propone que el mundo material está formado por tres tipos de materia: fuego, éter y tierra. El éter se forma cuando las aristas de los cuerpos de tierra se fragmentan y se pulen, del mismo modo que el fuego estaría formado por las raspaduras de las partículas de éter. Siendo de este modo, no se puede decir que la materia posea una resistencia por grados, porque la materia es sola extensión y por lo tanto la causa de la resistencia no puede estar en la misma materia:

> Es por lo que siempre he encontrado que es un error del Sr. Descartes, cuando quiere que sus pequeñas esferas de 2 Elementos sean hechas por el abatimiento de los ángulos y prominencias que tuviesen pequeños cuerpos cúbicos o formados de otro modo. Pues sería necesaria alguna fuerza para superar la resistencia que rompiesen estos ángulos y prominencias, por donde podría limitar, y ¿quién se podría plantear esta resistencia? Y si no se hiciese ninguna, de modo que estos cuerpos se dejasen truncar y mermar con el sólo encuentro de otras partículas, ¿por qué no se dejan hundir también, como la arcilla húmeda, y como guardando sus figuras tras haberse vuelto esféricas? (Huygens, carta 52; AA III, 5, n.90: 339).

Debido a ello, Huygens considera necesaria la hipótesis de que la dureza de los cuerpos (o irrompibilidad) sea infinita, y no comprende la opinión de que ello tenga que deberse a un milagro perpetuo, ante lo cual le pregunta a Leibniz de qué modo concibe él que las partes simples puedan presentar un todo coherente.

> Será esto por Vuestro *Motus conspirans* de estas mismas partes, consideradas como realmente separadas, y querría usted comprender los cuerpos simples tan bien que las forma en el artículo de vuestras objeciones contra Descartes. Reconozco que no comprendo nada cómo vuestro pensamiento puede sustituir ni en los unos ni en los otros. ¿Quiere usted que las partículas de una barra de hierro tengan por dentro un *Motus conspirans*, y que no obstante esto sólo encuentre que nada se desordene en esta barra? ¿Quién puede entender esto? Y por tanto usted dice que esta exposición de la cohesión satisface a ambos, a la razón y a los sentidos (Huygens, carta 52; AA III, 5, n.90: 340).

Leibniz responde en la carta 53, en la que afirma que está de acuerdo en que los cuerpos de una misma naturaleza deben tener todos la misma dureza y a veces es adecuado suponerla infinita, pero que no encuentra el motivo por el que no se le puede otorgar una dureza distinta a los cuerpos que son diferentes, ya que de no ser así, los cuerpos o tendrían que tener una dureza infinita, o tendrían que tener una dureza nula, lo cual no parece adecuarse con los experimentos. Lo que está aquí defendiendo Leibniz es que hay cuerpos en los que es adecuado suponer una dureza infinita, pero no significa que estos cuerpos tengan fácticamente una dureza infinita.

Esto lleva a Leibniz a retomar el problema que conlleva la defensa del atomismo: señala Leibniz que el hecho de que la naturaleza varía en la dureza que presentan los cuerpos es una muestra de que no existen átomos, pues entonces tendrían que tener una dureza infinita (es decir, no podrían ser rotos y separados en distintas partes). Y añade otra dificultad: ¿de qué modo los átomos se encuentran *pegados* unos a otros? ¿Qué cualidad poseen que les permite permanecer unidos y conformar una unidad de agregados? Para responder a esto habría que dilucidar la forma de los átomos. ¿Son planos, o quizá tienen una superficie rugosa y desigual? Leibniz señala que negar que éstos deben tener superficies planas que son congruentes entre ellas (recordemos la noción de congruencia que utiliza Leibniz en el *analysis situs*, es decir, congruentes en el sentido de ser totalmente coincidentes en sus puntos sin que haya espacio posible entre las superficies), sería un gran postulado. De no ser así, ¿mediante qué amalgama se mantienen unidos los átomos si ni si quiera se tocan en sus superficies? ¿Y, por otro lado qué hay entre medias?

> Aquí vio Leibniz la posibilidad de una solución novedosa. Para todas las explicaciones atomistas, la cohesión de los átomos permanecen inexplicadas, por lo que uno solamente ha tenido éxito a la hora de introducirse mayormente en el problema, exponiéndose a la amenaza del regreso infinito. Eso provee una apertura para algo que provenga de afuera de la regresión, como el argumento de Aristóteles para el primer movimiento, donde los movimientos de los cuerpos no pueden ser causados por otros cuerpos hasta el infinito (de hecho, a menudo Leibniz menciona el ejemplo de la cohesión en el contexto de argumentos de regreso al infinito). Pero con las nociones del esfuerzo [*endeavor*] y el punto físico definido como lo hemos hecho, Leibniz cree que puede ofrecer una solución técnica satisfactoria al problema de

> la cohesión, lo cual ofrece como demostración de sus definiciones: si un cuerpo impulsa a otro, o se esfuerza en hacerlo, ya ha comenzado a penetrarlo. Por lo tanto los dos cuerpos se superponen en el momento del impacto, y por lo tanto comparten un extremo, siendo un lugar más pequeño que cualquier otro determinable por nosotros. Pero «las cosas cuyas extremidades son una, son continuas, es decir, pegadas, también según la definición de Aristóteles, ya que si dos cosas están en un lugar, uno no puede ser impulsado sin el otro» (Arthur 1998: 115; cita de Leibniz en AA II, 1: 266).

A lo que hay que añadir que la solución definitiva que Leibniz, en su madurez, dará al problema de la separación entre cuerpos es que ésta se debe a los diferentes tipos de movimiento que poseen las partes de cada cuerpo. Es decir, cada cuerpo es separado del resto en base a sus variaciones de movimiento (Arthur, 2015: 149).

También afirma Leibniz que de ser correcta la hipótesis de Huygens los átomos no serían susceptibles de encontrarse bajo las leyes del movimiento, pues chocarían entre ellos y la fuerza de unos contra otros ocasionaría la anulación del movimiento. Por ejemplo, la fuerza de dos átomos iguales que chocasen con una fuerza similar debería suprimir ese movimiento. Imaginemos por ejemplo dos átomos chocando entre sí siguiendo la ley de la gravedad; el movimiento quedaría anulado y por lo tango no se moverían.

Fuerza infinita en los cuerpos

Pero quizá la mayor oposición filosófica que Leibniz encuentra aquí es la idea de la unión de los átomos. Simplemente no concibe cómo la simple unión de éstos ocasiona una conexión natural que permita que el cuerpo no se diluya en una casi infinidad de átomos, por lo que señala:

> puesto que no hay ninguna conexión natural entre el tocamiento y la unión, será necesario que si del tocamiento se sigue la adhesión, ocurra por un milagro perpetuo. Mas si la dureza es una cualidad explicable, es necesario que venga del movimiento, ya que sólo hay el movimiento que diversifica los cuerpos (Leibniz, carta 53; AA III, 5, n.106: 393).

De este modo, lo que defiende Leibniz es que la fuerza es necesaria para que una parte de la materia se separe de otra en el momento en el que el desplazamiento que es ejercido en un cuerpo cambie el curso de éste (carta 53). Su explicación radica en que todo cuerpo tiene un grado concreto de flexibilidad y de dureza y que ésta solamente hay que suponerla en los cuerpos pequeños, que se mantienen unidos «como dos tablas que se tocan por sus superficies planas y unidas que la presión del ambiente protege de ser separadas de un golpe» (Leibniz, carta 53; AA III, 5, n.106: 394).

La respuesta de Huygens la encontramos en la carta 55, escrita el 12 de enero de 1693. En ella Huygens insiste en que es más adecuado suponer la dureza perfecta e infinita para todos los cuerpos que suponer que cada cuerpo tiene durezas distintas para según qué cuerpo debido a que es más difícil defender la existencia y la causa de cada una de estas distintas durezas que explicar la razón de una dureza común: «esto sería imaginar muchas especies de materia primera, en lugar de que no haya necesidad más que de una». La cuestión aquí radica en que la dureza infinita debe suponerse para los átomos (pues son inseparables), y que el hecho de que haya cuerpos que son más fácilmente rompibles que otros, como por ejemplo, un trozo de mantequilla con respecto a una barra de hierro, no tiene que ver con la dureza de la materia primera (es decir, los átomos) sino de las condiciones que le rodean, como por ejemplo puede ser la causa de que permanezcan unidas, o la posible amalgama o gluten como Leibniz la denomina, que para él no es otra cosa que un milagro perpetuo. Aquí la posición de Leibniz parece tener más sentido debido a que, de ser correcta la posición huygensiana, hay que explicar por qué el simple roce de dos átomos los une. Y por otro lado, si suponemos la existencia de un amalgama, de un pegamento que una a los átomos, ¿qué es lo que ocasiona que éstos estén unidos a ese pegamento que los mantiene unidos? Si debemos suponer continuamente la existencia de almalgamas o pegamentos que unan también el pegamento con el átomo, y ese pegamento de nuevo con el átomo, y así *ad infinitum*, realmente estaríamos ante una especie de milagro perpetuo.

A este respecto Huygens señala que la superficie plana de los átomos está realizada expresamente así, de modo que se mantengan unidas, y no como la arena del mar, que debido a la forma que presentan sus granos, no conforman un cuerpo sólido en su totalidad sino una colección de pequeñas partes. Y afirma también que la unión de las superficies planas de los átomos se hace de un modo indivisible (carta 55).

Y del mismo modo responde Huygens a la objeción de Leibniz de que los átomos no deberían estar sujetos a las leyes del movimiento apelando a una futura publicación:

> Encuentra de nuevo usted un inconveniente en que los átomos no fuesen susceptibles de las leyes del movimiento, ya que dos iguales, presentándose directamente con fuerzas iguales, deberían perder su movimiento, ya que sólo hay el resorte, dice usted, que haga saltar los cuerpos. Mas es esto lo que no creo en absoluto por razones que publicaré un día; y alguna explicación que usted quiera dar de la causa del resorte, se encontraría muy obstaculizado al poner que los últimos pequeños cuerpos (pues aquellos que hacen resorte son compuestos) no saltan al encontrarse, sino que permanecen unidos; Pues de ahí se seguiría la pérdida de todo movimiento relativo en la materia del universo (Huygens, carta 55; AA III, 5, n.123: 459).

A lo que solamente le queda añadir una respuesta a la forma en la que los átomos se mantienen unidos, y mediante qué gluten o amalgama lo consiguen. Huygens afirma que no es mediante ningún tipo de materia que actúe de pegamento como los átomos se mantienen unidos, sino que defiende la cohesión de los cuerpos mediante la presión exterior que es ejercida en los cuerpos. Por ello, cabría decir que, por tanto, no hay ninguna materia que actúe de amalgama entre los átomos, sino que esencialmente se encuentran separados entre ellos, y solamente en contacto debido a fueras exteriores a ellos.

Leibniz responde a estas cuestiones en la carta 56, y comienza afirmando que la cuestión «es tan antigua y están tan divididos los espíritus» que no le sorprende que no lleguen a ningún punto en común tras estas discusiones sobre la naturaleza de la materia primera, pero al mismo tiempo señala Leibniz que nadie ha defendido el atomismo con más conocimiento de causa que el mismo Huygens.

Lo primero que comenta Leibniz es la hipótesis de la dureza infinita de las partes simples de la materia. Señala que si es difícil concebir las razones de que las distintas materias tengan dureza distinta, tiene Huygens igualmente que defender cuál es la razón de que la materia simple tenga dureza infinita. Leibniz piensa que la materia debe ser heterogénea, y no estar formada por átomos homogéneos. De este modo, se puede pasar de una parte a otra de la materia de un modo imperceptible (podríamos decir infinitesimal, aunque Leibniz no utiliza esta palabra aquí), contrariamente a la opinión de Huygens, que al defender la existencia de átomos conlleva que la naturaleza da saltos al pasar de un átomo a otro, «y de una perfecta incohesión, que es en lugar del toque, pasamos a una dureza infinita en todos los otros lugares», para luego señalar que «estos saltos no tienen parangón en la naturaleza» (Leibniz, carta 56; AA III, 5, n.140: 518). Este continuo en la materia, según Leibniz, confiere orden y razón en la naturaleza. En contraposición la hipótesis de la materia primitiva es «otra manera de limitar las cosas por las extremidades encerrando el mundo en una esfera» (Leibniz, carta 56; AA III, 5, n.140: 518).

De aquí pasa Leibniz a defender su opinión respecto a las superficies planas de los átomos. Mientras que Huygens señala que la cualidad de poseer superficies planas es la causa de que se pueda dar la unión perfecta de los átomos, Leibniz señala que es un postulado importante suponer que no hay nada entre ellos (del mismo modo que sería un postulado el suponer que hay algo). Y si fuese correcta la hipótesis de que es debido a la superficie plana que los átomos pueden unirse, entonces sería necesario que sus superficies fuesen siempre perfectas para que la unión pueda presentarse, lo cual no parece ser conforme a la razón sino una forma de postular una hipótesis para salvar la opinión que se tiene sobre ello.

Del mismo modo, respecto a las leyes del movimiento aplicadas a los átomos, Leibniz ya señaló anteriormente que entre los cuerpos deberían existir una especie de resortes, pero que éstos son partes compuestas y no simples, y que por tanto de haberlas (las partes compuestas de los resortes), no serían capaces de transmitir el movimiento sin poseer dicho resorte, pues serían incapaces de repercusión. En su caso, como es conocido, sostiene que este no es el caso, pues en la materia existe un continuo infinito:

> Mas respondo que no hay cuerpos pequeños últimos, y concibo que una partícula de la materia, por muy pequeña que sea, es como un mundo entero, lleno de una infinidad de Criaturas aún más pequeñas, y esto a proporción que fuese tan grande, como el globo de la tierra (Leibniz, carta 56; AA III, 5, n.140: 520).

De nuevo Leibniz presenta una analogía, esta vez en el infinito presente en el continuo, la pluralidad de mundos infinita, que podría poseer en un átomo tantos mundos como podamos imaginar en todo el universo, un laberinto infinito del continuo. Leibniz, sin duda, se había visto influenciado por los avances realizados en el mundo microscópico alentado por científicos como Antonie van Leeuwenhoek, ya que la existencia de este mundo microscópico no hace sino confirmar a Leibniz que su hipótesis de que en la naturaleza todo se da en el continuo y nunca por saltos, y de que existe empíricamente este mundo infinito microscópico, es correcta. Por ello, utilizarlo como analogía para explicar la inexistencia de una materia simple última es adecuado.

Por último en esta carta 56, Leibniz vuelve a aludir a la cuestión de por qué los átomos se mantienen unidos unos a otros, señalando que ha propuesto la hipótesis del gluten o amalgama porque aparte de que los átomos se encuentran unidos por su simple toque, no hay otra explicación plausible, sin duda con la intención de reducir el argumento al absurdo. Pero si aun aceptamos la hipótesis de que los átomos se mantienen unidos por el simple hecho de tocarse, debería considerarse la posibilidad de que éstos lleguen a encontrarse no unidos a otros por toda su superficie, sino también quizá por un solo punto o por líneas, en cuyo caso los átomos que se tocan por líneas deberían tener mayor unión que aquellos que se unen solamente por un punto. De este mismo modo, ¿qué papel tiene la cantidad de tiempo que las superficies de los átomos se tocan a la hora de establecer la unión que se ocasiona? ¿Se produce la unión instantáneamente cuando estas superficies chocan? ¿O más bien requieren de cierto tiempo para que la unión se haga efectiva? Ante estas preguntas, no propuestas explícitamente por Leibniz pero que se deducen de su argumentación, Leibniz señala que una conexión instantánea debería ocasionar una unión susceptible de ser separada *a posteriori*, pero que se produciría una unión insuperable de permanecer más tiempo en contacto.

Tras la exposición de las críticas a esta posición, las cuales Leibniz considera mucho más fuertes que la argumentación de Huygens, Leibniz propone que no existe ninguna materia primitiva y que es solamente el movimiento el que ocasiona la diversidad en la materia y por ello la cohesión. E igualmente añade que quizá la hipótesis de los átomos como parte primiva de la materia puede rivalizar en cuando a la atribución de cualidades ocultas a la materia con Newton o Aristóteles:

> En tanto que el contrario no es demostrado todavía, me parece que debemos evitar la suposición de una tal cualidad inexplicable nueva, la cual siendo acordada, pasaríamos pronto a otras suposiciones parecidas, como a la gravedad de Aristóteles, a la atracción del Sr. Newton, a las simpatías o antipatías y a mil otros atributos parecidos (Leibniz, carta 56; AA III, 5, n.140: 521).

Esta última carta 56 fue escrita por Leibniz en marzo de 1693. Tendremos que esperar, sin embargo, hasta octubre del mismo año, donde en la carta 58 Leibniz afirma a Huygens que desea seguir con la discusión sobre «nuestra cuestión física», es decir, el problema de la existencia o inexistencia de los átomos metafísicos, así como la existencia del vacío, discusiones que espera, según sus palabras, poder terminar. Sin embargo, las cartas siguientes de Huygens tratan otros asuntos y obvian la discusión sobre el atomismo. De este modo, la siguiente mención a estos asuntos se encuentra en la carta 60, también escrita por Leibniz, esta vez el 26 de abril/6 de mayo de 1694, más de un año después de la carta 56. No es seguro el motivo por el que Huygens obvia discutir de este asunto en la carta 57. Ésta se centra en los problemas sobre curvas principalmente, y es una carta breve, por lo que quizá en ese momento Huygens tenía urgencia en tratar solamente ese tema. En la 58 Leibniz recuerda la discusión, la 59 también está escrita por Leibniz y en la 60, vuelve a recordar Leibniz la discusión señalando que espera todavía su opinión sobre sus reflexiones físicas sobre los átomos.

No es hasta la carta 61, escrita por Huygens el 29 de mayo de 1694, cuando Huygens recupera esta cuestión, aunque de una manera excesivamente breve, señalando simplemente que todavía no va a tratar en esta carta con profundidad esta temática por falta de tiempo, aunque es un asunto que tiene pendiente.

Retoma Leibniz el asunto brevemente en la siguiente carta, en la número 63, escrita el 12/22 de junio de 1694. En ella afirma que Fatio está tratando de explicar mecánicamente las opiniones de Newton, las cuales son enigmáticas. Señala Leibniz que la opinión de Fatio es que la materia ocupa una parte muy reducida del espacio y que los cuerpos son como esqueletos, de forma que dejan pasar entre medias a otros cuerpos y al vacío, y además Fatio también cree que de existir una materia fluida que llenase todo el espacio, ésta impediría el apropiado movimiento de los cuerpos. En este asunto, solicita indirectamente la opinión de Huygens.

En la carta 64 Leibniz se reafirma en su opinión, señalando que cada vez está más convencido de que no existen ni átomos ni vacío, así como que «la menor partícula de materia contiene verdaderamente un mundo infinito de criaturas diferentes» (Leibniz, carta 64; AA III, 6, n.48: 140). Pero para comprender la importancia de la no existencia del vacío en el sistema leibniziano, podemos recordar las siguientes palabras de Manuel Luna:

> La síntesis, por decirlo de un modo grosero, de espacio, tiempo y número, es el movimiento, continuo por todos lados. Si espacio, tiempo y número son continuos, el movimiento también lo será. Ahora bien, por una parte, la continuidad de espacio y tiempo conlleva que no puede haber vacío, como tampoco

> habrá nada que sea designado por el número cero. Un supuesto fragmento de espacio o tiempo vacío podría ser colocado en cualquier posición, no habiendo razón para que estuviese aquí o allí, es decir, no sería un elemento del orden y, como consecuencia, rompería la continuidad. Por otra parte, la continuidad del movimiento nos permite rellenar cada hueco con un *conatus*, con un resto, si quiera sea imperceptible de movimiento. Este es el fundamentl del pleno universal (Luna, 1996: 129).

En la carta 66, Huygens no responde a esta cuestión. Y la última referencia a este asunto la encontramos en la carta 67, escrita por Leibniz el 4/14 de septiembre de 1694. Lo que encontramos en ella es tan sólo un recordatorio a Huygens, señalándole que espera sus reflexiones sobre ello. Huygens tampoco respondió a esta cuestión en la carta 70, la última escrita a Leibniz, del mismo modo que Leibniz tampoco vuelve a insistir en las cartas 68, 69 y 71.

Movimiento relativo y absoluto

En el contexto de la discusión sobre las causas de la gravedad, Leibniz introduce la cuestión del movimiento absoluto y relativo.

Afirma en la carta 63 Leibniz que si es cierto que los cuerpos poseen fuerza (recordar el concepto de fuerza leibniziano), entonces es necesario que estos objetos posean un sujeto o *subjectum*. El ejemplo que propone es el siguiente. Supongamos dos objetos *a* y *b* que van a chocar. Ya sea que coloquemos el movimiento en el cuerpo *a* y pensemos el *b* como en reposo, o viceversa, el choque tendrá lugar igualmente. Esto es sencillo cuando tan solo contamos con dos cuerpos, pero, ¿qué ocurriría según Leibniz sin contamos con 1000 cuerpos?

> Permanezco de acuerdo con que los fenómenos no sabrían proporcionarnos (ni igualmente a los ángeles) una razón infalible para determinar el sujeto del movimiento o de su grado; y que cada uno podría ser concebido en parte como estando en reposo, y es también todo esto lo que creo que usted demanda; mas no negará (creo), que verdaderamente cada uno tiene un cierto grado de movimiento o si usted quiere de la fuerza, a pesar de la equivalencia de las Hipótesis (Leibniz, carta 63; AA III, 6, n.45: 131).

Es, por tanto, capital percatarse de que según Leibniz la geometría no es capaz de determinar en este aspecto la naturaleza del fenómeno del choque, pues podemos comprender el fenómeno de un modo relativo según en qué cuerpo pongamos movimiento o reposo. E independientemente de nuestra concepción del choque el fenómeno tendrá lugar en los ejemplos ideales propuestos por Leibniz.

Y respecto a ello Leibniz aquí da un paso que supone un salto cualitativo con respecto a la naturaleza de los cuerpos, que para Descartes era la pura extensión. De ser así, la geometría sería capaz de dar cuenta del fenómeno en sí, en este caso del choque de los cuerpos. Pero al ser la geometría insuficiente para ello, Descartes estaba equivocado. Leibniz defiende que aparte de la extensión que poseen los cuerpos, estos también poseen fuerza, algo que denomina *superior* respecto a los aspectos geométricos de los cuerpos. La superioridad del concepto de fuerza en Leibniz radica en que es una expresión metafísica de las sustancias. En estos años, ya encuentra oposición, sin embargo, en la opinión de sus contemporáneos respecto a la naturaleza del movimiento de los cuerpos:

> El Sr. Newton reconoce la equivalencia de las Hipótesis en caso de los movimientos rectilineares; mas al respecto de los circulares, cree que el esfuerzo que hacen los cuerpos circulantes de alejarse del centro o del eje de circulación hace conocer su movimiento absoluto. Mas tengo razones que me hacen creer que nada anula la ley general de la Equivalencia. Me parece sin embargo que usted mismo, Señor, era en otras ocasiones de la opinión del Sr. Newton con respecto al movimiento circular (Leibniz, carta 63; AA III, 6, n.45: 131-132).

Huygens responde en la carta 66, en la que se admira de la memoria de Leibniz cuando afirma que Huygens fue de la misma opinión de Newton tiempo atrás. Pero, sin embargo, ahora Huygens señala que se encuentra más cercano a la opinión de Leibniz, afirmando lo adecuado de la defensa del movimiento relativo en lugar de absoluto, y señala que ha sido de esta opinión dese hace unos dos o tres años. Es decir, Huygens llega a este punto de vista entre 1691 y 1692 según sus propias palabras. Huygens, sin embargo no es de la opinión de Leibniz cuando este último afirma que en el ejemplo de los 1000 cuerpos, cada uno tenga cierto grado de movimiento o *fuerza verdadera*, aunque no explica el motivo por el que posee esta opinión.

Esta cuestión, a pesar de que más adelante se convierte en uno de los puntos cruciales de la última etapa leibniziana, desaparece aquí de la correspondencia, pues no es vuelto a ser tratado. Es posible que esto fuese debido a dos posibilidades. La primera es que, en palabras de Leibniz, él y Huygens coincidían en su opinión respecto a esto, aunque más concretamente lo que quería decir es que sus opiniones son *compatibles*. De hecho, la supuesta coincidencia de sus opiniones no ha frenado el que los problemas mecánicos sean uno de los apartados que más espacio ocupan en la segunda etapa. La segunda posibilidad la encontramos en que Huygens no le prestaba una atención prioritaria a esta cuestión, la cual tiene un marcado carácter metafísico. Este carácter lo encontramos en la posibilidad de que la situación espacial forme parte de la especificidad identitaria de la sustancia (algo que podría defenderse desde la posición absolutista del espacio, al situarse los cuerpos en un plano con existencia ontológica propia), o si más bien la situación de una sustancia es solamente una expresión fenoménica de su relación con otras sustancias.

Conjeturas y verdades

En la carta 46, escrita por Leibniz el 29 de diciembre de 1691, se encuentra una cita muy significativa en la que afirma que «Los hombres excelentes nos deben dejar incluso sus conjeturas, y están equivocados si sólo quieren dar verdades certezas» (Leibniz, carta 46; AA III, 5, n.53: 241). Leibniz se esta refiriendo de un modo directo a Boyle, de quien dice que tras tantos experimentos no concibe que no haya llegado a alguna teoría fundamentada en ellos. Sin embargo, de todos sus experimentos, en sus libros Boyle solamente saca una conclusión defendida por Leibniz, que es que todo se hace mecánicamente en la naturaleza. La simplicidad de esta conclusión no se corresponde, por tanto, con la complejidad y con el interés de los experimentos realizados por Boyle, de los cuales se podrían sacar mayores conclusiones filosóficas que permitirían que las ciencias avanzasen por el camino correcto. «Quizá es muy reservado», afirma Leibniz.

Es precisamente esta visión la que Leibniz tiene también de Huygens. Afirma Leibniz que «sea esto dicho para Usted mismo, Señor, quien sin duda tiene una infinidad de bellos pensamientos sobre la Física», para luego afirmar que desea ver sus pensamientos sobre música y cualquier otro asunto que Huygens pueda ofrecer. Huygens, sin embargo, no deducirá un sistema filosófico más completo que se deduzca de sus experimentos en física y en astronomía hasta la publicación póstuma del *Cosmotheoros*.

Sin embargo, a pesar de que la frase de Leibniz podría interpretarse como un ataque, la respuesta de Huygens a esta idea es positiva. Señala, primeramente, que es cierto que hay cierta extrañeza en que Boyle no haya construido nada sobre sus experimentos, «mas la cosa es difícil, y jamás le he creído capaz de una tan grande aplicación que es necesaria para establecer los principios verdaderos» (Huygens, carta 48; AA III, 5, n.59: 254). De aquí se deduce algo que Leibniz daba por sentado, y es que sacar principios filosóficos, ordenadores, sistematizadores de los experimentos en física no es tarea sencilla, sino todo lo contrario. Leibniz, cuya tarea está toda dirigida a la metafísica, seguramente daba por hecho que toda tarea científica debe estarlo y, además, que todo científico es capaz de abarcar esta tarea. Más importante es, por otro lado, que Leibniz ve completamente capaz a Huygens de sonsacar las verdades filosóficas de sus estudios en física y en diversas ciencias, lo cual no puede interpretarse de otra manera que no sea un gran halago.

A pesar del caso de Huygens, de que todavía no ha presentado esos principios filosóficos de sus trabajos científicos, comparte la opinión de Leibniz de que deben darse hasta las conjeturas cuando se hace física (carta 48), y añade que cuando se pasan las conjeturas como verdades, es algo muy perjudicial, ya que impiden que los seguidores de quien lo defienda busquen algo mejor. Aunque en estas cartas Huygens no es tan tajante como en otros lugares y sus palabras en las cartas con Leibniz son comedidas, ciertamente la opinión del Huygens maduro respecto a las pretensiones de verdad de Descartes no eran nada positivas:

> [Descartes] debiera haber propuesto su sistema físico como un mero ensayo de lo que se podría decir con cierta probabilidad en esa ciencia, partiendo exclusivamente de principios mecánicos... Tal cosa hubiera sido admirable. Sin embargo, con su siempre manifiesta pretensión de hacer creer que había descubierto la verdad y con su hábito de enraizarla y exaltarla merced a la hermosa trabazón de sus escritos, lo único que ha conseguido ha sido obstaculizar el progreso de la filosofía. Así, quienes confían en él y se han convertido en sus discípulos creen estar en posesión del conocimiento de todo cuanto es posible saber, perdiendo el tiempo en la defensa de las doctrinas de su maestro en lugar de profundizar en el estudio de las verdaderas causas de los numerosísimos fenómenos naturales que Descartes se ha

> limitado a rodear de frívolas fantasías (OC 10, 405; citado y traducido por Elena 1996: 7).

Y señala, concretamente, que este fue el caso de Descartes y de los cartesianos. Al pasar las hipótesis por verdades, los cartesianos se ven cegados por la supuesta verdad, ceguera que les impide aceptar sistemas que se adecuan mucho mejor a la realidad. Es esto precisamente lo que ocurría con la práctica científica que ya en la época de Leibniz no atendían a nada que se encontrase fuera del método científico, y es en puntos como este donde encontramos una diferencia significativa con Huygens, pues aunque es comprendido como científico, tenía sensibilidad ante los problemas filosóficos, tal y como hemos comprobado en estas discusiones mecánicas, y no sería necesario aplicarle la famosa frase de Leibniz:

> Son muchos los que se convencen peligrosamente de que, en la naturaleza, puede explicarse todo por cierta necesidad mecánica, sin intervención de concilio alguno de una mente ordenadora (Leibniz, 1999: 1, 21).

2.3.2. La aplicación del cálculo en problemas de curvas

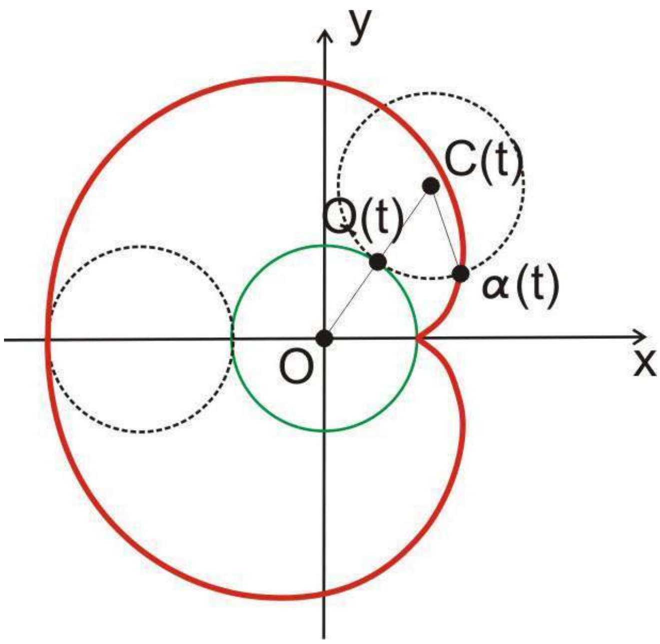
En sus estudios de geometría, los griegos se percataron de que no todas las curvas compartían las mismas características, pues muchas de ellas no podían ser representadas de un modo simple mediante regla y compás. Ese es el caso de, por ejemplo, la trisectriz, la cuadratriz de Dinóstrato o la espiral. Tomemos el ejemplo de ésta última: debido a que su forma es generada por la influencia de fuerzas como la gravedad, era imposible representarla de un modo simple (es decir, con regla y compás). Este es un problema que heredaron los modernos.

De este modo se estableció la separación entre curvas geométricas y curvas mecánicas. Las primeras pueden ser dibujadas de un modo simple y pueden ser representadas mediante un polinomio de grado 2; mientras que las segundas, al ser generadas por una o más fuerzas mecánicas superpuestas, no pueden ser representadas del mismo modo, sino que se debe representar mediante un polinomio de grado 3. A las primeras se les denomina curvas algebraicas, mientras que a las segundas Leibniz las llamó curvas trascendentes.

Para ver las diferencias entre las curvas geométricas y mecánicas, veamos el ejemplo de la cardioide, cuya ecuación en coordenadas cartesianas es:

$$(x^2 + y^2 - 2ax^2 = 4a^2(x^2 + y^2)$$

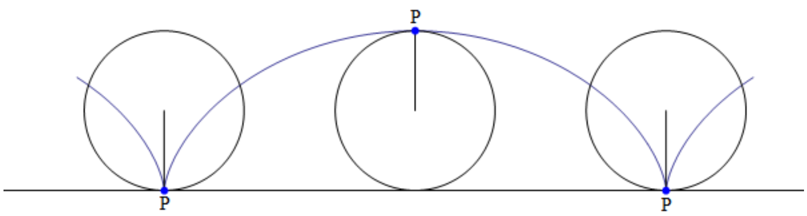
FIGURA 16: Curva cardioide. Fuente: Adaceli Leiva Reyes (ecured.cu).



Y cuya forma se crea haciendo rodar un círculo por otro círculo del mismo tamaño. Esta curva es diferente a la cicloide, la cual ha sido estudiada por científicos como Bernoulli y que, a pesar de parecer muy similar, pues se crea al hacer rodar un círculo por una línea recta, no es algebraica. La ecuación cartesiana de la cicloide es la siguiente:

$$x = a\ arccos(1 - \frac{y}{a}) - \sqrt{2ay - y^2}$$

FIGURA 17: Curva cicloide. Fuente: unibo.it.



Vemos, por tanto, primero que la diferencia es que en las curvas mecánicas, o no algebraicas, es necesario entrar a considerar el infinito matemático para poder aprehender la curva en su totalidad. Y segundo, que la distinción entre las curvas que son geométricas y las que son mecánicas, a pesar de todo, no está del todo clara. Las curvas mecánicas están generadas primordialmente por fuerzas mecánicas y Descartes era de la opinión de que no podían ser conocidas con exactitud, o a aprehendidas. Era necesaria una herramienta como el cálculo para poder aprehender adecuadamente estas curvas, en lugar de dejarlas fuera de la geometría, y ahí radica la importancia del acercamiento de Leibniz a estas curvas, pues mientras que Descartes pretende expresar las curvas, Leibniz quiere *explicarlas* (Knobloch, 2015: 91).

La importancia de las descripciones matemáticas de estas curvas era poder ilustrar el movimiento de los cuerpos a través de ellas. Por ello, las aplicaciones podían llegar a ser infinitas: conocer estas descripciones servirían para conocer mecánicamente la trayectoria de los cuerpos tanto en su comportamiento habitual como los situados en el espacio, como cometas y planetas, así como comprender la causa de los movimientos, con lo que entramos en materia de filosofía natural, o aplicarlas a la arquitectura. Por ello, la búsqueda de un método general que ofreciese la descripción de estas curvas mecánicas era necesario en esta época, y además era importante buscar un método que fuese general para buscar la facilidad de los cálculos y no tener que calcular curva por curva.

Descartes y las curvas mecánicas

Esta distinción entre curvas mecánicas y geométricas es heredada por todas las matemáticas posteriores a la Grecia clásica y la problemática llega intacta a la modernidad. Fue Descartes el primero en tomar riendas en este asunto e intentar describir adecuadamente las curvas mecánicas. Decía Descartes que si la geometría era la ciencia que estudiaba y que mostraba la medida de todo objeto, no había motivo por el cual se tenían que excluir de la geometría a las curvas más complejas y acoger solamente las más simples (Descartes 1981: 294-295; Serfati 2005: 50-52).

El asunto no era simple exclusión o separación de varios tipos de curvas. Mientras que los griegos podían expresar ciertas caraterísticas de las curvas, Descartes contaba con un aparato matemático y una notación simbólica que le permitían encontrar todas las características de estas curvas (Crippa, 2014: 163-64).

En matemáticas, en ese momento el estándar estaba marcado por Euclides, cuyo trabajo estaba realizado completamente mediante geometría (figuras) realizadas por regla y compás. Descartes, en este sentido, buscaba «nuevos compases» (Descartes, 2005: 7). De hecho, inventó la geometría analítica, la cual mostró cómo interpretar geométricamente operaciones algebraicas. Esto allanó el camino para la creación de un método general para conseguir la descripción matemática de las curvas mecánicas.

Con su geometría analítica, Descartes podía expresar no solamente las curvas simples, que suelen ser representadas por ecuaciones de grado 1 o 2 (círculos, secciones cónicas), ahora también se pueden expresar todas las curvas algebraicas de cualquier grado. Con ello, estas curvas que no pueden ser dibujadas con regla y compás ahora no están «fuera» de la geometría, tal y como los antiguos las situaban.

Descartes, sin embargo, descartó que pudiesen «conocerse» con exactitud las curvas mecánicas. Es por ello que hasta la aparición del cálculo infinitesimal no había una regla que pudiese ofrecer ningún procedimiento para reducir estas curvas a ecuaciones algebraicas, tal y como Leibniz afirma en *Historia et Origo Calculi Differentialis*:

> Pues bien, a nadie antes que a Leibniz le vino a la mente la construcción de un algoritmo para este nuevo cálculo, mediante el que se liberara a la imaginación de aquella interminable sujeción a la figuras, que Viète y Descartes habían formulado en su Geometría común o apoloniana, [394] y se alcanzaran cosas más elevadas que pertenecen a la Geometría arquimédea y a aquellas líneas que, llamándolas mecánicas, explícitamente Descartes había excluido del cálculo. Así pues, con el nuevo cálculo de Leibniz, toda la Geometría, en su integridad, queda sometida a un cálculo analítico, y aquellas líneas cartesio-mecánicas, que él ahora llama transcendentes, pueden ser también reducidas a ecuaciones locales mediante la consideración de las diferencias dx,ddx,etc., y de las sumas, recíprocas a las diferencias, todas ellas introducidas ahora en el cálculo como funciones de x, cuando antes sólo se utilizaban x, xx, x^3, $\sqrt{x}$, etc., como funciones de cantidades, esto es, potencias y raíces (Leibniz, 2007: 598)

En el momento, vemos que lo habitual era no el incluir todas las curvas sino, al estilo cartesiano, excluir otras. En AA III 4, 291: 655, Huygens le dice a Leibniz que piensa que las curvas «supertrascendentes» no deberían entrar en la geometría. Creemos que esa es la opinión de Descartes, precisamente. Leibniz va un paso más allá e intenta que la geometría incluya a todas las curvas algebraicas y además las curvas que trascienden el álgebra, es decir, las curvas trascendentes. Eso significa que todo tipo de curvas existentes pueden ser representadas en geometría.

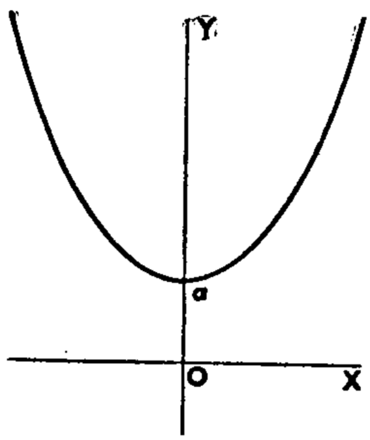
> [...] estas nuevas «Líneas curvas en la naturaleza» eran profundamente incompatibles con las normas del rigor matemático en su día, tal y como el mismo epíteto «trascendental» atestigua: aunque el sentido literal de este término, acuñado por Leibniz, es que estas curvas «trascienden toda ecuación algebraica», esto significa por extensión que trascienden la geometría misma según concierne a la visión autoritativa de Descartes. De este modo estas nuevas curvas trascendentes ejercen un profundo esfuerzo en los fundamentos del asunto. Simplemente dejar a todas las curvas trascendentes a través de las puertas de la geometría en masa sería una impensable traición a lo que la geometría siempre había significado. La geometría estaba definida por su rigor, minimalismo y constructivismo fundacionales; ello era la fuente de toda su credibilidad. Por lo que abrir de repente las compuertas a las curvas trascendentes sería mucho más que una valiente extensión de la geometría: sería, si se puede decir, dejar de hacer geometría por completo en cualquier sentido significativo del término (Blasjö, 2017: 13).

Pero el interés de estas curvas no es tan sólo matemático o geométrico, sino también ontológico. En AA III 4, 292, o. 664, Leibniz dice «Creo, entonces, que en las líneas que pasan las ecuaciones del Álgebra ordinaria, es todo lo que podemos desear a su respecto en Análisis, que expresarlas por estas ecuaciones nuevas. Si se pudiesen hacer siempre, conoceríamos por ella perfectamente la naturaleza de la línea, se podrían dar sus tangentes, sus cuadraturas, extensiones, centros, e igualmente sus intersecciones con una curva dada y resolver por este medio los problemas trascendentales determinados» Creemos que ahí vemos la utilidad de estos cálculos para describir las curvas: es de ese modo como conocemos la verdadera naturaleza de la curva. En este sentido parece que la curva tuviese un estatus ontológico que debe ser conocido no solamente en su representación fenoménica, sino también en su naturaleza matemática.

La curva catenaria

La catenaria o cadena colgante es una curva que se forma cuando una cuerda o una cadena cuelgan homogéneamente al estar suspendidas por dos extremos. Siendo a la ordenada del punto de intersección con el eje y su ecuación cartesiana es $y = \frac{1}{2}a(e^{x/a} + e^{x/a})$.

FIGURA 18: Curva catenaria



Ya que la forma de esta curva está causada por la fuerza no lineal, se trata de una curva mecánica. La catenaria es una curva trascencente (esto es, que no es algebraica). Huygens le dio el nombre de «catenaria» en la carta 27 el 18 de noviembre de 1690 (AA III, 4, n.291: 654-658). Este nombre proviene del latín *catena*, que significa cadena. Antes de esta carta, y durante prácticamente toda la discusión entre Leibniz y Huygens sobre la catenaria, a ésta se refieren como la *corde pendante* o la *chaine pendant*, y su descripción jugaría un papel importante a la hora de mostrar a la comunidad científica, y en especial a Huygens, la utilidad del cálculo leibniziano.

La historia de su descripción matemática es peculiar en el sentido de que es distintiva y determinante. Galileo ya trató este problema, aunque erróneamente, pensando que la *chaine pendante* tomaba forma de parábola. Esto es debido, sin duda, a que ambas tienen una forma muy similar:

> La otra manera de trazar la línea sobre el prisma es la siguiente. Sujétense dos clavos en una pared a una altura convenida y al mismo nivel. La distancia entre ellos ha de ser el doble de la anchura del rectángulo sobre el que queremos trazar la semiparábola. Colguemos de estos dos clavos una cadena muy fina y tan larga que su incurvación se extienda tanto como la longitud

> del prisma. Esta cadena se incurva formando una parábola, de modo que si vamos punteando en la pared el camino que recorre tal cadena, tendremos así descrita una parábola entera, que podemos dividir en dos partes iguales trazando una línea vertical desde el punto medio a aquellos dos clavos (Galilei, 1976: 259).

Galileo llegó a esta conclusión estudiando el movimiento de los proyectiles. Y debido a que pensaba que había demostrado que la curva formada por la cuerda colgante era una parábola, no se percató de que en realidad se trataba de una de las antiguas curvas que ya los griegos reconocían no poder dibujar con compás y que estaba formada por fuerzas mecánicas.

Huygens, con tan sólo 17 años[20], se percató del error de Galileo, lo cual señala a Leibniz el 9 de octubre de 1690 (carta 23; AA III, 4, n.280: 585). La *chaine pendante* no podía tomar forma de parábola porque no podía eser descrita con una ecuación simple, tal y como comunicó a Mersenne, amigo de su padre Constantijn Huygens. Este descubrimiento mostró las altas capacidades que el pequeño Huygens poseía para las matemáticas y para la geometría, sacando a la luz un error que provenía de una de las grandes mentes de todos los tiempos, como es el caso de Galileo (Bukowski, 2008: 3-4).

Aunque había quedado patente que la catenaria no podía ser una parábola, Huygens no resolvía en carta a Mersenne el problema. Es decir, no respondía a qué tipo de curva era la cadena colgante, y de hecho muchos años pasaron hasta llegar a una solución correcta. El interés de este problema se muestra en que otros científicos escribieron sobre el asunto, aunque sin traer avances demasiado significativos en comparación con el descubrimiento de Huygens. Tal es el caso de Joaquim Jungius, quien también probó el error de Galileo en 1669, o de Ignacio Gaston Pardies, quien hizo referencia al problema de la catenaria, *La statique ou la science des forces mouvantes* escrito en 1673. Pero es necesario recordar que estos autores tampoco ofrecían una descripción de la curva, con lo que el problema, aunque conocido en el ámbito académico y científico, seguía sin ser resuelto. El problema parecía, en principio, sencillo: si la cadena colgante no es una parábola, ¿qué forma toma entonces?

[20]Huygens afirmaba haber enviado este descubrimiento a Mersenne cuando tan sólo tenía 15 años. Esto, sin embargo, puede interpretarse como un error, ya que las cartas a las que se refiere que intercambió con Mersenne datan de entre el 28 de octubre y noviembre de 1646 (OC 1, 24-28; 34-44), cuando Huygens contaba con 17 años. Otra explicación es que Huygens pudo quedarse con el descubrimiento durante dos años antes de comunicarlo

El reto de Bernoulli en las *Acta Eruditorum*

Ya hemos comprobado que a finales del siglo XVII el problema de la catenaria era bien conocido por los científicos. Con la idea de resolver este problema, pues podía multitud de utilidades prácticas (ver Chatterjee & Nita 2010), y simultáneamente probar la utilidad del cálculo infinitesimal leibniziano, Jacob Bernoulli propuso, en su artículo *Analysis problematis antehac propositi, de inventione linea descensus a corpore gravi precurrende uniformiter, fic ut temporibus equalibus equales altitudines emetitur & alterius cujusdam Problematis Propositio*, (AE May 1690: 217-219) el reto a Leibniz de describir la curva catenaria [21].

En 1690, cuando Jacob Bernoulli le propone el reto de la catenaria, Leibniz ya había hecho público su nuevo cálculo y se encontraba confiado de que mediante esta herramienta podría describir la curva catenaria. De hecho, el reto parece estar hecho a medida para que Leibniz muestre la utilidad del cálculo. Por ello, Leibniz acepta el reto en el artículo *Ad ea, quae vir clarissimus J.B. mense Majo nupero in bis Actis publicavit, Responsio* (AE Julio 1690: 358-360; Leibniz 1989: 166-172. En aquel momento Bernoulli ya era un convencido del cálculo leibniziano tras el cálculo de la curva isócrona en mayo de 1690 (Leibniz, 1989: 120), y ciertamente sabía que Leibniz iba a valerse de esta herramienta matemática para resolver la catenaria.

Por su parte, Leibniz estaba tan convencido de la utilidad de su cálculo infinitesimal que decidió abrir el reto a otros matemáticos. La idea era que durante un periodo de 6 meses, alargado posteriormente otros 6 meses adicionales, cualquiera pudiese enviar su descripción de la catenaria a los editores de las AE y todos los resultados serían publicados al mismo tiempo. Huygens, Tschirnhaus y Johann Bernoulli, la persona intelectualmente más cercana a Leibniz (Orio de Miguel, 2007: 5), decidieron entrar al reto, poniendo a prueba públicamente sus habilidades matemáticas y geométricas. Finalmente, sin embargo, Tschirnhaus no llegó a enviar su solución.

En palabras de Huygens, este reto sería una oportunidad única para mostrar la utilidad del cálculo leibniziano. En las cartas que intercambiaron entre 1690 y 1691, discutieron ampliamente este asunto. Huygens, como antiguo maestro de Leibniz, todavía no estaba convencido de la utilidad del cálculo ni de las aplicaciones reales que tenía. Encontramos, por tanto, que casi veinte años después de sus primeros intercambios sobre el cálculo infinitesimal, que Huygens sigue sin alcanzar a comprender la importancia del

[21] «[P]roblema vicissim proponendum hoc esto: Invenire, quam curvam refer at funis laxus et inter duo puncta fixa libere suspensus. Sumo autem funem esse lineam in omnibus suis partibus facillime flexilem» (AE Mayo 1690: 219).

cálculo leibniziano. En este momento, sin embargo, los extractos de las cartas referentes al problema de la catenaria se convierten en una comparación de sus métodos. De este modo podría comprobarse qué método era más elegante y simple en el caso de que ambos llegasen a una solución viable, además de mostrar si realmente el método de Leibniz suponía un avance con respecto a los antiguos métodos geométricos.

En este aspecto, aunque Huygens no parecía muy dispuesto a comprender la utilidad del cálculo infinitesimal en la primera etapa de la correspondencia, ahora su entusiasmo por comparar sus métodos se refleja perfectamente en las cartas. De hecho, Huygens no pudo o no quiso frenar su impaciencia por comparar sus resultados con los de Leibniz. Eso le hizo enviar su solución parcial antes de la publicación de la solución completa en las AE y esperaba del mismo modo que Leibniz le hiciese llegar la suya. En carta del 13 de octubre de 1690 Leibniz afirmaba:

> Al considerar vuestra cifra de la línea de la cadena colgante, encuentro alguna relación con mi cálculo, mas también alguna diferencia, pues en lugar de la ecuación $xxyy = a^4 - aayy$, veo en mi cálculo reducido a ciertos términos, $xxyy = a^4 + aayy$, que sirve para llegar a la línea en cuestión, y aunque esta línea sea del número de las trascendentes (supuesta su contrucción), no puedo dejar de dar no solamente las rectas tangentes a una curva, sino también la dimensión de la curva, la superficie del sólido de su rotación y la dimensión del espacio comprimido de la curva y del eje; y el cálculo me ofrece todo esto como por sí mismo (Leibniz, carta 25, AA III, 4, n.283: 622).

Aunque Leibniz afirmaba que ambos resultados eran idénticos excepto por un sólo signo, no llegó a enviar su solución a Huygens tal y como le pedía. En la carta del 18 de noviembre de 1690, en la que Huygens dio nombre a la catenaria, éste afirmaba que ya que la única diferencia entre sus resultados era un signo, este detalle estaba causado seguramente por la diferencia de los métodos empleados, e insistía en ver la solución de Leibniz (Huygens, carta 27; AA III, 4n n. 291: 654). Sin embargo, Leibniz mantuvo silencio respecto a la forma exacta empleada para llegar a su solución. En la carta del 2 de marzo de 1691 (Leibniz, carta 33; AA III, 5, n.9: 58-64) confirmaba a Huygens que Johan Bernoulli también había encontrado una solución y que seguramente se había valido del cálculo infinitesimal, aunque, como señalaba, este problema no debía resultarle demasiado complejo a una mente como la del hermano Bernoulli. Dos veces más insistió Huygens en ver el resultado de Leibniz antes de su publicación en las AE, pero sin embargo tuvo que esperar hasta la publicación simultánea de todas las soluciones.

Los artículos publicados como parte del reto de la catenaria fueron los siguientes:

- Leibniz, *De linea in quam flexile se pondere propio curvat, ejusque usu insigni ad inveniendas quotcunque medias proportionales et logarithmos* o *La cuerda cuya curva es descrita por la inclinación de su peso, y los notables recursos que pueden ser descubiertos de ello de muchas medias proporcionales y logaritmos* (AE Junio 1691: 277-281; GM 5: 243-247; Leibniz 1989: 186-199; Leibniz 2001b: 55-58).
- John Bernoulli, *Solutio Problematis Funicularis, exhibita a Johanne Bernoulli* (AE Junio 1691: 274-276; GM 5: 248-250).
- Huygens, *Dynastae in Züchelem, solutio ejusdemproblematis* (AE Junio 1691: 281-282; OC 10: 95-98; GM: 251-252).

A los que hay que añadir cuatro artículos más que completan estas soluciones:

- El primero, escrito por Jacob Bernoulli, que hizo de epílogo cerrando el reto y las soluciones presentadas por Leibniz, Huygens y su hermano Johan, *Specimen alterum calculi differentialis in dimetienda spirali logarithmica, loxodromiis nautarum, et arcis triangulorum sphaericorum; una cum aditamento quodam ad problema funicularum alisquee* (AE Junio 1691: 288-290; GM 5: 252-254).
- Un artículo de Leibniz, *De solutionibus problematis Catenarii vel Funicularis in Actis Junii A. 1691, aliisque a Dn. Jac. Bernoullio propositis* o *Soluciones al problema de la catenaria o curva funicular propuesta por el Sr. Jacques Bernoulli en las Acta de junio 1691* en el que añadió una descripción más detallada de la catenaria publicado en las AE de septiembre de 1691 (AE septiembre 1691: 435-439; GM 5: 255-258; Leibniz 1989: 200-205; Leibniz 2001b: 58-61).
- Una recapitulación escrita por Leibniz del problema de la catenaria en dos artículos escritos en 1692: *De la chainette, ou solution d'un problème fameux proposé par Galilei, pour servir d'essai d'une nouvelle analyse des infinis, avec son usage pour les logarithmes, et une application a l'avancement*

de la navigation (GM 5: 258-263; JS 1692: 147-153), escrito en francés, en el que Leibniz señala el uso de la descripción matemática de la catenaria para la navegación; y,

- *Solutio illustris problematis a Galilaeo primun propositi de figura chordae aut catenae e duobus extremis pendentis, pro specimine novae analyseos circa infinitum* (GM 5: 263-266; *Giornale de Letterati di Modena* 1692: 128-132).

La descripción de la catenaria de Leibniz

Leibniz no solamente señala que es el primero en solucionar el problema, sino que además ha encontrado diferentes aplicaciones para la curva catenaria.

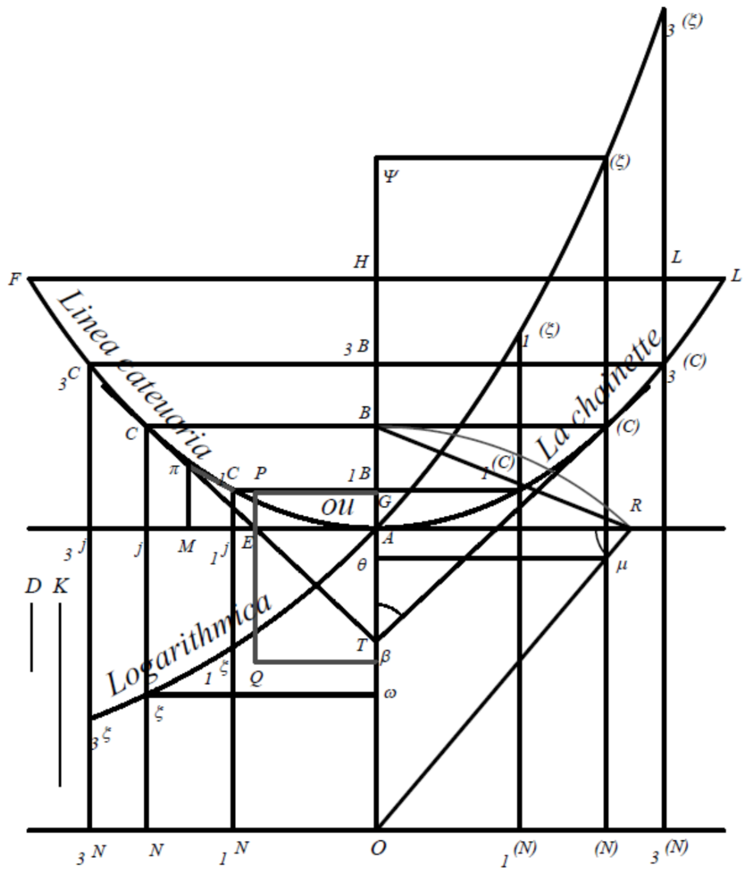
Leibniz realiza en *De linea in quam flexile se pondere propio curvat, ejusque usu insigni ad inveniendas quotcunque medias proportionales et logarithmos* la construcción geométrica de la catenaria sin necesidad de utilizar ninguna cadena y sin suponer ninguna cuadratura. La construcción que presenta, dice Leibniz, debe ser considerada como el método más perfecto para generar todas las curvas trascendentes.

Primeramente, toma los segmentos D y K, y según las palabras de Leibniz «una vez que se conozca el radio de estos dos segmentos, el resto de la solución se deriva de la simple aplicación de la geometría ordinaria» (Leibniz, 2001b: 56). Veamos cómo Leibniz llega a definir dos puntos de la catenaria, siguiendo esta idea, con sus propias palabras:

> Dada una línea recta indefinida ON [figura 19] paralela al horizonte, dado también OA, un segmento perpendicular igual a $O3N$, y encima de $3N$ un segmento vertical $3N3\xi$, que tiene con OA el radio de D hacia K, encontrar la media proporcional $1N1\xi$ (entre OA y $3N3\xi$); luego, entre $1N1\xi$ y $3N3\xi$; luego, encontrar la media proporcional entre $1N1\xi$ y OA; según vayamos buscando la segunda media proporcional de este modo, y de ahí la tercera media, seguir la curva $3\xi - 1\xi A - 1(\xi) - 3(\xi)$ de modo que cuando se tomen los intervalos iguales $3N1N$, $O1(N)$, $1(N)3(N)$, etc., las ordenadas $3N3\xi$, $1N1\xi$, OA, $1(N)1(\xi)$, $3(N)3(\xi)$, están en progresión geométrica continua, tocando la curva que habitualmente llamo *logarítmica*. Por

> ello, tomando ON y $O(N)$ como iguales, elevar sobre los segmentos N y (N) los segmentos NC y $(N)(C)$ iguales a la semisuma[22] de $N\xi$ y $(N)(\xi)$, tal y como C y (C) serán *dos puntos de la curva catenaria* $FCA(C)L$, de donde se pueden determinar geométricamente tantos puntos como se deseen (Leibniz, 2001b: 57).

FIGURA 19: Construcción de Leibniz de la catenaria. Imagen: Probst & Raugh, 2018



De ese modo Leibniz, sin necesidad de construir la catenaria físicamente, llega a conocer dos de sus puntos de donde se pueden determinar el resto de puntos necesarios. Pero también define cómo puede determinarse la catenaria mediante una construcción física de la curva. Para ello propone dos métodos. El primero será, si se busca el logaritmo del número $O\omega$ (o el logaritmo del radio entre OA y $O\omega$ siendo $OA = 0$, tomar el tercero

[22] Es decir, la mitad de la suma de los números con los que se realiza la operación de suma.

proporcional $O\psi$ de $O\omega$ y OA, luego la abscisa que es la semisuma de OB que proviene de $O\omega$ y $O\psi$, de modo que la ordenada BC u ON de la catenaria será logaritmo que corresponde al número propuesto, lo cual Leibniz amplía con otro ejemplo similar.

Tras ello Leibniz propone la solución a las siguientes proposiciones, que señalamos aquí de modo resumido:

1. Dibujar la tangente de un punto C dado: en la línea recta AR, yendo por la cúspide de A, al tomar R de modo que OR sea igual al segmento conocido OB, la línea recta CT será la tangente que buscamos.

2. Encontrar el segmento igual al arco de la catenaria: Al dibujar un círculo con centro O y radio OB, al cortar la línea recta que pasa por A y por R, la línea AR será igual al arco dado AC.

3. Encontrar la cuadratura del área entre la catenaria y una o más líneas rectas: Habiendo encontrado el punto R (el cual encontramos en la solución 1), el rectángulo OAR será igual al área de la figura formada por los puntos $AONCA$.

4. Encontrar el centro de gravedad de la catenaria o una porción de ésta: Tras establecer AR, añádesele la abscisa OB. Luego, la semisuma OG generará el centro de gravedad G de la catenaria $CA(C)$

5. Encontrar el centro de gravedad del área entre la catenaria y una o más líneas rectas: tomar la mitad $O\beta$ de OG,para luego completar el rectángulo βAEQ. De este modo, Q será el centro de gravedad de la figura formada por los puntos $AONCA$.

6. Encontrar el volumen y superficie de los sólidos generados por rotación alrededor de cualquier línea recta fijada delimitada por la catenaria y una o más líneas rectas: si la catenaria $CA(C)$ rueda sobre el eje AB, el área generado será igual al círculo cuyo radio es la raíz del doble del rectángulo EAR.

Como podemos comprobar, hasta ahora la argumentación ha sido estrictamente geométrica. Pero, ¿no servía la descripción de la catenaria para mostrar la utilidad del cálculo? Ciertamente, Leibniz apenas hace referencia a las matemáticas en este artículo. Tan sólo encontramos que en sus últimos párrafos Leibniz señala primeramente que ha omitido muchos teoremas y pruebas, sin duda para mantener el misterio del descubrimiento en sí, pues hay que remarcar que la importancia no radica tanto en la solución al problema sino en su metodología (es por ello que más tarde Leibniz publica más textos que aclaren su acercamiento a la catenaria, aparte de otros acercamientos al problema que no llegó a publicar). Estos teoremas omitidos, según palabras de Leibniz, están implícitos en la demostración geométrica y pueden ser, según señala, fácilmente derivados, y encontramos una relación indirecta con el cálculo cuando señala que el problema de la catenaria nos lleva a las series infinitas:

> Por ejemplo, si se considera el parámetro OA como la unidad y establecemos la notación a para el arco AC, el segmento AR e y como la ordenada BC, tendremos:
>
> $$y = \frac{1}{1}a - \frac{1}{6}a^3 + \frac{3}{40}a^5 - \frac{5}{112}a^7, etc.,$$
>
> una serie que puede ser establecida por una regla simple. Haciendo uso de lo que acabamos de decir, podemos deducir el resto de los elementos característicos de la curva (Leibniz, 2001b: 58).

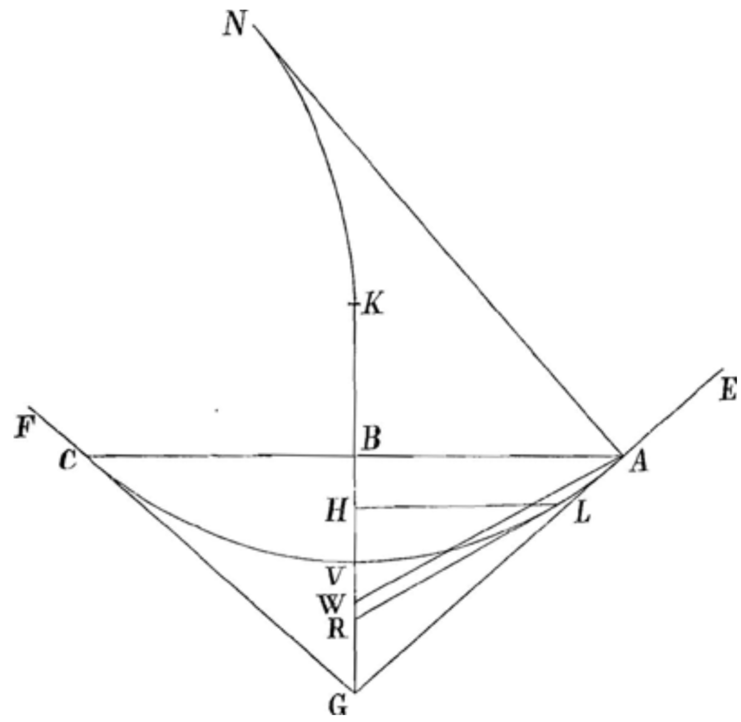
Para luego terminar diciendo que tan sólo ha señalado lo esencial y que cualquier persona interesada podrá deducir fácilmente las demostraciones por sí misma, y que el motivo de la brevedad y simplicidad de las argumentaciones en este artículo se encuentra en el evitar la repetición innecesaria. Sin embargo, veremos que la simplicidad de Leibniz por afán no tanto de la brevedad y utilidad sino por el no mostrar la totalidad de los métodos, hará que Huygens sospeche de sus buenas intenciones y llegue a pensar que ha podido realizarse un plagio.

Todo ello no responde, sin embargo, a la cuestión de por qué Leibniz no hace explícito en su artículo el uso de su nuevo cálculo (aunque sí afirma haberlo usado). Podemos encontrar un motivo de esto en las siguientes palabras de Leibniz que muestran la reticencia a mostrar todo el método y el proceso de sus demostraciones:

> Si uno realmente expone algo, es mejor no dar la prueba, o dar una prueba de tal modo que no permita a los demás descubrir nuestros trucos (Grant & Kleiner, 2008: 49).

En *Soluciones al problema de la catenaria o curva funicular propuesta por el Sr. Jacques Bernoulli en las Acta de junio 1691*, Leibniz explica un poco con más detalle el problema. Comienza Leibniz ese artículo señalando lo parecido

FIGURA 20: Curva catenaria de Huygens (OC 10, 95)



de las tres soluciones presentadas en las AE, cuyos fundamentos comunes, en palabras de Leibniz, son obvios. Señala Leibniz que en ese sentido, Huygens se ha basado en la medida de la curvatura de la curva usando el radio de su círculo en contacto, que Leibniz estipuló en las AE de junio 1686, aplicándolo al problema de la catenaria y descubriendo su evoluta.

Huygens supone la cuerda CVA, suspendida por las cuerdas FC y EA de modo que los puntos C y A se encuentren a la misma altura. De este modo aparece el ángulo CGA al extender la cuerda, así como el vértice V y su eje VB. Siendo así, Huygens extiende el segmento EA hacia el punto G, de modo que AG es la tangente de la curva en el punto A, e igualmente CG es la tangente de la curva en el punto C.

Ahora, Huygens trata varias posibilidades. Lo primero es que el ángulo formado por CGA sea un ángulo de 60º, inclinado en el punto A hacia la recta AW, que sería igual a $3/2AB$, cuya paralela LR es la tangente del punto L. Siendo de este modo, el radio de la curvatura sería el eje BV. Lo mismo ocurriría si tomamos la figura formada por GBA como un triángulo recto.

Y si tomásemos el ángulo CGA como un ángulo recto, y el eje BV estuviese compuesto por 10000 partes, BA sería 21279 y la curva VA estaría compuesta por 24142 partes. También, si tomamos el ángulo CGA como un ángulo recto, el radio de la curvatura equivale a la longitud del arco VA (Bukowski, 2008: 9-10).

Aunque de fundamentos parecidos, Huygens dio la construcción de la catenaria suponiendo la cuadratura $xxyy = a^4 - aayy$ (figura 8), mientras que Leibniz y Bernoulli relacionaron la catenaria con la cuadratura de la hipérbole:

> Cuando él [Bernoulli] vea cómo he reducido el problema a la cuadratura de la hipérbole, es decir, a logaritmos, creo que admitirá que esto pone el broche final a esta investigación, y que todo lo que queda por hacer es facilitar aplicaciones prácticas y llevar este descubrimiento al alcance de todos (Leibniz, 2001b: 59).

Todo ello iba a llevar a demostrar la utilidad del cálculo en un momento en el que su justificación pública era más que necesaria. De hecho, en ese momento, no era utilizado por casi nadie en la *república de las letras*:

> No puedo ocultar la inmensa felicidad que me trae el trabajo realizado por el famoso Bernoulli, con su pequeño y muy ingenioso hermano, basado en el nuevo cálculo que he iniciado; más especialmente, porque no he conocido todavía a nadie que haya hecho uso de él, con la excepción del muy sensato John Craig (Leibniz, 2001b: 60).

Tras señalar, además, que él mismo no es capaz de pronunciarse definitivamente en algunos asuntos relativos al cálculo, haciendo referencia a que hay muchos asuntos todavía por descubrir, piensa que esto llevará a que se realicen a través del cálculo muchos descubrimientos al igual que él lo ha hecho a partir de las reflexiones de Pascal y Huygens en el pasado.

Tras esto, Leibniz aclara sus fuentes, con la idea implícita de aclarar que no ha habido ningún tipo de plagio posible:

> La geometría avanzada me era totalmente extraña hasta que conocí a Christiaan Huygens en París en 1672, y a quien públicamente reconozco en este artículo, del mismo modo que he hecho en cartas personales, es a quien más le debo tras Galileo y Descartes. Tras leer su *Horologium Oscillatorium*, así como las *Cartas de Dettonville* (es decir, Pascal), y los trabajos de Gregoire de

> Saint Vincent, adquirí de pronto de ellos una gran luz, bastate inesperada por mi parte y para aquellos que sabían que yo era un novato en estos asuntos. Estaba muy abierto a estos resultados, y pronto comencé a esbozarlos. Esto es como un considerable número de teoremas me aparecieron espontáneamente, que eran sólo corolarios de un nuevo método (Leibniz, 2001b: 60).

Y la utilidad de su método queda de nuevo señalada en la siguiente frase:

> El desarrollar métodos es siempre más crucial que solucionar los problemas particulares, aunque es lo último lo que habitualmente trae aplauso (Leibniz, 2001b: 61).

La diferencia de la construcción de Leibniz y Bernoulli con respecto a la de Huygens es que Leibniz presenta la catenaria como una construcción euclídea. Esto era una demostración de las posibilidades del cálculo porque no era posible hacerlo así de otro modo (Probst & Raugh, 2018: 2, borrador).

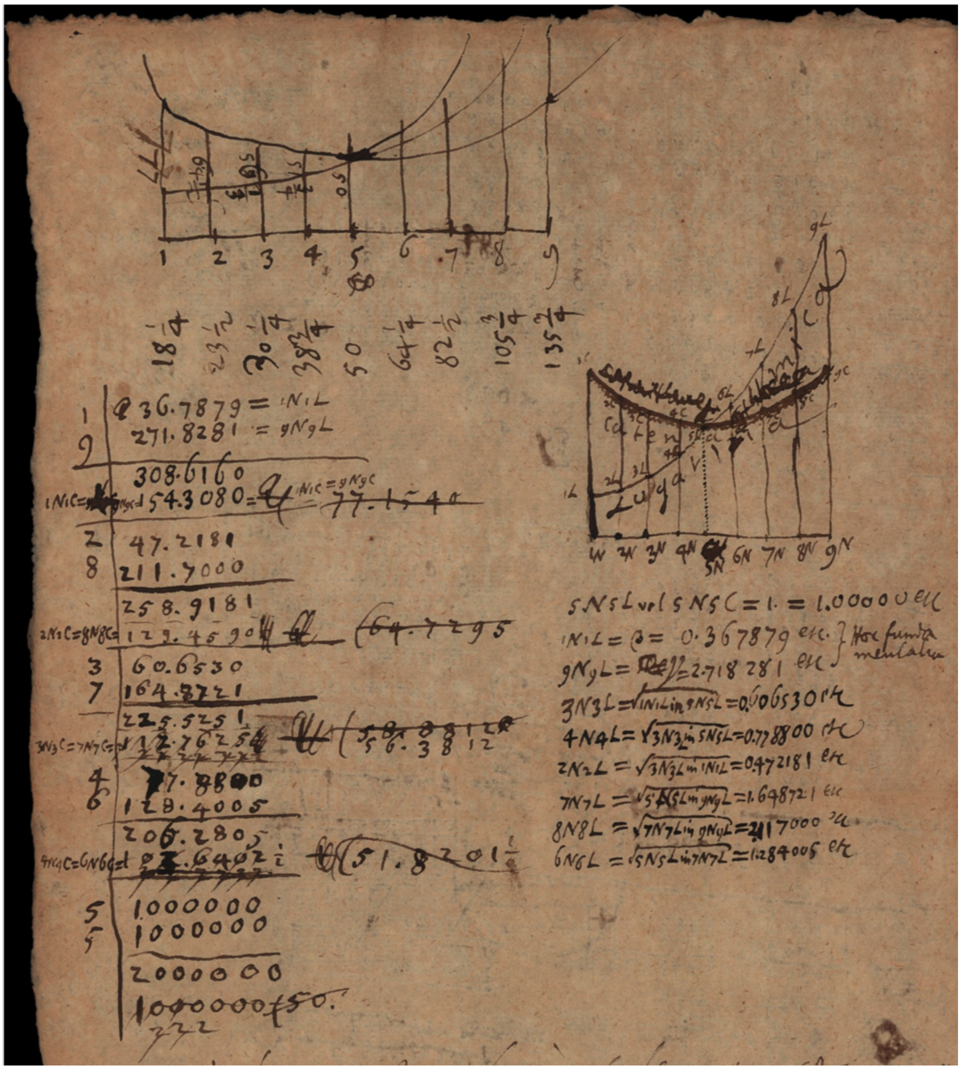
Como hemos dicho, Leibniz no deja entrever en las AE toda la complejidad de su construcción de la catenaria. Para ver esto hay que acudir a los borradores manuscritos en donde Leibniz desarrolla su cálculo, los cuales demuestran un dominio técnico muy profundo de las matemáticas:

> Hemos encontrado que Leibniz había dominado el logaritmo natural, la función exponencial, y el análisis numérico para estimar el número e con una alta precisión – 57 años antes de que Euler escribiese su *Introductio in Analysin Infinitorum* de 1748. Esto nos lleva a la cuestión de su Leibniz debería ser acreditado con el descubrimiento sobre el logaritmo que es habitualmente adscrito a Euler. Pero él [Leibniz] no publicó sus métodos. De haberlo hecho, la historia podría haber sido registrada de otra manera (Probst & Raugh, 2018: 16, borrador).

Intercambios entre Leibniz y Huygens

Una vez que todas las soluciones fueron publicadas en las AE, Huygens finalmente tuvo acceso a éstas y dio su opinión a Leibniz en las cartas sobre las similitudes y diferencias de sus acercamientos al problema. Parece ser que Leibniz fue el primero de los dos en tener acceso a las AE y debido a ello es el primero que comenta en las cartas las soluciones propuestas. En la carta a Huygens del 24 de julio de 1691 hacía referencia al uso de su

FIGURA 21: Detalle de los manuscritos sobre la construcción de la curva catenaria, LH35, 6, 111, fol.3v.



nuevo método por parte de Johan Bernoulli, reduciendo el problema a la cuadratura de la hipérbola[23] debido a su similitud matemática.

> [C]omo las ecuaciones comunes puras se resuelven por la sola extracción de raíces, del mismo modo las ecuaciones puras trascendentes son reducidas a las sumas o a las cuadraturas. Y como

[23]«Luy [Bernoulli] et moy nous avons reduit le probleme à la quadrature de l'Hyperbole, nous avons donné tous deux non seulement les tangentes et l'extension de la courbe, mais aussi le centre de gravité de la courbe, et moy j'y ay adjouté le centre de gravité de l'espace. Nous avons donné tous trois les tangentes et l'entendue de la courbe. Mons. Bernoulli s'est rencontré avec Vous Mosieur à penser à la courbe dont l'evolution sert à descrire la ligne catenaire, et il a remarqué là dessus de fort jolies choses» (Leibniz, carta 39; AA III, 5, n.29: 133).

> no se ha perfeccionado el análisis de las ecuaciones, igualmente no he perfeccionado mi método con el que siempre puedo reducir todos estos problemas trascendentes a las cuadraturas solas. Sin embargo, he abierto el camino, e igualmente lo he hecho avanzar. También los dos problemas que usted me había propuesto, Señor, que dan desde el principio una ecuación trascendente afectada, se pueden ambos reducir a las cuadraturas; y también encuentro que no suponen que la cuadratura de la hipérbola pueda ser construida. Y cuando puedo recudir estos problemas a las cuadraturas, creo haber superado la mayor dificultad. Sin embargo para perfeccionar este método hay que finalizar la doctrina de las cuadraturas (Leibniz, borrador carta 24; AA III, 4, n.282: 596).

La respuesta de Huygens se retrasó hasta el 1 de septiembre de 1691 (Huygens, carta 40) cuando admitió no haber relacionado la catenaria con la cuadratura de la hipérbola. Pero a estas alturas Huygens había comenzado a sospechar que Leibniz y Johan Bernoulli podrían haber compartido sus soluciones antes de la publicación de estas en las AE. Ello podría explicar la gran similitud entre sus procedimientos tal y como expresó a Leibniz en un tono no demasiado afable (Huygens, carta 41; AA III, 5, n.37: 168). Lo cierto es que incluso aunque Johan Bernoulli se percató de que la cuadratura de la hipérbola podía ser usada para dibujar la catenaria, Leibniz fue más allá reduciendo todo a logaritmos:

> Incluso he añadido a mi solución el centro de gravedad de esta última figura, es decir, de su área. El Sr. Huygens da la construcción de la curva suponiendo la siguiente cuadratura: $xxyy = a^4 - aayy$, mientras que el Sr. Jean Bernoulli y yo mismo hemos relacionado la catenaria con la cuadratura de la hipérbole; éste último hace muy acertado uso de la cuadratura de la curva parabólica, mientras que por mi parte, he reducido todo a logaritmos; he determinado de ese modo el tipo de expresión, al igual que la mejor de las posibles construcciones para las trascendentes. De hecho, todo lo que necesitas saber es una proporción constante única, usando tan sólo geometría ordinaria, y sin mayor necesidad de cuadratura o rectificación (AE September 1691: 436; GM 5: 255; Leibniz 1989: 204; Leibniz 2001b: 59).

El cálculo creado por Leibniz era tan preciso que era objeto de sospecha de plagio. Sin embargo, Leibniz se defendió ante Huygens en la carta del 21 de septiembre de 1691 (Leibniz, carta 42) señalando que los editores de las AE habían lidiado con la solución de Bernoulli con estricta confidencialidad. Además, en la misma carta Leibniz señaló varios errores de Huygens. Éste último había publicado en las AE de junio de 1688 un artículo llamado *De angulo contactus et osculii* en el que había reducido la hipérbola a la suma de los secantes del arco. Por ello, debería de haber relacionado la catenaria con la cuadratura de la hipérbola. La respuesta de Huygens en la carta del 16 de noviembre de 1691 (Huygens, carta 44) sirvió como reconciliación. Afirmaba que era su deseo estudiar el nuevo cálculo infinitesimal en profundidad para finalmente comprender la relación entre la catenaria y la cuadratura de la hipérbola (Huygens, carta 44; AA III, 5, 196-202).

Según Yoder, incluso L'Hôpital, que no era tan buen matemático como Huygens, pudo modificar sus cálculos para rectificar la curva exponencial que Huygens había introducido en su solución (Yoder, 1988: 176). A pesar de ello, e incluso después de la finalización del reto de Bernoulli y de haber señalado su interés por estudiar el cálculo leibniziano, Huygens todavía insistía en lo adecuado de su método respecto al de Leibniz (OC 10: 305-306). Esto muestra que Huygens no había sido capaz de seguir el camino creado por su antiguo alumno, y que aunque el nuevo cálculo se convertiría en el estándar en matemáticas, no había comprendido toda la profundidad ni la utilidad que éste brindaba.

Implicaciones filosóficas de la curva catenaria

Siguiendo las palabras de Leibniz en su artículo *De linea in quam flexile se pondere propio curvat...* escrito en junio de 1691, la descripción matemática de la curva catenaria tiene dos aplicaciones. Primeramente, comprender y extender la utilidad del *análisis* o cálculo con el que Leibniz quiere resolver los problemas más importantes de geometría. Y segundo, hacer progresar en el arte de la construcción, o resolución de problemas.

La solución de Leibniz al problema de la catenaria sirvió como justificación para sus contemporáneos, aunque especialmente para Huygens, de la utilidad de su cálculo infinitesimal. Con su solución, Leibniz pudo poner a prueba públicamente su método para encontrar la descripción de cualquier curva mecánica, el cual, puesto que está basado en el cálculo infinitesimal, presenta una forma de superar los infinitos matemáticos y, mediante ello, los geométricos.

> Creo ver que no sabemos reducir todas las cuadraturas generales o indefinidas a las del círculo y de la hipérbole y cuando queremos reducir los problemas a las cuadraturas, y las cuadraturas a ciertos lugares, tal y como lo proyecto, esta especie de análisis llegará a su perfección. Y usted sabe, Señor, que esta es la parte más sublime de la geometría, e igualmente la más importante, pues ordinariamente cuando aplicamos la geometría a algunos de los problemas difíciles de la naturaleza o de la mecánica, llegan a estas ecuaciones trascendentes, cuya razón es que la naturaleza va ordinariamente por cambios continuos o instantáneos, que no son otra cosa que mis dx ó dy (Leibniz, borrador carta 24; AA III, 4, n.282: 597).

Ademas, el reto de la catenaria justificó la visión leibniziana de la realidad empírica y metafísica. Primeramente, que todo problema existente podía ser resuelto y que el avance de las ciencias apunta a ello. Segundo, que el solucionar ciertos problemas empíricos puede mostrarnos la praxis que se debe seguir en el ámbito metafísico. En ese sentido parece que hay una especie de camino que comienza con la filosofía (pues en el caso que tratamos, el de la curva catenaria, está basado en la superación del infinito matemático mediante el cálculo infinitesimal, superación que está basada en una concepción simbólica de gran calado filosófico), que pasa por los casos empíricos, como el de la cadena colgante, y vuelve a la filosofía, siendo ejemplo de cómo deben aplicarse tanto las ciencias como la filosofía.

El hecho, por otro lado, de que Bernoulli había llegado a casi la misma solución utilizando el cálculo infinitesimal era muestra de la imparcialidad del cálculo, que apuntaba a verdades científicas. Si el ámbito científico funcionaba de este modo y se alcanzaban verdades, Leibniz pensaba que del mismo modo se podrían alcanzar verdades filosóficas utilizando una especie de filosofía algebraica.

Conclusiones

El éxito de la aplicación del cálculo infinitesimal en el reto de la catenaria consolidaría su utilidad públicamente y además su visión sobre la ciencia universal quedaría fortalecido públicamente.

El hecho de que los fenómenos empíricos como la forma de la catenaria pudiese ser descrita matemáticamente apoya la idea de que los fenómenos empíricos pueden ser descritos mediante las matemáticas y que éstas pueden presentar un modelo para representar la realidad mediante el cálculo[24]. Esto quiere decir que la descripción de la catenaria sirve como esquema para resolver otros problemas para alcanzar de ese modo «la perfección de la ciencia» [25]. En principio el significado de la palabra *descripción* no tiene un sentido explicativo por sí misma (sino sólo descriptivo), pero esta palabra tiene otro sentido que incluye una reproducción de categorías de fenómenos. De este modo, describir la catenaria no es encontrar una simple representación matemática sino una ecuación unitaria en la que todos los puntos de la catenaria están presentes. Ello implica una correspondencia biunívoca entre los puntos, es decir, una unidad de lo disperso. Este esquema es exportado por Leibniz para comprender también problemas filosóficos de naturaleza similar.

Esto puede llevarnos a varias consecuencias. La primera es que el reto de la curva catenaria es muestra de que para Leibniz todos los fenómenos empíricos son traducibles a lenguaje científico. Segundo, que toda explicación científica apunta a una verdad. Y finalmente, que los problemas filosóficos como la existencia de infinitos puede ser resueltos en la práctica.

2.3.3. El *methodus tangentium inversa* y el intercambio de métodos con Fatio de Duillier

La controversia del cálculo infinitesimal

La controversia sobre la invención del cálculo infinitesimal y la lucha de titanes entre Leibniz y Newton ha sido ampliamente documentada a lo largo de los tres siglos que nos separan de los hechos. Una de las razones que explica esto es que el cálculo infinitesimal fue determinante para el

[24]«While Leibniz in his mathematical practice generally sought to steer clear of metaphysical disputes and instead placed emphasis on effectiveness and reliability of procedures, particularly when working with the infinite, he ultimately produced a philosophical system which in remarkable fashion was able to account for the successes of mathematical science in contributing to our understanding of nature and over and above this to the increase in human wellbeing. In a very true sense his philosophical deliberations on mathematics were deliberations pertaining to life» (Beeley, 2014: 46-47).

[25]«Itaque quod primun attinet, constat iis, quibus nota est Historia nostri temporis literaria, magnam incrementorum scientiae partem problematum propositioni deberi, idemque in futurum licet augurari, si scilicet problemata nondum sint in potestate receptae Analyseos. Ita enim discitur, quae desiderata ad perfectionem artis supersint, simulque ingenia ad augmento scientiarum animantur. Certe ut olim Cycloidem, ita nuper Catenarium plurimum profuisse constat. Neque ego Catenariam ipse delegi, sed ab alio mihi propositam et confestim solvi et proposni aliis porro. Nec Dn. Johannes Bernoullius in suo problemate Lineae brevissimi descensus diu laboravit: nempe non casui, sed methodo succesum debuimus» (GM 5: 341-2; OFC 7A: 373).

desarrollo de las ciencias en el siglo XVIII y todavía hoy es una herramienta básica en matemáticas.

Hoy, teniendo acceso a todos los textos y manuscritos perteneciente a la creación del cálculo tanto por parte de Leibniz como de Newton, sabemos que ambos crearon el cálculo independientemente (Grant & Kleiner, 2015: 37). Pero, sin embargo, a pesar de que la controversia por la creación del cálculo es bien conocida, todavía tenemos una visión incompleta de su desarrollo (Probst, 2018: 3, borrador), tal y como podemos comprobar en las cartas entre Leibniz y Huygens. Y un análisis apropiado sobre el desarrollo de esta controversia nos llevará a una nueva comprensión sobre los orígenes en los que aparece esta controversia.

Por ello, la mayor parte de las obras dedicadas a la controversia sobre la creación del cálculo la sitúan cuando Fatio de Duillier acusa públicamente a Leibniz de plagio en *Lineae brevissimi descensus investigatio geometrica duplex cui addita est investigatio geometrica solidi rotundi in quo minima fiat resistentia* (Doble investigación geométrica de la línea de más breve descenso, a la cual se añade una investigación sobre el sólido de la revolución que produce la mínima resistencia, Fatio de Duillier 1699). Pero, a pesar de que esto es cierto, las cartas entre Leibniz y Huygens son testigo de todo el desarrollo previo que existió a la acusación pública de Fatio, desarrollo que tiene lugar entre 1690 y 1692.

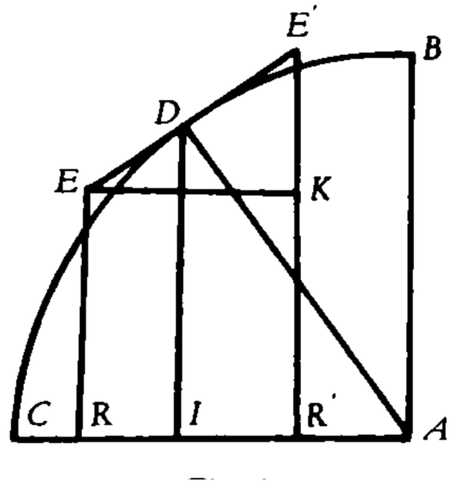
La dificultad de encontrar este desarrollo previo a la controversia pública se encuentra en que no solamente hemos de atender a las cartas entre Leibniz y Huygens, sino que además, hay que atender al mismo tiempo a las cartas paralelas existentes entre Huygens y Fatio y entre Fatio y Leibniz, con lo que tenemos un triángulo comunicativo extenso y complejo en el que las discusiones se entrelazan y acaban en el peor de los desenlaces para Leibniz.

El método inverso de tangentes

Una de las discusiones más largas que Leibniz y Huygens mantienen en la segunda etapa de la correspondencia es la relativa al método inverso de tangentes de Leibniz.

El método inverso de tangentes es un método mediante el cual se puede determinar la curva dada una tangente en cualquier punto de ésta (a partir de la función derivada). Leibniz llega a este método en la primera etapa de la correspondencia, alrededor de 1675, aunque no es hasta la segunda etapa de la correspondencia cuando su uso entra en juego en las discusiones.

FIGURA 22: Triángulo característico (Pascal, 1819, 5: 421).



A este método llega Leibniz a través de sus estudios sobre Pascal. En su *Tratado de los senos del cuarto de círculo*, escrito en 1659, Pascal expone su versión del triángulo característico, que será un punto de partida capital para el desarrollo del cálculo leibniziano. En el tratado, Pascal solamente presenta un método para realizar cuadraturas, pero Leibniz va mucho más allá y de su estudio consigue desarrollar su método que permite no solamente hallar la tangente a una curva en cualquier punto dado, sino mostrar que las cuadraturas y las diferenciales son dos problemas inversos y además conseguir reducir el problema de la cuadratura de una curva a otra ya conocida anteriormente, a lo cual se le ha denominado teorema de la transmutación.

Pascal propone un cuarto de círculo cuyo centro es A, el radio AB es el eje y el radio AC como la base; D un punto cualquiera en la curva, del que parte el seno DI sobre el radio AC; la tangente DE en la que colocamos las perpendiculares ER sobre el radio AC. La finalidad de Pascal es demostrar que el rectángulo comprendido del seno DI a la tangente EE es igual al rectángulo comprendido de la porción de la base y del radio AB (Pascal, 1819, 5: 312).

De este modo, el radio AD es al seno DI como EE′ a RR o a EK. Es decir, el triángulo formado por EE′K es semejante al triángulo DIA.

Y partiendo de este triángulo de Pascal, llegamos al triángulo característico de Leibniz si consideramos a EE′ como el lado infinitesimal de la curva, es decir, como si estuviese ocupando un sólo punto (no extenso) de la curva. De este modo la curva estaría compuesta por una serie de lados infinitesimales e indivisibles cuyas cantidades son semejantes a triángulos como EE′K. Es decir, la curva podría estar formada por una serie de triángulos EE′K cuyos lados EE′ representan cada punto indivisible de la curva.

De este modo, si al lado EK lo denominamos dx y a KE′ lo denominamos dy, tendríamos que la tangente de la curva vendría dada por $\frac{dy}{dx}$.

Respecto a este último paso, Leibniz dijo a James Bernoulli en 1703 que Pascal parecía tener una venda en los ojos (GM III: 72-73). Según Boyer esta venda en los ojos, que parece denotar una falta de imaginación, tiene que ver con la predilección de Pascal por los métodos clásicos, tal y como le ocurrió a Huygens a la hora de aplicar con todas sus consecuencias el nuevo cálculo leibiziano (Boyer, 1949: 153).

Y como afirma Javier de Lorenzo,

> De esta forma, el triángulo característico posibilita, por un lado, determinar la tangente a una curva en un punto cualquiera de la misma; por otro, expresar las condiciones de un problema en términos de diferenciales o infinitésimos, pasar a su ecuación diferencial correspondiente y, por el proceso de sumación, resolverlo y hallar el problema (De Lorenzo, 1987: XXXIX).

El intercambio de métodos entre Leibniz y Fatio

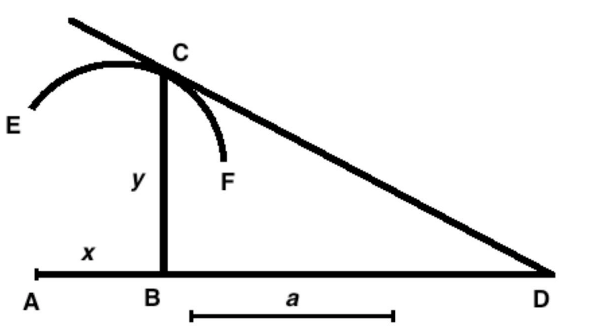
Dentro de los diferentes asuntos que Leibniz y su antiguo maestro Huygens discuten en la segunda parte de la correspondencia, se encuentra una discusión sobre el método inverso de tangentes. Este método ya fue tratado por Leibniz en 1673 en su artículo *Methodus tangentium inversa, seu de functionibus*, escrito durante su etapa parisina bajo la tutorización de Huygens, y desarrollado en los años posteriores, hasta convertirse en un importante punto del cálculo infinitesimal. En ese texto, además, aparece por primera vez el término función con un significado matemático (Herrera Castillo, 2015: 59 y ss.). Cabe también señalar que esto fue discutido con Newton entre los años 1675-1677 tal y como ha sido extensamente discutido por Scriba (Scriba, 1963: 113-137).

Con el método inverso de tangentes Leibniz trataba dos problemas inversos: encontrar la subtangente de una curva partiendo de la relación dada entre las abcisas y las ordenadas; y encontrar la relación entre las abcisas y las ordenadas partiendo de alguna propiedad de la subtangente, de la subnormal o de algún segmento dado. Siguiendo la terminología moderna, el método inverso de tangentes trata la solución de ecuaciones diferenciales de primer orden.

Tal y como hemos explicado, a pesar de la importancia del cálculo infinitesimal leibniziano Huygens no llegó a estar convencido de su utilidad hasta muchos años después de su creación. No fue convencido ni por los primeros acercamientos en la primera etapa de la correspondencia, ni tampoco con su primera publicación en las Acta Eruditorum en 1684. Por ello, en la segunda etapa de la correspondencia las discusiones sobre el cálculo se encuentran en el trasfondo de todas las cartas. Y la discusión entre ellos sobre la utilidad del cálculo finalmente dará pie al origen de una de las controversias más agrias de la historia de las matemáticas.

Para hablar del origen de la controversia del cálculo, debemos avanzar ahora hasta unos años más adelante, en una discusión que comienza en la carta de Huygens del 24 de agosto de 1690 (carta 22). En esta carta y con el objetivo de poner a prueba el cálculo infinitesimal de Leibniz, Huygens le anima a buscar una ecuación que exprese la relación entre los segmentos AB y BC de un círculo dado, y también a buscar la ecuación cuando BD es $\frac{22x - aax}{3aa - 2x}$, siendo a una línea dada (AA III 4, n.271: 548).

FIGURA 23: Problema propuesto por Huygens



Leibniz realizó dos elaboraciones distintas a esta carta, ambas en octubre de 1690 (AA III 4, n.271: 548; III 4, n.282: 588-619; III 4, n.283: 619-624). La primera respuesta no tiene una fecha exacta, aunque gracias a los temas tratados en ella sabemos que fue escrita entre principios y mediados de octubre de 1690, a pesar de que Leibniz no llega a enviarla (carta 24) y en la segunda (carta 25) Leibniz presenta su respuesta al problema propuesto por Huygens, usando su método inverso de tangentes.

El 16 de diciembre de 1690 Huygens responde a Leibniz afirmando que más de un año atrás Fatio de Duillier había utilizado un método similar, pero que, por tratarse de un asunto que requería una extensa discusión, no lo había estudiado aún (Huygens, carta 30; AA III 4, n.296: 689-690).

Fatio de Duillier y su método

Fatio de Duillier fue un matemático suizo nacido en 1664 que se dedicó en sus primeros años a explicar la naturaleza del problema de la luz zodiacal.

FIGURA 24: Retrato de Nicolás Fatio de Duillier

Su prometedora carrera le permitió ser asistente de Huygens en La Haya a finales de la década de 1680 y más adelante le llevó a Inglaterra donde sería no solamente asistente de Newton sino también una de las personas más cercanas al físico inglés durante unos años. Con Huygens estudió multitud de cuestiones matemáticas, geométricas y físicas, «incluyendo la forma de los copos de nieve y la búsqueda de tangentes en curvas complejas» (Iliffe, 2012: 69).

Los editores de OC recibieron en 1952 de parte de O. Spiess, profesor de matemáticas en la Universidad de Basilea, una fotocopia con varias cartas de Fatio de Duillier dirigidas a Huygens. Las cartas están fechadas entre

1687 y 1693, pero la más interesante de todas es la primera de ellas, escrita por Fatio en Oxford, el 12/22 de octubre de 1687 (OC 22: 126-151). Originalmente, de haber conocido su existencia, los editores deberían de haberla incluido en el volumen 9 de OC, debido a la fecha en la que fue escrita. OC 9 fue editado en 1901, y OC 22, donde se publica esta carta, fue editado en 1950, por lo que pasaron 49 años desde la publicación de la correspondencia de Huygens referente a este periodo y la publicación de esta carta de Fatio de Duillier.

La importancia de esta carta radica en que contiene el método inverso de tangentes de Fatio de Duillier, el cual no se encuentra en la correspondencia Leibniz-Huygens debido a la interrupción del intercambio de métodos entre Fatio y Leibniz con Huygens de intermediario. Por ello, esta carta con el método de Fatio, que Huygens afirma que Fatio se llevó consigo a Inglaterra y que en principio parecía perdida, gracias a Speiss, la encontramos publicada en OC 22, un número adicional en el que se incluyen más cartas de las que en principio se desconocía su existencia junto con una biografía de Huygens y otros asuntos.

En esta carta en principio perdida, Fatio señala que estuvo enfermo con un ataque de consumación, una enfermedad que producía un adelgazamiento progresivo que a menudo predecía a la muerte del enfermo en ciertos tipos de enfermedades, entre ellas la tuberculosis. Afirma Fatio que en ese estado no podía dedicarse al estudio, y que por eso no ha enviado antes su método a Huygens. Debido a la enfermedad dice Fatio que no podía «poner en orden mi método de encontrar la ecuación de las líneas curvas cuando la propiedad de sus tangentes es dada».

En la carta también da a entender Fatio que le ha adjuntado en esa carta a Huygens los *Principia Mathematica* de Newton (OC 22: 127). Afirma Fatio que debe quedarse «en estos países» [Reino Unido] porque los directores de la Royal Academie van a proponerle para formar parte de la asamblea. Se quedará en Inglaterra todo el invierno y aprovechará para aprender bien el inglés.

La carta no trata solamente del método inverso de tangentes. Fatio le habla también a Huygens sobre la bomba del Caballero Gordon, cuyos experimentos desafiaban el conocimiento en mecánica tanto de Fatio como de Huygens debido a que los trabajadores de Gordon, en tan sólo un minuto, eran capaces de sacar doce toneladas de agua de su bomba. Esto podía tener aplicaciones claras no sólo en ingeniería y agriculturas, sino también en la industria militar, pues sería una forma de sacar el agua de los barcos de guerra. Fatio afirma no conocer el secreto de esta bomba fabricada por Gordon, quien era muy reservado con ello. Solamente Boyle conocía el funcionamiento y había prometido a Gordon guardar el secreto.

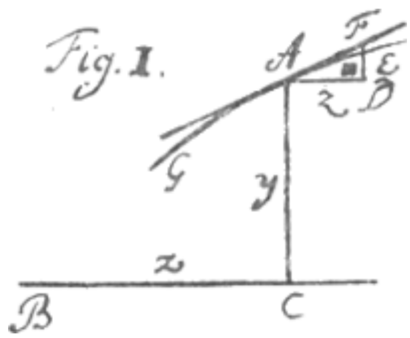
También habla Fatio de una respuesta de Tschirnhaus a un escrito suyo publicado en el tomo sexto de la *Bibliotheque universelle*, y le pregunta Fatio a Huygens su opinión sobre «el libro» de Newton (OC 22: 128-9), para luego pasa Fatio al asunto del método inverso de tangentes, del que reconoce que comenzó a escribirlo estando enfermo y que lo retomó dos o tres veces, pero que al final ha decidido escribir esta carta nueva con el método.

Antes de señalar el método (adjuntado en la misma carta al final de ésta), Fatio le dice a Huygens que no desea entrar en este momento en tratar el asunto del flujo y reflujo del mar porque encuentra dificultad.

Antes de comenzar a explicar el método también confiesa que todavía no ha podido interiorizar por completo el método para encontrar la ecuación de la curva por la propiedad de la tangente (es decir, lo que llamamos método inverso de tangentes), pero que se lo hace llegar de la mejor manera que puede, esperando que los ejemplos aclaren la oscuridad que pueda haber en el discurso (OC 22: 129).

Concretamente, dentro de la carta el su método inverso de tangentes se encuentra entre las páginas OC 22: 129-151.

FIGURA 25: OC 22: 129



Fatio, en la figura 25, parte de la línea BC, a la que llama x y la línea CA, de nombre y, formando un ángulo recto como base para un triángulo rectángulo BCA, el cual tiene su término en el punto A de la curva GAE. De este modo, la ecuación de GAE debe ser dada a través de las incógnitas x e y.

Siendo, por otro lado, AF la tangente de la curva GAE, sea AD paralela a BC y DEF paralela a CA, de modo que DEF corta a la curva GAE en el punto E. Siendo así las cosas, llamamos z a la recta AD y u a la recta DE.

Fatio propone los siguientes pasos como método para hallar la ecuación que expresa la diferencia entre z y u. El primero es reducir la ecuación de la curva a las incógnitas z y u tomando BC, CA o x, y como las magnitudes conocidas, de modo que se obtendría una ecuación entre cuyos términos se encuentra la primera ecuación, los cuales suprimimos. El segundo paso es determinar, mediante la ecuación resultante del paso anterior, la proporción AD, DF formada por magnitudes infinitamente pequeñas. De ese modo podemos obtener AF, que es la tangente de la curva en el punto A. Por tanto, siguiendo estos pasos obtenemos la regla para determinar las tangentes al encontrar la proporción de las líneas AD, DF, paralelas a BC y CA.

De este modo, por tanto, determinamos las tangentes por la propiedad de la curva, pero, ¿cómo hacer esto a la inversa, es decir, cómo se encuentra, según Fatio, la ecuación de las curvas por la propiedad de las tangentes?

Lo primero es suponer que la ecuación de las tangentes dada por la proporción de z y u es ya conocida. Seguidamente, se hace que la ecuación de las tangentes sea igual a cero situando todos los términos en uno solo de los lados de la ecuación. Se marcan los términos que no poseen la letra z, así como aquellos que no tienen letra alguna y los que tienen la letra u y no tienen x.

Estos términos marcados pueden dar (afirma Fatio que en casi todos los casos) otra ecuación que sólo presentan incógnitas x ó y. A esta ecuación llega Fatio dividiendo el término por el número de las dimensiones que y tiene tras el cambio. Los términos no marcados (que deben tener las letras z e y ó x y u) pueden dar la ecuación de la curva en unos pocos términos que contienen x e y. Se toma uno de los términos con z e y y se sustituye la z por x, para luego dividir por el número de las dimensiones que x tenga tras el cambio.

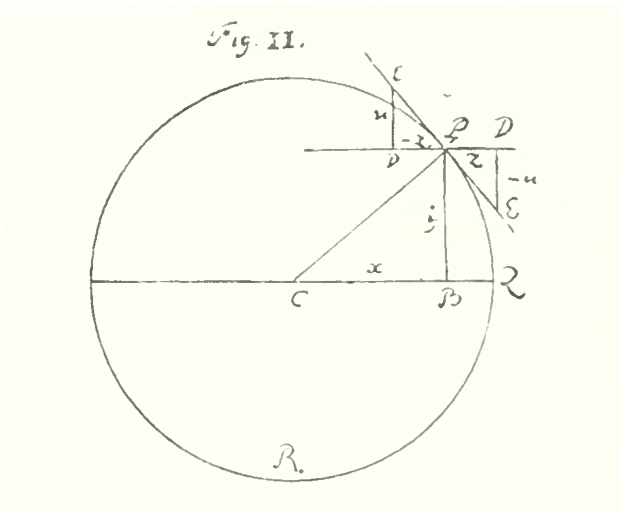
Con ello Fatio tiene un nuevo término de la ecuación de la curva que buscamos, y ahora es necesario buscar uno que resuelva la ecuación de las tangentes. Este último se consigue al multiplicar el de la ecuación buscada por el número de dimensiones que hay de y y cambiando las y por u.

> Pero como la misma proporción de z a u se puede expresar de un gran número de maneras, incluso sin inconmensurables, a veces sucede que una de las expresiones, que puede parecer simple, no puede sin embargo hacer encontrar de entrada la ecuación de la curva. La razón de esto parece estar en que mi método para encontrar la ecuación de la curva por la propiedad de las

> tangentes, tal y como lo he dado hasta aquí, siendo solamente una forma de volver sobre sus pasos cuando esta propiedad puede ser derivada de la ecuación misma de la curva, se deduce que si lo unimos de entrada a otra proporción entre z y u que la proporción misma que puede venir inmediatamente de la ecuación de la curva, no hay lugar de volver esta ecuación fácilmente y paso a paso. Mas aunque esta circunstancia vuelva de algún modo el cálculo un poco más largo, sin embargo no limita mi teoría ni mi método[26], que se vuelve siempre general para todas las curvas geométricas; y lo veremos por los ejemplos que voy a añadir aquí, que no le falta libertad para poder expresar esta proporción de z a u de diversas maneras (OC 22: 135).

Ahora Fatio realiza un ejemplo de cómo encontrar las tangentes de una línea por su ecuación, y al contrario, cómo encontrar la ecuación de la línea a través de la propiedad de las tangentes. Comencemos por el primero:

FIGURA 26: OC 22: 136



Tenemos esta circunferencia en la figura 26 en la cual, dentro de la recta CB (dentro de la línea CBQ) es la x y su perpendicular BP es y. Tenemos la curva PQR cuya ecuación podemos conocer mediante x e y del siguiente modo: $x^2 + y^2 - a^2 = 0$. La finalidad es encontrar la tangente PE que toca la curva en el punto P (punto que hemos elegido, que no está predefinido con antelación). De este modo, la ecuación que determina el lugar del punto P en la curva es $2xz + 2yu + 0$ (que a su vez, siguiendo las palabras de Fatio,

[26]Huygens apunta que sí, que limita la teoría, según las notas de los editores de OC en 22: 135.

se reduce a la proporción $z. -u :: 2y{,}2x :: y.x.$ o a $-z.u :: 2y{,}2x :: y.x.$), pues si seguimos la regla x^2 da el término $2xz$, y del mismo modo y^2 da $2yu$. Del mismo modo, a^2, al no tener ninguna de las incógnitas x o y, afirma Fatio que podemos eliminarlo al no dar nada para la ecuación de las tangentes (OC 22: 136-137).

Del punto P dibujamos la recta PD, paralela a CBQ. Esta recta PD representa la incógnita z, cuya recta perpendicular es DE (y a su vez paralela a PB). Señala Fatio que PD, al ser positivo y estar opuesto a BC, será igual a $+z$:, y que por medio de la proporción $z. - u :: y.x$, se encuentra la longitud de DE que es $-u$ (magnitud negativa por situarse a la derecha de la incógnita x en la recta CB). La línea DE nos permite conocer la tangente de la curva PQR, representada en la recta cortada por los puntos P y E.

Ahora pasemos a la operación contraria, es decir, el cálculo de la ecuación de la línea teniendo la propiedad de la tangente.

Siendo dados los puntos P y C, se pide la ecuación de la curva PQR que para por el punto P y cuya tangente es la recta PE, que a su vez es perpendicular de PC. Sacamos del punto C la recta CBQ. Del punto C tenemos la incógnita x, que será igual a CB. Por otro lado, del punto E de la tangente PE obtenemos la recta ED que es paralela de PB, y del mismo modo sacamos la recta PD partiendo de P y dibujando una recta paralela a CB. De igual modo que en el ejemplo anterior, PE tiene la incógnita z y ED la incógnita $-u$. Y como afirma Fatio, «a causa de los triángulos semejantes tenemos la proporción $PD.DE :: PB.BC$, es decir, $z. - u :: y.x$» (OC 22: 137). Por lo que la ecuación de las tangentes es $zx + uy = 0$.

$\frac{1}{2}xx + \frac{1}{2}yy$ serían los términos de la ecuación de la curva PQR que corresponde a la ecuación de las tangentes, y $\frac{1}{2}xx + \frac{1}{2}yy - \dfrac{1}{2}ag = 0$ sería la ecuación completa de la curva, que reducida quedaría a $xx + yy - ag = 0$. Teniendo esta ecuación, quedaría conocer el valor de ag, que sería igual a $x^2 + y^2$, es decir, el cuadrado de la línea PC, por lo que si llamamos r a la incógnita presente en PC, tenemos la ecuación $x^2 + y^2 = r^2$, que representa el diámetro del círculo cuyo punto es C.

Estos ejemplos, como vemos, son realizados en la figura del círculo. Fatio, sin embargo, desarrolla más allá su método utilizando también la parábola, con la misma metodología, es decir, presentando un ejemplo paralelo de cómo encontrar la tangente mediante las propiedades de la curva y viceversa (OC 22: 137-143), y del mismo modo también con la hipérbola (OC 22: 144), con las parábolas compuestas (OC 22: 144-145) y con la línea logarítmica (OC 22: 145-149).

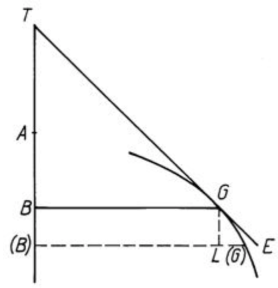
Explica Fatio al final de la carta que su método no difiere demasiado del mismo que utilizaba Huygens para encontrar las tangentes por la ecuación de la curva (OC 22: 149), y agradece a Huygens que le haya enviado el *Horologium oscillatorium sive de motu pendularium*. Esto último muestra que Huygens estaba tratando a Fatio del mismo modo que trató a Leibniz en la época de París, como un joven y prometedor matemático, pues Huygens también entregó a Leibniz en su momento una copia del *Horologium oscillatorium* para que entrenase sus capacidades en matemáticas y lograse situarse a la altura de sus contemporáneos. Vemos, por tanto, el paralelo existente entre el joven Leibniz y el joven Fatio, que presentaba unas capacidades parecidas a las de Leibniz en estos años.

El método de Leibniz

El método de Leibniz lo encontramos en *Methodus qua innumerarum Linearum Constructio ex data proprietate Tangentium seu aequatio inter Abscisam et Ordinatam ex dato valore Subtangentialis, exhibetur*, o *Método por el que se muestra la construcción de innumerables líneas desde la propiedad dada de la tangente o la ecuación entre la abscisa y la ordenada del valor dado de la subtangente*, enviado a Huygens, aunque destinado a Fatio, el 5 de octubre de 1691 (Leibniz, carta 43; AA III, 5, n.41: 181-189).

Este método lo muestra Leibniz en diferentes pasos. El primero se refiere a la siguiente figura 27:

FIGURA 27: Carta 43, AA III, 5, n.41: 182



Primero, Leibniz debe buscar la ecuación que exprese la relación entre la abscisa de AB en su dirección al punto A, con la ordenada BG, de modo que el punto de la recta B coincida con G. Para ello, se busca la propiedad de la tangente de la curva dada. Para encontrarla, se debe buscar la relación entre la subtangente BT y AB, y la abscisa BG.

Si llamamos x a AB, y a BG y del mismo modo t a BT, tan sólo habría que despejar las incógnitas, las cuales nos proporcionarán la propiedad de la curva.

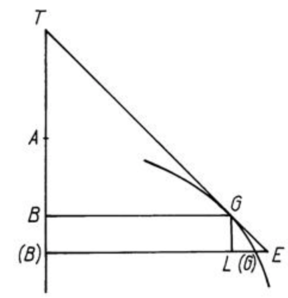
Para conseguir esto, Leibniz busca cuáles son las ecuaciones más sencillas que expresen la relación de t con el resto (es decir, las ecuaciones cuyos valores sean más evidentes). Por ello, tenemos varias posibilidades: $t = aa : x(\text{ó } \dfrac{aa}{x})$ ó $t = ax : y$ ó $t = y\sqrt{aa - xx}$, ó $t = yy\sqrt{aa - xx} : ax$. Siendo así, Huygens le había pedido que ofreciese el método general para expresar la relación de t con x e y con la última ecuación señalada, esto es: $t = yy\sqrt{aa - xx} : ax$.

¿Cómo llega Leibniz a solucionar el problema propuesto por Huygens? Su método está centrado en las diferencias infinitamente pequeñas entre las abscisas y las ordenadas, así como que el *elemento* (con *elementum* llama aquí Leibniz a los incrementos y disminuciones inasignables) de la abscisa es al de la ordenada, como el de la subtangente es a la ordenada. Si tomamos el punto móvil B y el punto fijo A que pasa por AB(B) y va hacia la abscisa AB, ninguno otro tendrá tanta distancia como hay del punto B al punto A. De este modo, el aumento del momento que tiene la abscisa B(B) está abierto, así como lo están las velocidades según el eje en el que situemos el punto B. Esta asignación, por muy pequeña que sea, dependerá de la situación de (G)L con respecto a BG.

Estos incrementos que se pueden añadir (disminuciones si hacemos la operación contraria, o elementos de las ordenadas o de las abscisas) expresan la relación hacia la diferencia, por lo que si llamamos x a la abscisa AB e igualmente llamamos y a la ordenada BG, el elemento de las abscisas o la diferencia mínima de B(B) la denominamos como dx, y al elemento de la ordenada (G)L o diferencias mínimas la llamamos dy.

Con dx y dy se pueden expresar las letras e y v, que aunque no parezcan tener relación con x e y, que ayudan a expresar las curvas trascendentes mediante ecuaciones finitas a las que se aplica indefinidas como x e y, así como raíces como x^2, $\sqrt{x}$, etc. El uso de dx y dy (ó dxx como la diferencia de la diferencia de x, y del mismo modo con dyy y hasta el infinito), sin embargo, hace que avancemos hacia el análisis trascendente que ofrece una solución completa. Por todo ello, Leibniz expresa la cicloide mediante la ecuación $y = \sqrt{2x - xx} + \int \overline{dx} : \sqrt{2x - xx}$, cuyo radio generado es 1, x la abscisa en el eje, y y la ordenada. De este modo, dx es el incremento de la abscisa, y $y \int dx : \sqrt{2x - xx}$ es la suma de todos los $dx : \sqrt{2x - xx}$, o la cantidad cuyo diferencial es a la diferencia de la abscisa como el radio es al seno, cuya suma es el arco. Leibniz, mediante este cálculo, señala la propiedad tangente de la cicloide, que expresa como $dx : dy = \sqrt{2x - xx : 2 - x}$.

FIGURA 28: Carta 43, AA III, 5, n.41: 184



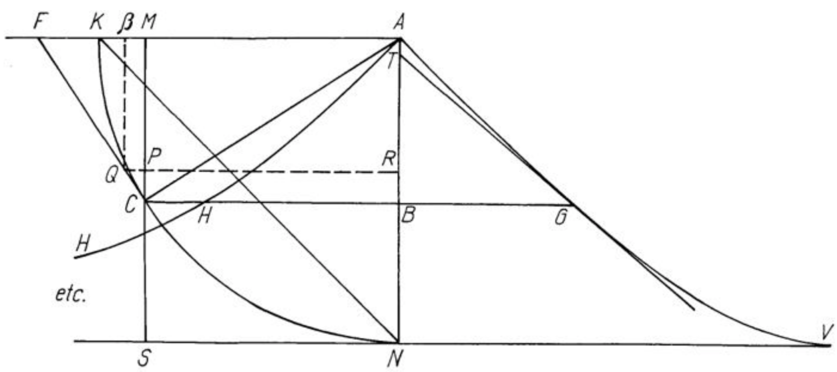
Leibniz, sin embargo, todavía no ha llegado a su meta. Este primer ejemplo ha servido para poner las bases de su método inverso de tangentes. Prosigue con la segunda figura (figura 28), en la que dibuja (B)(G) hasta la tangente TG, e igualmente sitúa el punto E en la curva formada por G(G), que une ambos puntos en una distancia inasignable cuya extensión es la misma de la curva tangente. De este modo se le puede llamar dy a EL, y siendo parecidos los triángulos TBG y GLE, tenemos que TB es a BG como GL es a LE, o por decirlo de otro modo $t : y :: dx : dy$. De este modo, la subtangente t es a la ordenada y como el elemento de dx de la abscisa es al elemento dy de la ordenada, por lo que $t : y = dx : dy$ hace $t = ydx : dy$, lo cual sería el valor general de la subtangente.

Es de este modo como Leibniz llega a la ecuación diferencial, habiendo reducido el problema de la tangente al de las cuadraturas, tal y como hemos visto. Pero todavía debe mostrar de un modo más preciso este paso de reducir el problema de las tangentes a las cuadraturas. Para ello, siguiendo la misma figura que en el ejemplo anterior, Leibniz señala que si tomamos la t dada por x, de modo que $t = ydx : dy$ haga $dy : y = dx : t$, y de modo que $\int \overline{dy : y} = \int \overline{dx : t}$. Siendo así, $\int \overline{dy : y}$ depende de la cuadratura de la hipérbole, y $\int dx : t$ también depende de la cuadratura cuya ordenada es $1 : t$, poniendo por t su valor por la x. Señala Leibniz que esto muestra que el problema es reducido a las cuadraturas, ya que si en el ejemplo $t = 1 : x$, eso haría $\int \overline{dx : t} = \int \overline{xdx} = \frac{1}{2}xx$, «por lo que la curva propuesta daría origen a la cuadratura de la hipérbole» (carta 43). Del mismo modo, si hablásemos de $t = 1 : \sqrt{1 - xx}$, ello daría como resultado $\int \overline{dy : y} = \int \overline{dx}\sqrt{1 - xx}$, lo cual remitiría a la cuadratura tanto del círculo como de la hipérbole.

Tras cuestionarse la posibilidad de que aparezcan distintas figuras como resultado, como la parábola o la parábola cúbica, Leibniz se pregunta qué ocurriría si t fuese irracional, problema que no supone un reto difícil en el método leibniziano, puesto que si $t = y\sqrt{1-yy}$ hace $x\sqrt{dy\sqrt{1-yy}}$, la línea cuestionada depende de la cuadratura del círculo. Y aunque en los casos cuando el valor de t es dado por x e y simultáneamente, no siempre es sencillo reducir el problema a las cuadraturas, pero sin embargo Leibniz demuestra que el problema puede proceder aún contando con infinitos (o números irracionales) en su interior.

De este modo Leibniz señala el siguiente enunciado: Cuando el valor de la subtangente t es el producto de dos cantidades o fórmulas, de las que una es la indeterminada de la abscisa x y la otra la indeterminada de la ordenada y, entonces el problema se reduce a las cuadraturas. Lo justifica del siguiente modo: si $t = xy$, sea que x e y hagan $xy = ydx : dy$, ó $dy = dx$, ó $y = \sqrt{dx : x}$, lo que depende de la cuadratura de la hipérbole. Si tenemos $t = x : y$ o de hecho x en $1 : x$, hace $y : x = ydx : dy$ ó $dy = xdx$ ó $y = \sqrt{xdx}$ ó $y = xx : 2$, lo que lleva a la parábola. Del mismo modo, si tenemos $t = x : y$, o de facto x en $1 : y$, hace $x : y = ydx : dy$ ó $xdy = yydx$ ó $dy : yy = dx : x$ ó $\int \overline{dy : yy} = \int \overline{dx : x}$, que da la cuadratura de la hipérbole. Por lo que si tenemos que $t = y : \sqrt{1-xx}$ o de hecho y en $1 : \sqrt{1-xx}$, hace $y : \sqrt{1-xx} = ydx : dy$, ó $dy = dx\sqrt{1-xx}$, ó $y = \int \overline{dx\sqrt{1-xx}}$, lo cual depende de la cuadratura del círculo.

FIGURA 29: Carta 43, AA III, 5, n.41: 187



Para terminar la descripción de su método, Leibniz llega a la última demostración, que se corresponde con la tercera figura (figura 29). De ella dice que el valor de su subtangente prefijado es $t = yy\sqrt{aa-xx} : ax$ (ecuación 1). Ahora, siempre que $t = ydx : dy$ (ecuación 2), lo cual hace que $y\sqrt{aa-xx} : ax = dx : dy$ (ecuación 3) por las ecuaciones 1 y 2. Por otro lado, sea $a = 1$ (ecuación 4). De esta última ecuación tenemos que $ydy = dxx : \sqrt{1-xx}$ (ecuación 5). Y de 5 tenemos, al sumar ambas partes, que $\int \overline{ydy = yy : 2}$ (ecuación 6). Las ecuaciones 5 y 6 hacen $yy : 2 = \int \overline{dxx : \sqrt{1 - xx}}$ (ecuación 7). Es decir, el trabajo es similar al de enfrentarse a una cuadratura general o a la indefinida de la figura cuya ordenada es $x : \sqrt{1 - xx}$, siendo x la abscisa. Y sin embargo es el valor de una cuadratura absoluta, por lo que Leibniz denomina z como $x : \sqrt{1 - xx}$ (ecuación 8).

> Ahora bien, si de la figura tomamos el centro A y el radio AK, que sea a hacia 1, se describe el círculo cuya circunferencia va hacia el arco NC, y x ó AB lleva las normales hacia AK, siendo el arco del seno igual, uniendo el radio AC y el arco tangente CF, y siento z el mismo AF del producto en F. Por ello, debido al triángulo similar CBA y ACF, haga z ó FC hacia AC ó 1 como AB ó x hacia BC, ó $\sqrt{1 - xx}$; de donde z ó FC es $x : \sqrt{1 - xx}$, como ordena la ecuación 8. Si, por tanto, FC lleva en BH la ordenada unida al ángulo recto AB, tal y como se produce en la línea curva AHH, tenemos la figura ABHA por cuya cuadratura encontramos la y buscada (carta 43).

Además de eso, Leibniz demuestra que tenemos la cuadratura propuesta del siguiente modo: Del punto C, sacado de AK, conseguimos la normal CM, y el ángulo recto MKA igualado con el trilíneo ABHA, que es igual que el espacio infinito AN-etc.-HA igualado al cuadro del radio. Por tanto, por el punto Q en CF, la indefinida próxima C hace en CM y en AB la normal QPR, así como otra normal Qß hacia AK; y MC hace que S, es decir, MS, sea como el radio AK; y lo mismo con los triángulos QPC y ACF, que hacen AC:CF::CP:PQ ó AC en PQ=CF en CP. Ahora, es AC en PQ= SM en Mß, y CF en CP=HB en BR, luego SM en Mß=HB en BR, de tal modo que toda suma rectangular SM en Mß, es la rectangular SMK, igual a toda la suma rectangular HB en BR o del área ABHA dada. Por todo ello llegamos a la cuadratura propuesta.

Llegamos, finalmente, a la construcción de la línea solicitada. Tenemos el área ABHA, ó $\int dx{\cdot}x : \sqrt{1 - xx} =$ (ecuación 9) al rectángulo SMK ó $1 - \sqrt{1 - xx}$. De las ecuaciones 7 y 9 tenemos que $yy : 2 = 1 - \sqrt{1 - xx}$ (ecuación 10), cuya ecuación es la curva cuestionada. Si de esta ecuación eliminamos la irracional, tenemos $y^4 : 4 - yy + a = 1 - xx$ (ecuación 11), y al suplir los grados y sustituyendo a por 1, nos da $y^4 = 4aayy - 4aaxx$ (ecuación 12). De este modo tendremos la construcción que buscamos. Entre el doble MK y el radio AK, súmese la media proporcional de la que saldrá la y cuestionada de la ecuación 10, igual a la ordenada BG aplicada al ángulo recto AB, lo cual da la curva AGV cuestionada, cuya última ordenada NV equivale a la recta KN o al lado equivalente al cuadrado del círculo inscrito. Y, por tanto, si en la línea AB es x, BG es y, y AN es a, la subtangente BT ó t sería $yy\sqrt{aa - xx : ax}$, tal y como buscábamos.

De vuelta a las cartas entre Leibniz y Huygens

Tras leer las palabras de Huygens explicando que Fatio tenía un método parecido, Leibniz responde que le gustaría saber en qué casos el método de Fatio es más sencillo de aplicar (Leibniz, carta 31; AA III 5, n.6: 47), a lo que Huygens afirma que, a pesar de que durante este tiempo Fatio ha seguido desarrollando su método, éste encuentra las mismas dificultades que Huygens proponía y no puede resolver aquellos casos que contienen incógnitas y más de un término: por ejemplo, si la subtangente es $\frac{tt\sqrt{aa - xx}}{ax}$ siendo x la abcisa, y aplicándose a los ángulos rectos y siendo a una línea conocida (Huygens, carta 32; AA III 5, n.8: 56-57). Afirma Huygens que si el método de Leibniz no se detiene en estas raíces, entonces es más completo que el de Fatio.

La respuesta de Leibniz puede interpretarse como entusiasta, pues dice que las palabras de Huygens han despertado su interés y apreciación. Señala Leibniz que, de quererlo Fatio, él puede ayudarle en esta investigación sobre las curvas cuyas subtangentes son conocidas, ya que este es de los asuntos más difíciles e importantes en geometría (Leibniz, carta 33; AA III 5, n.9: 59). Esta voluntad de ayudar a Fatio se concentra en la siguiente proposición: que si Fatio le envía su solución para las dos curvas propuestas por Huygens, él le enviaría la suya para aquellas donde Fatio ha encontrado dificultad: «Si a Fatio le parece bien comunicarme su método para vuestras dos líneas, yo le comunicaría el mío para aquellas dos donde de momento ha encontrado dificultad» (Leibniz, carta 33; AA III 5, n.9: 60). Es importante notar aquí que Leibniz está pidiendo solamente la solución de Fatio, y no su método por completo. Este es un punto importante, ya que la discusión culminará en el contenido del método que Leibniz enviará más adelante.

Fatio, en principio, decide que va a intentar resolver estos problemas por su cuenta, aunque Huygens afirma que no deja de decirle que muestre lo que ha encontrado, ya que el problema es de gran utilidad. El 21 de abril de 1691, sin embargo, Huygens señala que Fatio le ha mostrado todo su método y que ambos lo estudiaban cada día con la intención de mejorarlo, y finalmente afirma que Fatio está dispuesto a aceptar la propuesta de Leibniz según afirma Huygens el 5 de mayo de 1691 (Huygens, carta 37; AA III 5: n.18, 104).

En esta carta a Leibniz, Huygens explica cómo deberían proceder para intercambiarse los métodos del modo más justo y sin que uno reciba el método antes de que el otro haya enviado el suyo. Recordemos el celo con el que en esta época se guardaban los descubrimientos e invenciones (causa precisamente de la aparición de esta controversia), por lo que guardarse de una posibilidad de plagio era crucial para todo científico que preciase su trabajo.

El trato, según Huygens, sería que él (Huygens) enviaría a Leibniz el método de Fatio *qui en verité est tres belle*, tras recibir Huygens el de Leibniz, a quien le pide que sea claro en su exposición para poder comprenderlo adecuadamente (Huygens, carta 37; AA III 5, n.21: 111-112).

Nótese que mientras que Leibniz pretendía hacer llegar solamente una parte de su método, tal y como he señalado más arriba (solamente lo que él consideraba necesario para que Fatio llegase a la solución), Huygens está solicitando el método por completo de Leibniz.

El trato, seguramente sin reparar en este detalle, es aceptado por Leibniz en su carta del 27 de mayo de 1691 (carta 38), afirmando que «Cuando haya descansado un poco de las distracciones del viaje que me han impuesto por necesidad las investigaciones en los archivos y bibliotecas, enviaré mi método como intercambio de aquel del Sr. Fatio» (Leibniz, carta 38; AA III 5, n.22: 114). De nuevo, cabe destacar que aquí Leibniz no parece hacer referencia a una parte sino a su método por completo.

Para cumplir su parte del trato, Leibniz prepara un artículo en el que presenta su método dirigido a Fatio con el título *Methodus, qua innumerarum Linearum Constructio ex data proprietate Tangentium seu aequatio inter Abscissam et Ordinatam ex dato valore Subtangentialis, exhibetur*, enviado a Huygens a través de Meier el 5 de octubre de 1691 (carta 43, AA III 5, n.41: 181-189), en el que envía parte de su solución a los lugares donde Fatio tenía problemas. En esta carta podemos observar que:

> Tomando la cicloide como ejemplo obtuvo la tangente a esta curva y afirmó que todas las propiedades de la cicloide podían ser obtenidas analíticamente de tal cálculo. Volviendo al ejemplo dado por Huygens, obtuvo el valor general de la subtangente y de la ecuación diferencial permitiendo la conversión del problema inverso de tangentes a las cuadraturas (O'Hara, 1996: 158-159).

A pesar de su interés, Leibniz se había demorado unos meses en enviar este artículo, lo cual hacía sospechar a Huygens que Leibniz no pensaba cumplir su parte del trato en su carta del 16 de noviembre de 1691 (Huygens, carta 44; AA III 5, n.46: 201). Además, señala que Fatio había dejado La Haya dos meses atrás, camino de Inglaterra, y que se llevó la carta en la que había mostrado el método a Huygens. Afirma también que el método había sido desarrollado en esa carta desde su primera versión y que él sólo tenía los resultados a los dos problemas, por lo que tendría que deducir la regla.

Mientras que en el artículo de Leibniz encontramos su solución para los problemas que tenía Fatio, así como una introducción a su cálculo y una breve discusión sobre la naturaleza de los infinitesimales, Huygens no estaba satisfecho con ello, tal y como O'Hara explica:

> El juicio de Huygens sobre los méritos del artículo de Leibniz fue duro. Confesó una falta de familiaridad con el cálculo de Leibniz y admitió que había luchado con el artículo antes de llegar al fondo del asunto. Su convicción era que al reducir el problema inverso de la tangente a las cuadraturas, el método de Leibniz fallaba al proveer las ventajas que se esperaban. Al probar el método en curvas conocidas asumiendo tan solo el conocimiento de sus tangentes, Huygens se encontraba siempre con cuadraturas imposibles. El método no revelaba si una curva examinada era geométrica o no, y si requería o no cuadraturas cuando eran posibles para su construcción, como las de la hipérbole. Uno no conseguiría nada si no podía obtener cuadraturas cuando era posible, o al menos saber cuándo eran imposibles. Todo esto, combinado con la afirmación de Leibniz de que este era el mejor método a su disposición, llevó a Huygens a sugerir que solamente una pequeña parte del método había sido comunicado. En el caso del método de Fatio, esto no era posible, ya que el método estaba construido de tal forma que revelar una parte era revelarlo por completo (O'Hara, 1996: 159).

Es el 1 de enero de 1692 cuando, tras estudiar el artículo dirigido a Fatio, Huygens escribe a Leibniz con un tono airado, pues se ha percatado de que Leibniz le ha mandado solamente una parte del método y no el método por completo. Aquí está el punto clave de la cuestión: primero Leibniz propuso mandar su método para aquella parte en la que Fatio tenía problemas (2 de marzo de 1691); Fatio acepta el trato y Huygens propone un intercambio de métodos entre ellos dos, sin especificar si se refería al método por completo o solamente una parte, por lo que se entiende que se refiere a ambos métodos completos (5 de mayo de 1691); por último Leibniz afirma que enviará su método a Fatio en una corta carta escrita con prisa según se deduce de sus palabras y su corta extensión (27 de mayo de 1691).

El 8 de enero de 1692 Leibniz responde a Huygens, previsiblemente nada más leer la carta del 1 de enero, diciendo que espera que no le haya enseñado su método a Fatio, que él ha cumplido el trato al enviar su parte del método y que esperaba de Fatio la solución de los problemas utilizando su método. Afirma, por último, que la parte del método que ha enviado tiene el mismo valor que todo el de Fatio (Leibniz, carta 46; AA III 5, n.53: 237). A pesar de que Leibniz esperaba que Fatio cumpliese su parte, nunca llegó a recibir su método, pues, aunque tras la polémica Huygens propone a Leibniz enviarle el método de Fatio si así lo desea (Huygens, carta 50; AA III 5, n.65: 280), este gesto de buena fe por parte del holandés es declinado por Leibniz (Leibniz, carta 51; AA III 5, n.69: 290).

Tal y como muestra el caso y como mostrará la deriva que acaba tomando el desarrollo de la polémica más adelante, Leibniz en ningún momento actúa de mala fe, opinión que es compartida por Laborda (1977: 170) 170]Laborda1977. Se trata, más bien, de una serie de malentendidos (no fue el único que tuvo con Huygens) que en este caso implica a una tercera persona, Fatio, quien como se puede comprobar en sus cartas con Huygens, reacciona de un modo excesivamente personal a un fallido intercambio académico.

Las cartas entre Fatio y Huygens

Las cartas entre Fatio y Huygens nos ofrecen una visión importante sobre este origen de la controversia, pues confirman que la causa de esta controversia y de su levantamiento por parte de Fatio está ocasionado por el fallido intercambio sobre el método inverso de tangentes. Cabe también destacar que gracias a que Fatio de Duillier dejó la Haya a finales de 1691 podemos tener esta importante perspectiva sobre el comienzo de la controversia por el cálculo, pues debido a su mudanza a Inglaterra, él y Huygens comenzaron a comunicarse por carta.

Huygens escribe a Fatio nada más recibir el artículo de Leibniz dirigido a Fatio. Aunque Huygens afirma en la carta dirigida a Leibniz el 4 de febrero de 1692 que no había enviado copia de este artículo ni ninguna parte del método de Leibniz a Fatio, lo cierto es que sí lo hizo. El 18 de diciembre de 1691 Huygens envía a Fatio algunas de las proposiciones de Leibniz, aunque es cierto que lo hace afirmando que a pesar de que el prefacio es magnífico, hay mucha oscuridad en el texto hasta tal punto que no sabe cómo llegar adecuadamente a la conclusión, e incluso añadiendo que no sabe por qué medio llegar a una de las cuadraturas. Afirma, también, que Fatio está menos versado en el cálculo y que por eso no le envía todo el método de Leibniz (OC 10, n.2721: 209-211).

La respuesta de Fatio es la carta del 28 de diciembre de 1691 (OC 10, n.2723: 213-215), la que según Aiton supone la semilla de la controversia, pues es donde Fatio afirma por primera vez que Newton es el primer autor del cálculo diferencial (tal y como correctamente afirma Aiton (1992: 237) y que si Leibniz lo ha desarrollado es gracias al contacto epistolar que Leibniz y Newton mantuvieron en el pasado. Si bien es cierto que la primera mención explícita de que Leibniz ha podido plagiar el cálculo se encuentra en esta carta, está claro que las palabras de Fatio provienen de un contexto concreto, que es el que he señalado. Es más, es imposible conocer las motivaciones de Fatio al decir estas palabras sin conocer el trasfondo de la discusión del método inverso de tangentes.

Por todo ello cabe preguntarnos, ¿por qué Fatio acusó a Leibniz de plagio en ese mismo instante y no antes? ¿Por qué, si Fatio sabía que Leibniz había plagiado a Newton, no tuvo ningún problema en intercambiar sus métodos? En nuestra opinión, la acusación de Fatio puede estar causada por tres factores o una combinación de ellos:

- La verdadera creencia de que Leibniz había plagiado a Newton. En nuestra opinión, es innegable que Fatio realmente tenía esta creencia.

- Venganza, ya que Fatio pensaba que Leibniz les había mentido a él y a Huygens. En nuestra opinión esta es la principal motivación que se encuentra tras la acusación.

- El pensamiento de Fatio de que Leibniz quería plagiarle y aprovecharse de su método inverso de tangentes (tal y como presumiblemente había hecho con el cálculo de Newton). Por tanto, con su acusación Fatio buscaría detener esta práctica de Leibniz.

Nuestra hipótesis es que las acciones de Fatio estuvieron determinadas por los factores 1 y 2, mientras que 3 es también probable, aunque difícil de demostrar.

Creemos que 1 es innegable porque Fatio conocía el contexto de las cartas entre Newton y Leibniz, sino las mismas cartas, en 1691 (tal y como él mismo afirma), y también debido a que estaba influenciado por la creencia entre los newtonianos de que Leibniz podría haber plagiado a Newton [27]. Otra posibilidad es que podría haber sido su deseo el que su hipótesis fuese cierta. Respecto a ello, es interesante tener en consideración las palabras de Charlotte Wahl en las que afirma que Fatio se convenció de la superioridad del método de fluxiones de Newton cuando visitó Londres a comienzos de la década de 1690:

> Al volver a Londres se convenció de que los métodos de Newton no sólo eran anteriores sino superiores a los de Leibniz, y que éste último lo había aprendido de Newton a través de su correspondencia. Ya que el método de fluxiones de Newton no había sido mencionado en la correspondencia entre Fatio y Huygens con anterioridad, es probable que Fatio tan sólo supiese sobre este método tras su retorno a Londres, cuando su relación con Newton se intensificó y le observó preparar la publicación de alguno de sus métodos (Wahl, 2014: 61).

La posibilidad 2, en nuestra opinión, parece cierta si seguimos las discusiones que Leibniz y Huygens mantienen en sus cartas junto con la correspondencia entre Fatio y Huygens e la siguiente manera: habiendo leído la afirmación de Huygens sobre la oscuridad que tiene el artículo escrito por Leibniz, así como la opinión de que Fatio no está lo suficientemente versado en el cálculo, él se defiende afirmando que entiende perfectamente el cálculo diferencial de Leibniz a pesar de las faltas de impresión de sus textos que están ocasionados por las faltas que tiene Leibniz, las cuales estarían realizadas a propósito (OC 10, n.2723: 213). Por lo tanto, su reacción es una defensa a una especie de desprestigio respecto a sus conocimientos, y también parece querer dejar patente su conocimiento sobre el cálculo hasta tal punto que afirma conocer de dónde proviene el cálculo leibniziano.

Pero la principal razón por la que creemos que 2 es cierto, es que al considerar esto, surge la siguiente cuestión: ¿por qué Fatio aceptó intercambiar su método inverso de tangentes con Leibniz, si creía que su cálculo era un plagio? Ciertamente Fatio conocía tanto el trabajo de Leibniz como el de

[27] «Auch der in London weilende N. Fatio de Duillier hatte 1691 Einsicht in die berühmten epistolae Newtons erhalten, die 1676 an Leibniz übersandt worden waren. Dieser gebürtige Schweizer war es dann auch, der das über die Landesgrenzen hinaus bekanntmachte, was in England zwar viele Mathematiker dachten, aber nur hinter vorgehaltener Hand zu sagen wagten: dass Leibniz' Calculus von Newtons Fluxionsrechnung abhängig sei. Davon erfuhr Leibniz 1692 allerdings noch nichts» Hess 2005: 63.

Newton, y las dudas sobre un posible plagio ya existían en el círculo newtoniano. Pero no es hasta ese preciso instante cuando Fatio decide acusar a Leibniz de plagio. El hecho de que antes del fallido intercambio de métodos, Fatio no tuviese nigún problema en aceptar ese intercambio hace pensar que su reacción estaba motivada por lo que le pareció una injusticia por parte de Leibniz.

Esto podemos comprobarlo también por la vehemente insistencia que ejerce Fatio en las cartas a Huygens, quien aplaca con pocas pero decididas palabras a su antiguo asistente en la primera de sus respuestas, y quien lo vuelve a hacer en la segunda de las respuestas a Fatio, esta vez ignorando la acusación de plagio. La primera respuesta de Huygens a la que nos referimos afirma que el mismo Newton no dice que Leibniz le haya plagiado en los *Principia Mathematica*, donde Newton lo nombra en el escolio del Lemma II, sección II del libro II (OC 10, n.2733: 242), referencia a Leibniz que Newton eliminó de posteriores ediciones y que aclaraba que se habían intercambiado cartas en 1676[28].

Fatio, sin embargo, sigue insistiendo el 15 de febrero de 1692, afirmando que si las cartas que Newton y Leibniz mantuvieron entre 1676 y 1677 se imprimiesen, dañarían grandemente la reputación del alemán. Afirma también que no puede dejar de comparar los métodos de Newton y de Leibniz, destacando la imperfección del método del último, diciendo que es una «copia estropeada» (OC 10, n.2739: 258). La respuesta de Huygens[29] ignora las palabras de acusación, y en las siguientes cartas la discusión ha cesado.

La explosión de la controversia

Huygens había apagado las llamas de la controversia, pero el rencor de Fatio mantuvo las ascuas encendidas durante los años siguientes, e iban a volver a arder a finales de siglo ya una vez fallecido Huygens.

La controversia se reaviva cuando Johann Bernoulli propone en las *Acta Eruditorum* de 1696 encontrar la curva que de un punto A a un punto B y solamente mediante la fuerza de la gravedad, llegue lo más rápido a B (Bernoulli, 1696: 296), cuya solución es la curva braquistócrona. Las proposiciones de este tipo de retos eran habituales: tenemos otro ejemplo en el

[28]Referencia que Newton elimina de posteriores ediciones de los *Principia mathematica*. Para comprobar las diferencias entre las ediciones posteriores, ver Guicciardini 2005: 78 y ss.

[29]Esta respuesta no se encuentra en OC, ya que sus editores pensaban que se trataba de una carta perdida (OC 10, n.2745: 271), editaba sin embargo en Huygens 1823: 256-258

reto de la descripción matemática de la curva catenaria que el mismo Bernoulli propuso en las *Acta Eruditorum* en mayo de 1690, donde participaron su hermano Jacob, así como Leibniz y Huygens[30].

Aquellos que enviaron sus soluciones al reto de la curva braquistócrona fueron Leibniz, Jacob Bernoulli y L'Hôpital. Newton, por su parte, decidió publicar su solución anónimamente en las *Philosophical Transactions* de la *Royal Society* Newton (1695), aunque parece ser que Bernoulli conocía la verdadera identidad del autor. Las soluciones enviadas junto con un extracto de la solución de Newton fueron publicadas en las *Acta Eruditorum* de 1697.

Junto con su aportación, Leibniz añade unas palabras en las que afirma que aquellos que han encontrado una solución al problema son aquellos que él pensaba que eran capaces: Jacob y Johann Bernoulli, L'Hôpital, Huygens de estar vivo, Hudde de no haber dejado de estudiar estos asuntos y Newton si se hubiese molestado en buscar una solución (AE Mayo 1697: 203-204; De Icaza Herrera 1994: 460).

Leibniz no nombró a Fatio como uno de los que podrían haber encontrado una solución, y éste se lo tomó como algo personal. Como reacción a las palabras de Leibniz, Fatio publica en 1699 su tratado de 24 páginas que habitualmente la bibliografía especializada sitúa como comienzo de la controversia por el origen del cálculo Fatio de Duillier (1699). En él, además de su solución al reto de la curva braquistócrona, Fatio afirma que Newton es el primer inventor del cálculo, y señala que si Leibniz ha tomado algo prestado de Newton, es algo que deja a juicio que aquellos que hayan visto los manuscritos y cartas de Newton (como él hizo). Pero algo no menos importante es que hace referencia a las cartas que intercambió con Leibniz: afirma que si de algo pueda jactarse Leibniz no será de tenerle a Fatio como discípulo, lo cual se descubriría si alguna vez se hacen públicas las cartas con Huygens (Fatio de Duillier, 1699: 18). Esto hace referencia al fallido intercambio de métodos, y queda patente que Fatio tiene en mente, al escribir estas líneas, todo lo que ocurrió entre 1691 y 1692. A pesar de que Fatio sitúa claramente el origen de su conocimiento o sospecha de que Leibniz había plagiado a Newton, este hecho y el contexto ha sido ignorado a la hora de recapitular la controversia del cálculo.

[30]De hecho, la precaución de enviarse los artículos referentes al método inverso de tangentes a través de Meier podría tener que ver con el evitar este tipo de polémicas, como la que tuvo Leibniz con Huygens respecto a la catenaria, cuando el segundo sospechó de que hubiese compartido su resultado con Bernoulli, tal y como explicamos en el capítulo 2.3.2. de esta tesis.

Las cartas entre Fatio y Leibniz

Es necesario señalar que, antes del estallido de la polémica, Fatio intentó mantener una correspondencia con Leibniz en 1694 enviándole una carta indirecta a través de Wilhelm de Beyrie en la que se centraba en su teoría de la gravedad (AA III 6, n.14: 44-48). Leibniz, en su respuesta, incluye afirmaciones como que sería un placer ser instruido por Fatio en cuanto a lo que ha estudiado respecto a la atracción de los cuerpos (AA III 6, n.34: 85-86), lo cual muestra la disposición de Leibniz al diálogo tras la polémica a pesar de que muestra cierto desinterés en carta a Huygens. Esta carta nunca fue respondida por Fatio, por lo que tenemos, de nuevo, un intercambio fallido entre los dos.

Ya a partir de 1699, tras la publicación del artículo de Fatio, se produce un tercer intercambio de impresiones entre él y Leibniz que confirma que el origen de la controversia se encuentra en el intercambio de métodos que mantuvieron entre 1691 y 1692. Antes de escribirle personalmente, Leibniz responde a Fatio en las *Acta Eruditorum* de mayo de 1700, donde niega las acusaciones de plagio. A partir de aquí, la discusión entre Leibniz y Fatio pasa a tener lugar en cartas en lugar de en artículos, pero aunque el intercambio se torna personal, a gran escala la controversia va creciendo entre los científicos británicos y los continentales.

De momento, solamente una breve mención por parte de Fatio en su artículo unen el reto de la curva braquistócrona entre 1696 y 1699 con lo acaecido entre 1690 y 1692 en la correspondencia entre Leibniz y Huygens. Pero lo cierto es que cuando Fatio escribe a Leibniz como respuesta al artículo de las *Acta Eruditorum* de mayo de 1700, Fatio afirma que no escribe su artículo de 1699 como venganza por no haber sido enumerado entre los matemáticos posibles, como podría parecer, puesto que incluso antes habían tenido un intercambio de métodos cuyo final le pareció injusto y que Leibniz quería echarle la culpa a él y a Huygens (AA III 8, n.182: 463-464). Sus palabras, que niegan la venganza como motivación, parecen dar a entender precisamente lo contrario.

La respuesta de Leibniz a Fatio tuvo un tono mucho más comedido. Explica que Huygens le había propuesto el intercambio de métodos y que finalmente no funcionó. Afirma que ni en sueños había pensado que Fatio le iba a hacer daño, que tiene costumbre de alabar a aquellos que lo merecen y que su silencio respecto a las soluciones de la curva braquistócrona ha incitado a Fatio, lo cual parece indicar que la motivación de Fatio está marcada por la venganza, opinión compartida por Heinz-Jürgen Hess (2005: 65, nota 4). Además, dice Leibniz que espera que a Fatio se le recuerde por sus resultados, dejando a entender que espera que se le recuerde por sus aportaciones a las ciencias y no por estas disputas (AA III 8, n.196: 504). Como se puede comprobar, ambos señalan rápidamente el origen de sus discusiones, que se encuentra en la correspondencia que mantuvieron Leibniz y Huygens.

La bibliografía especializada respecto al origen de la controversia

La bibliografía especializada da por hecho que la controversia comienza cuando Fatio de Duillier, antiguo asistente primero de Christiaan Huygens y más adelante de Newton, da la voz de alarma en su escrito *Lineae brevissimi descensus investigatio geometrica duplex* (Doble investigación geométrica de la línea descendente más breve), un texto donde Fatio analiza la curva braquistócrona, publicado con el beneplácito de la *Royal Society* en 1699 y donde, además, implícitamente afirma que Leibniz ha tomado prestado el cálculo de Newton (Fatio de Duillier, 1699: 18).

Así lo estiman la gran mayoría de investigadores en la materia, como por ejemplo Knobloch (2012: 18), Echeverría (2004: 87) o Rupert Hall, quien dice que, antes del artículo de Fatio, no había indicio alguno de polémica en este asunto entre británicos y continentales y que existía una ignorancia natural entre los orígenes tanto en unos como en otros (Hall, 1980: 118). Siguiendo esta estela, Javier de Lorenzo sitúa el origen de la controversia a finales de siglo después de las acusaciones de los partidarios de Newton (De Lorenzo, 1987: LXXIII), así como José Babini, quien afirma que el primer ataque directo lo realiza Fatio en 1699 (Babini, 1977: 59). Mary Sol de Mora, editora de los escritos matemáticos de la edición de las obras en castellano de Leibniz, afirma que la relación entre Fatio y Leibniz era agria ya antes de finales de siglo (OFC 7A: 341), así como que la polémica no estalla hasta 1699 (OFC 7A: 355).

Esta es la tónica general que nos encontramos en las obras dedicadas a los orígenes del cálculo desde que comenzaron a realizarse análisis objetivos de la controversia, mientras que otros no especifican un momento concreto. En De Morgan, nada se nombra sobre el intercambio entre Fatio y Leibniz (De Morgan 1914). Tampoco lo hace Boyer en su historia del cálculo (Boyer 1949). Por su parte, Baron señala el método inverso de tangentes como un punto importante en el desarrollo del cálculo infinitesimal por parte de Leibniz, aunque sin mencionar el papel que juega en el origen de la controversia y sin mencionar a Fatio de Duillier (Baron 1969). Por último, O'Hara y Wahl, editores del volumen 8 de la edición de las obras completas de Leibniz (AA III, 8), donde se encuentran publicadas las cartas entre Leibniz y Fatio, aunque afirman que ambos tuvieron un intercambio de métodos entre 1691 y 1692, no hacen mayor referencia a la importancia de este hecho, centrándose más bien en la polémica de 1699. Sin embargo, ambos han tratado en obras individuales el intercambio de métodos entre Leibniz y Fatio (Wahl 2014; O'Hara 1996).

Sin embargo, sí hay quienes han señalado que el origen se encuentra más atrás en el tiempo. Westfall afirma que fue en 1699 cuando Fatio aviva las llamas de la controversia (Westfall, 2005: 539). Tanto esa afirmación como el resto de su recapitulación de la controversia da a entender que ésta se retrotrae a los años anteriores a 1699, llegando incluso a hablar de la idea de Newton de formalizar en un artículo alrededor de 1690 su método de fluxiones para ser publicado, pero también de la carta de Leibniz a Hans Sloane, secretario de la *Royal Society*, en 1711 como inauguradora de «una acalorada controversia sobre las afirmaciones de prioridad en la invención del cálculo» (Westfall, 2005: 512). Westfall, sin embargo, no estipula un comienzo claro de la controversia ni hace referencia al intercambio de métodos entre Leibniz y Fatio.

Aiton, biógrafo de Leibniz, afirma que la semilla de la controversia es plantada por Fatio en carta de éste último a Huygens el 28 de diciembre de 1691 (Aiton, 1992: 172). Este es, ciertamente, el primer lugar donde Fatio afirma directamente que Leibniz no ha hecho referencia a Newton en los artículos de las *Acta Eruditorum* donde Leibniz publicó por primera vez, aunque de manera no muy clara, su nuevo cálculo. Antonio J. Durán también hace referencia a esta carta entre Fatio y Huygens, aunque sin mencionar el contexto y origen de ésta y señalando que, en ella, probablemente Fatio estaba simplemente transmitiendo aquello que le oía decir a Newton (Leibniz & Newton, 2006: 94), algo que también opina Westfall (Westfall, 2005: 514).

Por otro lado, Antognazza también habla de este intercambio de impresiones entre Fatio y Huygens, aunque ella afirma que la semilla del comienzo de la controversia se encuentra en la carta de Fatio a Huygens del 15 de febrero de 1692 (Antognazza, 2009: 356), carta en la que, efectivamente, Fatio se reafirma en su opinión de que Leibniz ha plagiado el cálculo a Newton, pero que no es la primera en la que nombra el supuesto plagio.

Destacar que Alfonso Pérez de Laborda hace un muy buen análisis del origen de la controversia, llegando a estudiar ambas cartas de Fatio a Huygens (las del 28 de diciembre de 1691 y la del 15 de febrero de 1692, Pérez de

Laborda 1977: 144), así como brevemente las cartas entre Leibniz y Huygens (Pérez de Laborda, 1977: 147-150). Sobre ésta última correspondencia, sin embargo, se centra en el reto de la catenaria propuesto por Bernoulli y la visión de Huygens sobre el cálculo leibniziano, en lugar de hablar del método inverso de tangentes y su relación con Fatio.

Por último, Rob Iliffe realiza la siguiente afirmación respecto a la relación entre Leibniz, Huygens y Fatio, en la que señala cómo el intercambio fallido de métodos tuvo lugar con anterioridad a la controversia:

> [Huygens] mostró gran preocupación y respeto por Fatio durante una serie de años, y trabajó muy de cerca con el académico suizo cuando este último se quedó con él en 1691. Sin embargo, su aprecio mutuo disminuyó cuando Huygens trató de negociar un intercambio de técnicas de integración entre Fatio y Gottfried Leibniz (1646-1716) a finales de 1691. Tanto Fatio como Leibniz habían progresado en una de las partes más difíciles del cálculo y habían desarrollado técnicas que guardaban celosamente. Sin embargo, la actitud de Fatio tanto hacia su propio método como hacia los avances de Leibniz cambiaron drásticamente tras su encuentro con los trabajos matemáticos de Newton a finales de 1691, lo que conllevó que su visión de que las virtudes intelectuales y la originalidad de Leibniz, ya menos que positiva, fuese severamente disminuida (Iliffe, 2012: 68).

Por todo ello, aunque Westfall, Aiton, Durán, Antognazza y Pérez de Laborda han buscado más acá del artículo de Fatio de 1699 a la hora de situar la raíz de la controversia y han retrotraído sus orígenes hasta 1691, las cartas que han señalado como el origen son una reacción de Fatio ante un intercambio fallido de métodos entre Leibniz y él mismo, por lo que el origen de la controversia tiene su comienzo incluso más atrás en el tiempo, en 1690.

Conclusiones

A finales del siglo XVII, aunque en los círculos académicos académicos ya circulaban dudas sobre quién fue el primero en inventar el cálculo, fue Fatio el que dio pie al origen de la controversia por la prioridad de su invención. Su motivación estaba marcada por las malas experiencias con Leibniz, las cuales comenzaron con el intercambio del método inverso de tangentes que tuvo lugar durante el desarrollo de la correspondencia

Leibniz-Huygens entre 1690 y 1692, siguió con un breve intercambio de impresiones respecto a cuestiones mecánicas que Fatio decidió no continuar y culminó con el silencio de Leibniz sobre Fatio en el reto de la curva braquistócrona. Por ello, y puesto que Fatio actúa en su artículo de 1699 motivado por estas malas experiencias con Leibniz, tal y como él mismo da entender al citar el intercambio del método inverso de tangentes, se puede afirmar que ese es el origen de la controversia por la invención del cálculo.

La bibliografía especializada no ha identificado este punto como el origen de la controversia, sino que habitualmente lo ha situado en 1699, momento en el que definitivamente estalla la controversia, como comienzo de ésta. Sin embargo, las mismas palabras de Fatio y Leibniz nos retrotraen hasta el intercambio epistolar que mantuvieron Leibniz y Huygens entre 1690 y 1692. El conocimiento del origen de la controversia y las motivaciones de Fatio de Duillier para sacar a la luz pública sus acusaciones nos muestra cómo la historia de la ciencia se encuentra lejos de estar determinada solamente por el quehacer científico. Pues siendo los científicos todos humanos, son las pasiones las que mueven sus corazones tal y como vemos en este caso, a veces para bien y a veces para mal.

Capítulo 3

Sobre el desarrollo de la correspondencia

3.1. El camino de Leibniz hacia el cálculo infinitesimal

En Historia y orígenes del cálculo diferencial Leibniz comienza diciendo que su invención del cálculo infinitesimal no aparece por casualidad, sino «por la fuerza de la meditación» (GM V: 392; Leibniz, 1920: 22). Ello implica dos cosas: primeramente que no fue una invención que Leibniz creara de repente, sino que fue fruto del estudio y desarrollo de su pensamiento matemático basado en lo que otros autores habían realizado antes que él. Por otro lado, que hay un desarrollo temporal. Ante esto, cabría preguntarse cómo y en qué momento comienza ese desarrollo, así como quién o quienes suponen la influencia clave en la que se basa Leibniz para comenzar dicho desarrollo. Además, considero que es necesario tener en cuenta la aproximación de Leibniz al problema de los infinitos, ya que implica un estudio en proto-cálculo (Arthur, 2015: 140) el cual comenzó mientras estudiaba con Huygens en 1672, alrededor del mismo momento en el que tomó notas sobre los *Discorsi* de Galileo.

En el diálogo *Pacidius Philaleti*, escrito por Leibniz en 1676, cuando Teófilo pregunta si podríamos penetrar en la naturaleza del movimiento sin acabar en el laberinto del continuo, Galudio (que representa la voz de Leibniz) responde que «ni Aristóteles ni Galileo ni Descartes pudieron evitar este nudo, aunque el uno lo disimuló, el otro lo abandonó desesperado, el tercero lo cortó» (OFC 8: 136; Leibniz 1903: 610). Es clara la influencia que estos tres grandes filósofos tuvieron en Leibniz, pero quizá destaquen las palabras que Leibniz dedica a Galileo, de quien dice que abandonó con desesperación el problema del continuo.

En este sentido, el *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* (1638) de Galileo parece jugar un papel crucial en el estudio de los infinitesimales en Leibniz, ya que como dice Moreau, justo cuando comienza a estudiar matemáticas con Huygens en París, Leibniz estudia el *Discorsi*, algo que conocemos gracias a las notas que Leibniz tomó durante su lectura, pero cuya influencia no hace explícita en las cartas con Huygens. «Es en parís, tras Huygens, como el mismo ha reconocido, cuando se inicia en las matemáticas modernas, con los trabajos de Galileo, Descartes, Desargues y Pascal» (Moreau, 1987: 15, nota 2) y además se conocen las notas que Leibniz tomó al leer los *Discorsi* de Galileo (AA VI, 3: 167-168; Leibniz 2001a: 4-9)[1]. Por otro lado, en el *Accesio ad arithmeticam infinitorum* (AA II, 1: 342-356), Leibniz también hacía referencias claras a Galileo[2]. Otra señal de la influencia del *Discorsi* incluso podría ser la forma de diálogo con la que Leibniz redacta el *Pacidius Philaleti*, a lo que se podría añadir que, de hecho, durante su carrera Leibniz escribió en forma de diálogo pocos textos[3]. En su juventud contamos con el *Pacidius Philateli* y con otro diálogo publicado bajo el nombre *Ein Dialog zur Einführung in de Arithmetik und Algebra* Leibniz (1976); mientras que en su madurez tenemos los *Nuevos Ensayos* (1690). El hecho de que Leibniz use el método del diálogo para escribir sus obras es más una excepción que la norma, y el motivo por el que están escritos en forma de diálogo lo señala el mismo Leibniz al comienzo del *Pacidius Philaleti*:

> Hace poco tuve la ocasión de afirmar ante varones ilustres que el método socrático de disertar, tal como aparece en los diálogos socráticos de Platón, me parece excelente, porque con lenguaje familiar, se insinúa en los ánimos la verdad y va apareciendo el orden mismo de la meditación que va de lo conocido a lo desconocido, con tal de que uno, diestramente interrogado, responda por sí mismo lo que sienta ser verdadero sin que se lo sugiera nadie. Y dichos varones me rogaron intentase resucitar, con la publicación de algún ejemplo, cosa de tanta utilidad, pues que muestra, con un experimento incluso, que las semillas de todas las ciencias están infusas en todas las mentes (OFC 8: 116).

No solamente en el *Pacidius Philaleti* Leibniz da una pista del motivo por el que utiliza el diálogo. También en la introducción de los *Nuevos Ensayos* afirma que el hecho de hacer conversar a dos personas crea una contraposición que es del agrado del lector, mucho más en este caso en el que la voz

[1]Se encuentran mas referencias de ello en Arthur 1998: 110-135, así como en Knobloch 1999: 94

[2]Más referencias a Galileo en AA VII, 3: 246; AA VII, 4: 105.

[3]Los diálogos de Leibniz están recopilados en Leibniz (2008), edited by Francesco Piro.

de un personaje es la de Locke y otra la suya misma, y el lector interesado tendría que acudir constantemente al libro escrito por Locke en 1690 que da origen a la escritura por parte de Leibniz de los *Nuevos Ensayos*, con lo que el papel pedagógico del método queda patente.

El estilo del *Pacidius Philaleti* muestra que Leibniz había estudiado con ahínco las obras clásicas, y los autores de la modernidad temprana habían cogido tal testigo, como es el caso de Galileo con sus *Discorsi*. Todo esto nos puede llevar a comprender el camino y a la vez el estado en el que Leibniz llega a París con Huygens, justo cuando se encuentra a punto de crear el cálculo infinitesimal alrededor de 1674. Veremos que para llegar a este punto la influencia de los *Discorsi* de Galileo es capital.

Los *Discorsi* de Galileo

Tres años después de la publicación de la *Geometría indivisibilibus continuorum quadam nova ratione promota* (1635) de Cavalieri, Galileo expresó su visión sobre el infinito en los *Discorsi* (1638). La visión de Galileo es similar a la de Cavalieri, seguramente porque el primero fue el maestro del segundo.

En los *Discorsi* comienza un interesante debate sobre el infinito cuando Sagredo afirma que una resistencia, si no es infinita, siempre puede ser vencida mediante la unión de fuerzas mínimas. El ejemplo que pone es el de las hormigas: aun siendo pequeñas, un enorme número de ejemplares serán capaces de arrastrar hasta su hormiguero una gran nave cargada de trigo, a lo que añade, «Será necesario, naturalmente, que el número sea elevado, como lo es, a mi criterio, el de los vacíos que mantienen unidas entre sí las partes mínimas del metal» (Galilei, 1976: 92-3). Como vemos, Galileo hace una analogía de los indivisibles con los átomos físicos. Para él, los indivisibles serían una especie de átomos matemáticos. Pero en definitiva, y aunque intente atacar el problema, Galileo no tiene duda en que «el infinito, por sí solo, excede nuestra capacidad de comprensión, lo mismo que ocurre con los indivisibles» (Galilei, 1976: 106).

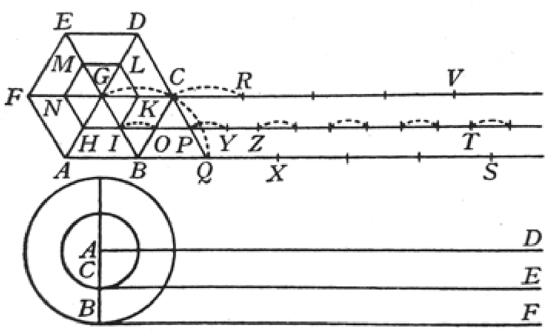
Galileo pasa a tratar, entonces, el infinito matemático. Cuando Salviati, la voz de Galileo, pregunta a sus interlocutores si hay más números cuadrados (los que resultan de una multiplicación al cuadrado, como el 9 ó el 36) que números naturales, nos muestra la siguiente paradoja. Tiene que haber más números naturales, puesto que la mayoría de ellos no son cuadrados, pero sin embargo podría decirse que puesto que los números son infinitos, tiene que haber la misma cantidad de números cuadrados que naturales. Ante esta paradoja, Galileo afirma que:

> los atributos de mayor, menor e igual no se aplican a los infinitos, sino sólo a las cantidades finitas. De modo que, cuando el señor Simplicio me presenta muchas líneas desiguales y me pregunta cómo puede ser que en la mayor no haya más puntos que en la pequeña, yo le respondo que no hay ni más ni menos ni los mismos, sino infinitos en cada una. Si yo le respondiese, por el contrario, que los puntos de una son tantos como los números cuadrados, los de otra mayor, tantos como números naturales, y los de otra pequeñísima, tantos como números cubos, ¿le daría así satisfacción al poner más puntos en una que en otra y en cada una una infinitud? (Galilei, 1976: 110).

Para Galileo, más bien, solamente habrá un número que pueda ser entendido como infinito, que sería el número 1, la unidad, puesto que «contiene en sí tantos cuadrados y cubos como números naturales» (Galilei, 1976: 115).

Para visualizar el ejemplo, Galileo utiliza la geometría, presentando un ejemplo práctico para comprobar si hay algún medio de demostrar que en una extensión continua finita sería posible encontrar infinitos vacíos. Para ello utiliza dos figuras cualesquiera, hexágonos en este caso, un incluido en el interior de la otra.

FIGURA 30: El continuo en Galileo (Galilei, 1976: 94)



Si rotamos la figura ABCDEF, el polígono interior HIKLMN también habrá rotado. En el caso de que rotemos ABCDEF por una línea que posea la misma longitud que su perímetro, HIKLMN también habrá recorrido la misma distancia, con la diferencia de que su perímetro es más pequeño, intercalando la línea recorrida con un número determinado de vacíos. Pero ahora supongamos que hacemos el mismo experimento pero esta vez con dos círculos de diferente tamaño cuyo centro es el punto A. Si hacemos recorrer al mayor una línea igual a la de su perímetro y el círculo interior rota a la vez que el mayor, nos encontramos con que el pequeño ha recorrido mucha más distancia que su perímetro, pero ¿cómo es esto posible? La respuesta de Galileo es la siguiente:

> [A]sí como en los polígonos de cien mil lados, la línea franqueada y medida por el perímetro del más grande, es decir, por sus cien mil lados juxtapuestos de forma continua, es igual a la que miden los cien mil lados del más pequeño, sólo que con la interposición de cien mil espacios vacíos, del mismo modo he de decir que en los círculos (que son polígonos de lados infinitos), la línea recorrida por los infinitos lados del círculo grande, colocados uno tras otro [sin solución de continuidad] es igual en longitud a la línea recorrida por los infinitos lados del círculo más pequeño, pero con la interposición entre ellos de otros tantos espacios vacíos. Y así como el número de lados no es finito, sino más bien infinito, del mismo modo el número de vacíos interpuestos no es finito, sino infinito. Aquéllos, infinitos puntos, todos llenos; éstos, infinitos puntos, en parte llenos y en parte vacíos (Galilei, 1976: 98-99).

Recepción por parte de Leibniz

Antes de Huygens, el camino hasta el cálculo infinitesimal comenzaría con Hobbes. De hecho, fue leyéndole a él como llegó a las matemáticas. Es más, llegó al problema de los infinitesimales leyendo *De Corpore*, pues de Hobbes dice Leibniz «escrutador profundísimo de los principios en todas las cosas, establece con razón que toda obra de nuestra mente es computación, y que por ella se obtiene la suma agregando o la diferencia sustrayendo»[4]. Esta cita, perteneciente al *Dissertatio de Arte Combinatoria* (1666), muestra claramente que Leibniz guardaba un profundo respeto por Hobbes en su juventud, así como que Hobbes fue una influencia clara en Leibniz para obtener la concepción de que toda idea mental es susceptible de convertirse en computación, en algo medible, traducible y expresable, lo cual tendría su culminación en la característica universal (Couturat 1903: 23 y ss.) y en la idea de una matemática logicista, capaz de hacer referencia a todo fenómeno.

Por otro lado, Leibniz, en 1667, poco después de escribir el *De Arte Combinatoria*, también leyó en Nurenberg el *Geometria indivisibilibus continuorum*

[4] *[P]rofundissimus principiorum in omnibus rebus scrutator, Th. Hobbes merito posuit omne opus mentis nostrae esse computationem*, OFC 7B: 590; AA, VI, 1: 194.

nova quadam ratione promota de Cavalieri, tal y como le dice a Jacob Bernoulli en 1703 (GM 3: 72)[5].

Por lo tanto, Leibniz pudo tener en su juventud tres influencias que le incitasen a terminar estudiando el problema de los infinitesimales: Hobbes, Cavalieri y Galileo. A estos tres autores los vemos citados en sus dos obras de juventud *Hypothesis Physica Nova* y *Theoria Motus Abstracti* (ambos con fecha de 1671). En el primero cita a Hobbes en varias ocasiones (AA VI, 2: 223, 229, 235, 247, 252; OFC 8: 6, 17, 29, 52, 63) y a Galileo (AA VI, 2: 254; OFC 8: 67); mientras que en el segundo, cita a Cavalieri (AA VI, 2: 265; OFC 8: 80), al igual que a Hobbes (AA VI, 2: 267, 269, 271, 274, 275; OFC 8: 83, 85, 89, 93, 94).

Sabemos con seguridad que en 1666 Leibniz ya había leído el *De Corpore* de Hobbes, y que influido por su lectura y por el parágrafo 25 del capítulo 8 (Libro II) en el que Hobbes afirma que el axioma euclideano el todo es mayor que la parte no es indemostrable, Leibniz estudió el caso del ángulo de contacto, que parecía retar este axioma de Euclides, ya que perdía su veracidad al aplicarlo a este caso y que llevaría a Leibniz a afirmar que solamente habría una verdad indemostrable: el axioma de la identidad[6]. Con ello en mente Leibniz crea un axioma de identidad mejorado (Hofmann, 1974: 13-14) del que además surgirá un teorema sobre la suma de los términos consecutivos de una serie de diferencias:

$$b_0 + b_1 + b_2 + \ldots + b_{n-1} = a_n - a_0$$

Esto lleva a Leibniz a pensar que se podría derivar la suma de cualquier serie cuyos términos están formados por alguna regla, aunque haya que tratar con una serie infinita. Hofmann llama a esto «el primer gran descubrimiento matemático de Leibniz en París» (Hofmann, 1974: 14).

Por un lado tenemos que la influencia de Hobbes ha sido determinante, puesto que ha sido probablemente el primer matemático que ha empujado a Leibniz al estudio de los infinitos y a la búsqueda de un método que fuese capaz de saltárselos. El caso de Cavalieri, discípulo de Galileo, es distinto. Parece ser que cuando Leibniz leyó su *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota*, todavía no estaba preparado para comprender

[5]Señalado también en GM 5: 398; En correspondencia de Leibniz con Conti, (Leibniz, 1889: 288); y en (Hofmann, 1974: 5)

[6]«Donc les seules propositions nécessaires sont les propositions identiques, les seules propositions impossibles ou absurdes sont les propositions contradictoires en soi. En résumé, les axiomes peuvent bien se démontrer au moyen des définitions ; mais le fondement de leur vérité n'est pas dans des définitions ; c'est le principe d'identité» (Couturat, 1901 : 187).

las implicaciones de lo que Cavalieri trata en esa obra. Pero ciertamente es muy probable que Cavalieri, al ser discípulo de Galileo, incitase a Leibniz a la lectura de su maestro en esta época en la que iba a descubrir en profundidad la disciplina matemática de la mano de Huygens, con lo que, aunque leve, podría decirse que la lectura de Cavalieri fue un factor para que Leibniz acabase en el estudio de los infinitesimales (ver Beeley 2008: 36 y ss.; Katz & Sherry 2013: 574; Montesinos Sierra 2009: 78).

En *Leibniz in Paris* dice Hofmann que Leibniz no había estudiado mucho la obra de Cavalieri porque no la entendía en 1666-7 (Hofmann, 1974: 5). Esto contrasta con la opinión de Child en *The Early Mathematical Manuscripts of Leibniz*, donde dice que Leibniz había estudiado varias obras con ahínco en su juventud, entre las que incluye el *Geometria indivisibilibus* de Cavalieri (Leibniz, 1920: 216, nota 37). Lo más seguro es que Leibniz se dedicase vorazmente al estudio de estas obras, tal y como acostumbraba una mente brillante como la suya, pero que debido a su escasa formación matemática en la época pre-parisina, realmente no entendiese en su totalidad las palabras de Cavalieri. De hecho, en una carta a Tschirnhaus escrita en la época de París (AA III, 2: 928; Leibniz 1920: 215), cuando estudiaba con Huygens, Leibniz da a entender que comprende el método de Cavalieri, por lo que es posible que Leibniz volviese a leer el *Geometria indivisibilibus* de nuevo una vez que su formación le permitía comprender las implicaciones del método. Lo cierto es que, habiendo comprendido la obra o no, habiendo vuelto a ella en la época de Paris o no, la opinión de Leibniz sobre el método de Cavalieri queda bien patente:

> Cuando hablo de la geometría de los indivisibles, intento algo mucho más amplio que la geometría de Cavalieri, que no me aparece como algo más que una insignificante parte de la geometría de Arquímedes (AA VII, 6: 498; Leibniz 1920: 196, nota 2)

Al contrario que Galileo, que hacía una comparación de los átomos matemáticos con los átomos físicos, para Leibniz no tiene importancia si estos átomos matemáticos tienen un análogo en el mundo físico o no (Knobloch, 2002: 61). Leibniz no comparte la opinión de Galileo, quien defiende que el infinito supera nuestra imaginación: para Leibniz los infinitos matemáticos son ficciones útiles que no tienen por qué tener una comparación en el mundo físico, aunque Leibniz traiga esta idea al mundo físico con la negación de la existencia de átomos físicos. Conceptualmente hablando, se comprueba un avance en Leibniz puesto que éste no depende del estudio de casos empíricos, sino que simplemente con el uso de la razón llega a conclusiones, aunque luego tengan un análogo en el mundo físico[7].

Sobre los infinitos

Una de las reacciones a los *Discorsi* de Galileo la vemos en el manuscrito del *Accesio ad arithmeticam infinitorum* (AA II, 1: 342-356), escrito en 1672 para el JS, pero que no llegó a publicarse debido a una pausa que tuvo el Journal durante esos años. Por eso, el manuscrito que tenemos hoy fue enviado por carta a Gallois, editor en aquel momento del JS.

La redacción de este texto tiene su origen en su lectura de Hobbes, tal y como hemos señalado, y su crítica del axioma de Euclides de que «el todo es mayor que la parte». En su búsqueda de una prueba de que el axioma era incorrecto, Leibniz llega a desarrollar un «teorema sobre la suma de los términos consecutivos de una serie de diferencias» (Hofmann, 1974: 14). A partir de aquí Leibniz llega a elaborar una suma de series en un número infinito de términos, y compartiendo sus resultados con Huygens, éste le reporta a que lea el *Opus geometricum* de Gregoir se Saint-Vincent (GM III: 72, señalado por Hofmann en 1974: 15), si bien su formación todavía incipiente en aquella época impide que la lectura de Leibniz sea profunda. A pesar de ello, la lectura de esta obra lleva a Leibniz a redactar definitivamente este manuscrito del *Accesio* en el que Hobbes es tratado todavía como un gran matemático, Grégoire es tratado como *geometra maximus*, y los *Discorsi* de Galileo parecen estar abiertos cuando Leibniz escribe este manuscrito (Hofmann, 1974: 20).

En el *Accesio*, Leibniz difiere grandemente de la opinión de Galileo. Si bien hemos señalado que para Galileo el único número que podría ser llamado infinito sería el número 1, ya que «la unidad es cuadrado, es cubo, es cuadrado del cuadrado, encerrando en sí todas las potencias, no habiendo particularidad alguna, esencial a los cuadrados, etc., que no sea propia de la unidad» (Galilei, 1976: 115). Leibniz mantenía que la opinión de Galileo «falla en los múltiplos ordinarios de los números naturales» (Hofmann, 1974: 21). Incluso el axioma «el todo es mayor que la parte» pierde su sentido referido al cero[8], pues tanto el mayor como la parte estarían identificados con la

[7]Leibniz supera con creces a Galileo, a pesar de que de él dice que cultivó sabiamente sus razonamientos con respecto a la foronomía (OFC 8: 95).

[8]«Si ullus sit iste numerus infinitus, eum esse zero, seu Nullam, vel quod idem est dicere, Numerum istum infinitum esse nullum, seu = 0. Habet enim Numerus infinitus non id tantum quod in eo observavit Galilaeus, ut tot sint in eo omnis generis potestates, quot radices,

unidad, pero Leibniz dice que puesto que hay tantos números naturales como cuadrados en la identidad, da la posibilidad de que el axioma falle, del mismo modo que pierde su validez cuando se aplica al ángulo de contacto, el cual se descubre en el siglo XIX que tiene medida «cero» (o *nil*), pero visto por Leibniz como menos que cualquier magnitud asignable excepto cero (Boyer, 1949: 212). Sin embargo, Raffo y Esquisabel afirman que en el Accesio, cuando Leibniz afirmaba que el cero es el número infinito a través de la suma de fracciones triangulares, no hacía ninguna referencia explícita a los infinitesimales, y por ello la interpretación tradicional respecto a esto sería incorrecta (ver Esquisabel & Raffo Quintana 2017). A pesar de ello, incluso aunque Leibniz no usó los infinitesimales en esta demostración, hay una unión sutil entre el infinito, los indivisibles y el problema del continuo: que todos esos problemas llevaron a Leibniz a la creación de los infinitesimales y por ello a la creación del cálculo. Una indicación de esto puede ser vista en las diferentes expresiones que Leibniz otorgó a sus invenciones, como por ejemplo cuando identifica su *cálculo infinitesimal* con el *análisis de infinitos*[9], y por ello en este apartado he considerado primeramente el problema de los infinitos antes que el problema de los infinitesimales *per se*, ya que, además, el primero precede al segundo.

Quanta y *non-quanta*

Para Knobloch, la clave para comprender la concepción del infinito en Galileo es la noción de *quanta* y de *non-quanta*. El primero haría referencia al «número finito de lados divisibles» y el segundo a «los muchos lados del círculo infinitamente divisibles» (Knobloch, 1999, 90). Para Galileo la concepción del infinito sería *non-quanta*, puesto que la división de lo divisible nunca lleva a una división última. Más bien, la última división sería la división en infinitos *non-quanta*, es decir, en infinitos lados indivisibles. Si volvemos al caso de los polígonos anteriores, en el caso del círculo, tendríamos que la línea del círculo pequeño tendría inserta infinitos *non-quanta* vacíos que darían cuenta de la longitud de ese círculo, espacios vacíos que

sed etiam ut tot sint in eo numeri simpliciter, id est pares et impares simul, quot numeri pares, quia pares sunt dupli numerorum simpliciter, quot autem sunt simpli tot eorum dupli. [...] Cum ergo in numero isto infinito tot sint Numeri pares, quot numeri pares et impares simul, seu quot numeri simpliciter, sequitur in Numero isto infinito fallere Axioma illud: totum esse majus parte (quemadmodum P. Gregorius a S. Vincentio id contendit fallere in angulo contactus), at Axioma illud fallere impossibile est, seu quod idem est, Axioma illud nunquam, ac non nisi in Nullo seu Nihil o fallit, Ergo Numerus infinitus est impossibilis, non unum, non totum, sed Nihil», AA II, 1: 349.

[9] «Leibniz identifie le calcul nouveau avec l'analyse des infinis [...] ou parle d'une analysis infinitesimalium (analyse des infinitésimaux)» Knobloch 2015: 93.

además no pueden medirse al igual que no puede uno preguntarse si hay más números cuadrados que naturales, ya que ese espacio no es susceptible de ser medido, puesto que las propiedades de «mayor», «menor», etc., así como la medida, solamente puede aplicarse a la finitud y no a la infinitud.

Por otro lado, Knobloch afirma que la clave para comprender la concepción del infinito de Leibniz se encuentra en su obra *De quadratura arithmetica circuli ellipseos et hyperbolae cujus Corollarium est trigonometria sine tabulis*[10] (AA VII, 6: 520-676), una obra en la que presenta Leibniz 45 teoremas basados en su concepción de las cantidades infinitas, las cuales son cantidades más pequeñas de lo que puede medirse. En este sentido, Leibniz choca frontalmente con la opinión de Galileo: para él los infinitesimales eran non-quanta, mientras que para Leibniz se trata de quanta, por lo que las cantidades no existentes ni medibles ahora se convierten en cantidades que las matemáticas pueden utilizar para operar con ellas (Knobloch, 1999: 95). Además, ya el infinito no escapa de nuestra razón, sino que puede ser comprendido, estudiado y medido, ya que, como hemos visto anteriormente, todo aspecto irracional (en el sentido numérico) puede ser obviado: lo mismo ocurre con el infinito en la materia, que toda pequeñez posible es irrelevante (Raffo Quintana, 2016: 206). En definitiva, para Leibniz el indivisible era una cantidad infinitamente pequeña que posee un tamaño indeterminado[11]. Ello contrasta con la idea que presenta Hofmann en Leibniz in Paris, donde destaca que:

> Leibniz está, como vemos, completamente bajo el hechizo del concepto de indivisibles, no tiene una idea clara de la naturaleza real del infinitesimal matemático y cree que, para él, las alusiones a conceptos superficiales son suficientes. Además realiza mayores narraciones de que ha planeado durante estos primeros años un cálculo geométrico propio, con el que operaba con un ilimitado número de cuadrados y cubos [...]. Pero como descendiente de estos primeros intentos desarrolló cierta propensión reflexiva hacia líneas de razonamiento matemáticas (Hofmann, 1974: 8-9)

Es muy posible que Hofmann se esté refiriendo solamente a sus años de juventud, pues el contexto de la cita hace referencia a la *Hypothesis Physica*

[10] Editado por Knobloch bajo el título *On the arithmetical quadrature of the circle, the ellipse, and the hyperbola. A corollary is a trigonometry without tables* (Leibniz 1993), y traducido al francés con el título *Quadrature arithmétique du cercle, de l'ellipse et de l'hyperbole* (Leibniz 2004).

[11] Para un desarrollo más amplio, ver Bassler 1998: 167.

Nova y a una carta de madurez escrita a Bernoulli en la que habla Leibniz de cómo veía de joven el método. Knobloch señala en *Galileo and Leibniz: Different approaches to Infinity* (1999) que muchos han acogido esta idea de que Leibniz no tenía una idea clara de lo que era un infinitesimal y la han repetido en sus obras, mientras que lo más probable es que Hofmann no estuviese haciendo referencia a las carencias de Leibniz con respecto a su comprensión del infinitesimal en general, sino solamente a su etapa de juventud, con lo que nos muestra el progreso y madurez de su método matemático.

Conclusiones

Hobbes y Cavalieri influenciaron a Leibniz en el estudio de los infinitesimales, el primero con su *De Corpore* y el último con su *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota*. Sin embargo, una influencia más parece jugar un importante rol en la creación futura del cálculo infinitesimal: Galileo, quien, como Leibniz afirmaba, abandonó desesperadamente el problema del contínuo y cuyos *Discorsi* harían que Leibniz escribiese manuscritos como su *Accesio ad arithmeticam infinitorum*.

Ambos tuvieron metodologías y acercamientos muy diferentes al problema de los infinitesimales. En este sentido, Leibniz no está de acuerdo con Galileo: para él, los infinitesimales son *non-quanta* (muchas infinitas partes indivisibles) mientras que para Leibniz son *quanta* (un número finito de partes divisibles). Además, Galileo guardaba un importante lazo con la geometría para explicar la visión del infinito, pero Leibniz no necesitaba esta analogía para proponer su idea.

Siendo uno de los científicos modernos más importantes, Galileo tuvo una importante influencia en Leibniz. De hecho, Leibniz clasifica a Galileo tras Arquímedes y antes que Descartes, y hace una mención honorable a Cavalieri (AA VI: 503, 505). Por todo ello, los *Discorsi* de Galileo le empujaron a desarrollar su teoría del infinito, que le llevaría a la postre a la creación del cálculo, creación que culminará con Huygens en su periodo parisiano entre 1672 y 1674.

3.2. La presencia cartesiana en la cartas

Comprender el rol de Descartes en los sistemas filosóficos, científicos y matemáticos de Leibniz y Huygens es esencial para comprender apropiadamente el pensamiento de cada uno de ellos. Por ello, la presencia de Descartes en la correspondencia mantenida por Leibniz y Huygens entre

1674 y 1695 ofrece una oportunidad única para estudiar y comprender el pensamiento de ambos autores, así como su evolución.

Tanto Leibniz como Huygens eran grandes conocedores del pensamiento cartesiano. Huygens no solamente se escribió personalmente más de cien cartas con Descartes (ver Descartes 2005), sino que además lo recuerda desde una temprana edad en su casa, pues Descartes fue amigo de su padre (Andriesse, 2005: 38-9). Leibniz, por su parte, lucha contra el cartesianismo en varios bandos: desde el filosófico hasta el mecánico, pasando por el físico y el matemático.

La importancia de buscar la presencia cartesiana en las cartas de Leibniz y Huygens radica en comprobar cómo dos descendientes del pensamiento moderno cartesiano han acogido y critican, para poder superar y avanzar en el arte de las ciencias, el sistema de su ascendente con la finalidad de alcanzar la Verdad o la razón final de las cosas. Esa tensión constante entre discípulos y maestros, entre la admiración y la superación, es manifiesta en las cartas que intercambian Leibniz y Huygens. Podemos comprobar, por ejemplo, cómo la visión leibniziana que utiliza a Descartes como base (para el cálculo o para la distinción mente-cuerpo, entre otros) critíca a la vez el cartesianismo, como si de un pecado se tratase, de Huygens, como un hijo que rechaza la herencia paternal. Esta actitud puede verse reflejada en una cita en la que Leibniz dice:

> Prefiero antes a un Leeuwenhoek que me diga lo que ve, que a un cartesiano que me diga lo que piensa. Es, por tanto, necesario unir el razonamiento con las observaciones (Leibniz, carta 33, AA III, 5, n.9: 62-3),

Esta cita es curiosa por la situación en la que se presenta. Leibniz prefiere a un Leeuwenhoek que dice lo que ve antes que a un cartesiano que dice lo que piensa. Huygens, a la vez, es la figura que se encuentra precisamente entre Leeuwenhoek y Descartes, pues por un lado había comenzado a idear un microscopio simple al estilo del de Leeuwenhoek y publicó un texto en el que se presenta un tipo de telescopio, con los cuales Huygens podrá observar los fenómenos (Dijksterhuis 2004: 215; OC 8: 263-266; OC 8: 273-276). Huygens es, de hecho, acusado por Leibniz de no saber sacar consecuencias metafísicas adecuadas de sus investigaciones, las cuales estaban basadas en la observación empírica de los fenómenos físicos. ¿Por qué no prefiere Leibniz a un Huygens que le diga lo que ve? Porque a su vez entiende que Huygens es un cartesiano en el sentido de que su metafísica es débil y que por tanto no llegaría a entrar en la sala de la verdad.

Huygens es, tanto el Leeuwenhoek que le dice lo que ve como el cartesiano que le dice lo que piensa. Podría decirse que, en este sentido, para Leibniz la figura de Huygens es transicional, ya que Leibniz prefiere una especie de «observación pura» sobre la naturaleza para poder sacar las consecuencias metafísicas apropiadas.

Huygens sí que podía entenderse como cartesiano en un aspecto clave. Descartes desea explicar la totalidad de los fenómenos empíricos en base al uso de matemáticas sencillas (Andriesse, 2005: 4) y como consecuencia de su método filosófico, tal y como Descartes explica en carta a Mersenne a finales de noviembre de 1633, donde afirma:

> Y confieso que si esto es falso [el movimiento de la Tierra], todos los fundamentos de mi filosofía lo son también, puesto que se demuestra mediante ellos. Y está de tal modo ligado con todas las partes de mi Tratado, que no podría prescindir de ello sin hacer defectuoso todo el resto (Descartes, 2005: 248).

Huygens también compartía otros aspectos con Descartes como la reticencia a publicar sus trabajos, la amistad con Mersenne o que ambos desarrollaron sus carreras en Francia y Holanda. Sin embargo, Huygens tenía diferencias claras con el sistema cartesiano, encontrando serios defectos en la teoría de la colisión de los cuerpos cartesiana, que sería «el fundamento físico de su cosmovisión del mundo» (Andriesse, 2005: 99).

Descartes y el cálculo infinitesimal

Durante las conversaciones que tenían lugar en la discusión sobre el problema de la catenaria, tratado en el capítulo 2.3.2 de esta tesis, Leibniz intenta convencer a Huygens de la utilidad de su cálculo infinitesimal, afirmando que éste ofrece «las verdades por una especie de análisis sin ningún esfuerzo de la imaginación» (Leibniz, carta 42; AA III, 5, n.39: 279). Llama mucho la atención esta actitud de Leibniz con respecto a cómo se alcanzan las verdades. La matemática en la modernidad, de hecho, era la ciencia racional por excelencia, y prácticamente todas las figuras científicas y filosóficas de los siglos XVI y XVII otorgaban a las matemáticas un papel epistemológico superior a aquel que posee la especulación filosófica. Ya hemos señalado, sin embargo, que Leibniz fue un pensador único en su época, y unas de las razones más importantes es porque su pensamiento no es empírico ni matemático, sino que es eminentemente filosófico.

En ese sentido hay una influencia cartesiana, pues la matemática sirve como modelo cognoscitivo de la realidad. Nótese que Descartes buscaba imitar el modelo matemático cuando creó su famoso método, puesto que la matemática apuntaba a mostrar verdades. Leibniz aquí presenta un acercamiento parecido con respecto a la matemática, puesto que señala que su cálculo ofrece verdades. Afirma que este cálculo «nos da sobre Arquímedes todos los avances que Viète y Descartes nos habían dado sobre Apolonio» (Leibniz, carta 42 ;A III, 5, n.39: 279-80). Esta analogía hace referencia a la geometría analítica creada por Descartes y por Viète, que presentaba una gran ventaja con respecto a aquélla de Apolonio, y cuyo gran avance representa cualitativamente el mismo avance que presenta el cálculo infinitesimal con respecto a la geometría matemática de Arquímedes. Arquímedes estudió el asunto de las cuadraturas aritméticas en curvas mecánicas, por lo que el sentido de la frase de Leibniz cobra vigor: el cálculo infinitesimal leibniziano permitiría encontrar representaciones matemáticas de las curvas mecánicas, las cuales habían sido estudiadas por Arquímedes, de un modo tan sencillo como se trabaja con la geometría analítica cartesiana con respecto a la geometría de Apolonio. Además, también en una carta del 20 de diciembre de ese mismo año Leibniz vuelve a reafirmar la misma idea, casi con las mismas palabras pero afirmando que su cálculo supone un avance con respecto a la geometría de Arquímedes, del mismo modo que la geometría de Viète y Descartes son un avance con respecto no solamente a la geometría de Apolonio sino, mucho más importante, a la geometría de Euclides (Leibniz, carta 46; AA III, 5, n.53: 239).

La primera vez que aparece Descartes en la correspondencia es sacado a colación por Leibniz cuando intenta demostrar a Huygens la utilidad de su cálculo:

> Pues Viète y Descartes habían mostrado que los problemas de la geometría curvilínea son transferidos de la Geometría a la Aritmética de números racionales por las progresiones. Y del mismo modo que Viète ha dado un Método para resolver todas las Ecuaciones aproximando los números tan exactamente como queramos, yo espero llegar a un Método de determinar las sumas de todas las Progresiones por aproximaciones tan exactas como queramos; esto es, perfeccionar la Geometría y generalmente la Matemática para el uso de la vida; visto que en el porvenir todo el cálculo será extremadamente aliviado gracias

> a mi instrumento de Aritmética (Leibniz, carta 3; A III, 1, n.39: 168).

Por lo tanto, podemos comprobar la influencia cartesiana en la creación del cálculo: los avances presentados por la geometría analítica cartesiana con respecto a la geometría clásica de autores como Apolonio se convierten en la base en la que se desarrollará el cálculo infinitesimal de Leibniz. De hecho, Leibniz afirma que la geometría cartesiana es un método para «digerir por orden las curvas y acomodar los problemas» (Leibniz, carta 7; AA III, 1, n.61: 280), pero que no se ha ocupado de encontrar la manera más simple y natural de acomodar todo ello en ecuaciones, puesto que para tratar con estas potencias, necesita Descartes casi tantas herramientas como problemas propuestos.

En palabras de Leibniz, partiendo del estudio que él mismo ha realizado sobre la cuadratura aritmética ha seguido desarrollando el cálculo y llega a la conclusión de que

> [P]odríamos acabar con [superar] la mayoría de las cosas que parecen estar por encima del cálculo: por ejemplo, las cuadraturas, el *methodus tangentium inversa* y las raíces irracionales de las ecuaciones y la aritmética de Diofanto. Porque tengo los métodos generales que dan la mayor parte de estas cosas, de una manera tan determinada como aquello para lo que el álgebra ordinaria sirve. Y no tengo miedo de decir que hay un modo de avanzar el álgebra más allá de lo que Viète y Descartes nos han dejado, al igual que ellos sobrepasaron a los antiguos (Leibniz, carta 12; AA III, 2, n.346, 845).

Leibniz ve su cálculo infinitesimal como el paso siguiente que debe dar la matemática para ser una herramienta efectiva para explicar los fenómenos empíricos.

Tal y como he señalado, en la correspondencia Leibniz Huygens hay un hiato de 8 años entre 1680 y 1688 en el que las conversaciones son interrumpidas. Cuando retoman sus cartas Leibniz afirma que al designar una curva indeterminada con la expresión general como

$$a + bx + cy + dxx + eyy + fxy, etc. = 0$$

puede encontrar las cuadratrices ordinarias de las curvas dadas, es decir, encontrar una cuadratura general de la curva dada, por todas sus porciones. Tschirnhaus, según Leibniz, habla de este intento en las *Acta* como si de su invención se tratase y lo utiliza, además, para demostrar la imposibilidad de las cuadraturas particulares. Esto, en opinión de Leibniz, ocurre porque Tschirnhaus lleva su método demasiado lejos, y se parecería al caso de las definiciones nominales y reales en Descartes. Esto hace referencia a que cuando el filósofo francés demostraba la existencia de Dios, sería demostrativa esta existencia una vez acordemos la posibilidad del sujeto (Hawthorne & Cover, 2000: 153). Sin embargo, he aquí la diferencia entre lo real y lo nominal:

> Puesto que se implicaría una contradicción el que nosotros demostrásemos que él pudiese ser verdadero y falso al mismo tiempo. Esto me da la ocasión de hacer esta distinción entre las definiciones reales y nominales, que las nominales se satisfacen de nuestro dar medio de discernir o reconocer la cosa definida, si ella se encuentra; mas las reales deberían dar conocimiento de más, que [ella, la real] es posible (Leibniz, carta 25; AA III, 4, n.283: 623).

Ello nos mostraría el error de Tschirnhaus: que la demostración de la imposibilidad de las cuadraturas particulares sería nominal y no real.

Por otro lado, en el contexto de la discusión sobre el problema de la catenaria, Leibniz afirma que su cálculo infinitesimal fue creado «para someter a análisis lo que el Sr. Descartes mismo había excluido» (Leibniz, carta 21; AA III, 4, n.267: 534) y que podía utilizarse para reducir todos los problemas a cuadraturas y reducir todas las cuadraturas a ciertas clases. Huygens responde a esta afirmación diciendo que lo encuentra oscuro, pero que es un asunto que tendría que estudiarlo más a fondo porque él también cuenta con un método equivalente para encontrar las tangentes de las curvas donde las reglas ordinarias no pueden utilizarse y que sirve para resolver muchos otros asuntos (Leibniz, carta 21; AA III, 4, n.267: 535).

Hay otras apariciones de Descartes en relación al cálculo infinitesimal más breves que señalamos a continuación:

- Las respuestas de Huygens son siempre mucho más concretas y directas que las de Leibniz. Huygens en julio de 1692 (Huygens, carta 52; AA III, 5, n.90: 338) le habla a Leibniz sobre Hubert Huygens (conocido también como Hubertus Huygens o Hubertus Huighenius), un matemático holandés con quien no compartía ningún parentesco, pero con quien estaba intercambiando correspondencia acerca del cálculo [12]. Este Hubert Huygens pensaba haber demostrado el camino para hallar la cuadratura del círculo (del cual el mismo Christiaan Huygens afirma estar desengañado a estas alturas) en su obra *Animadversiones quaedam circa proportionem quam ad Rectilineas habent figurae Curvilineae*, y además defendía la idea cartesiana de que la esencia de los cuerpos es simplemente extensión.

- Huygens también saca a colación a Descartes cuando le hace saber a Leibniz que ha retomado su correspondencia con L'Hôpital cuando éste último le propuso encontrar una línea recta igual a la porción dada de la línea logarítmica sin ninguna otra ayuda que la línea misma (Huygens, carta 55; AA III, 5, n.123: 460). Lo curioso es que afirma Huygens que L'Hôpital ha utilizado el cálculo leibniziano para resolver todos los problemas que Huygens le ha propuesto, y Descartes aparece aquí porque L'Hôpital pregunta a Huygens si tiene un método para cuando las subtangentes de una curva son $\sqrt{ay+xx}$, ó $\dfrac{2y^3}{yy+2yx-xx}$ ó $\dfrac{yy-xy}{a}$, que es la curva de Mr de Beaune a la cual Descartes hace referencia en una carta a Monsier de Carcavi. Afirma Huygens que desea ver la opinión de Leibniz a este respecto y que a él ya no merece la pena buscar estas soluciones, ya que todas estas dificultades han sido superadas por el mismo L'Hôpital, por Newton y también por el mismo Leibniz.

Sobre la refracción de la luz

Otro asunto discutido por Leibniz con respecto a Huygens es su opinión sobre la explicación cartesiana de la refracción de la luz. Según Descartes, el fenómeno de la luz no sería otra cosa que un impulso mecánico que se dirige a nuestros ojos a través del aire al igual que un ciego recibe información sobre el mundo a través del impulso mecánico producido por su bastón al chocar con los cuerpos Descartes 1981: 61)[13]. Concretamente, la refracción de la luz en Descartes es determinada de la siguiente manera: como si los rayos fuesen rectas que avanzan como si lanzásemos una pelota, la cual

[12] Ver OC 10: 244-254; 255-256; 264-266.

[13] «De esta forma vuestro espíritu se verá liberado de todas esas pequeñas imágenes que revolotean por el aire, llamadas especies intencionales, que tanto trabajan la imaginación de los filósofos», Descartes 1981: 62.

puede verse encontrada en su trayectoria con cuerpos blandos, duros o líquidos, características de los cuerpos que determinarían la trayectoria de la pelota de luz Descartes 1981: 63-65. Leibniz, señala, no está «enteramente» de acuerdo (Leibniz, carta 12; AA III, 2, n.346: 842).

Le pregunta Leibniz a Huygens porque ha llegado a saber a través de Mariotte que Huygens preparaba en esta fecha, 1679, su dióptrica, es decir, el estudio matemático de la refracción de la luz), la cual deseaba ver desde hace tiempo. Esta dióptrica hace referencia a la obra que Huygens tenía planeado publicar en aquella época, pero que quedaría sin terminar. Su *Tratado sobre la luz* estaba destinado a ser la primera parte de esta dióptrica, ya que su teoría de la luz en principio era indispensable para su dióptrica, pero sin embargo, poco a poco fue percatándose de que entre ambas partes de la dióptrica había demasiadas diferencias, y decidió publicar el *Tratado sobre la luz* ya en 1690 como una obra independiente (Dijksterhuis, 2004: 215-216).

A finales de 1652, estudiando la *Dioptrique* de Descartes, Huygens encontró un error. Aunque en la *Dioptrique* no se encuentran las demostraciones matemáticas de Descartes, sí que se encuentran en la *Geometrie*, donde Descartes deriva cuatro clases de óvalos que pueden ser usados para crear lentes. El descubrimiento de Huygens es que uno de los óvalos descritos por Descartes puede ser reducido a un círculo en ciertas circunstancias, lo cual podría ser útiles puesto que en telescopios, y otras herramientas similares, ya que no se utilizaban lentes en formas de óvalos sino en forma de círculos. Sin embargo, como señala Fokko Jan Dijksterhuis «Sus cartas de este periodo muestran que era esta expectación la que le hizo proseguir con sus investigaciones sobre dióptrica» (Dijksterhuis, 1996: 119), aunque finalmente el descubrimiento no tuvo la utilidad esperada. Este descubrimiento hizo que Huygens se interesase por la dioptrica y muestra que estudió a conciencia los trabajos de Descartes sobre esta materia. De hecho, tanto él como su hermano Constantijn se dedicarían a moler y pulir lentes a partir de 1654, y aunque abandonó por un periodo sus estudios teóricos sobre dióptrica, volvió a partir de los 1660s al intentar reducir la anormalidad de las lentes que producen la imagen del telescopio configurando las lentes apropiadamente. Además, con el uso de otras lentes añadidas podría corregirse la aberración de estas lentes, ya que esta aberración estaba influenciada por la posición de la superficie retractora con respecto a los rayos de luz:

> El análisis de Huygens sobre la aberración esférica es un ejemplo de su habilidad para aplicar matemáticas a objetos concretos. Conllevaba encontrar una relación entre la curvatura de una lente y la cantidad de aberración de un rayo en una distancia particular desde el eje. No trataré este análisis en detalle. El problema era tan complejo que Huygens llegó a una solución teórica para solamente unas pocas configuraciones particulares de lentes (Dijksterhuis, 1996: 122).

La respuesta de Huygens aparece el 22 de noviembre de 1679. Afirma que pasó todo el verano trabajando el caso del Cristal de Islandia, el cual «posee unos fenómenos tan extraños que no puede penetrar las razones de todos» (Huygens, carta 14; AA III, 2, n.359: 889). Dice también Huygens que este trabajo sobre el cristal de Islandia le ha ayudado a confirmar enormemente su teoría sobre la luz y las refracciones ordinarias, y que estudiando estos asuntos dio con la construcción de un problema propuesto por Descartes, «dada la figura de un lado de un vidrio, encontrar la figura del otro lado para establecer el perfecto ensamblaje de los rayos paralelos o viendo un punto dado, y aún más universalmente, porque quiere que los datos sean esféricos o de sección de cono» (Huygens, carta 14; AA III, 2, n.359: 889). Desgraciadamente Huygens no accede a la petición de Leibniz de hacerle saber qué opina de la *Dioptrique* de Descartes, pues más adelante señala que le gustaría ver este tratado que estaba preparando impreso ese mismo invierno si su salud se lo permitía, cosa que no ocurrió, ya que no llegó a enviarle su *Traité de la lumière* hasta 1690.

Justo en la siguiente carta de Leibniz, escrita presumiblemente nada más recibir la respuesta de Huygens, éste vuelve a afirmar que desea ver su dióptrica terminada, a la vez que le pregunta si le parece que la regla cartesiana de la refracción le parece sólida, que además Fermat llega a la misma conclusión «desde una posición totalmente opuesta» (Leibniz, carta 15; AA III, 2, n.361, 902). La respuesta de Huygens aparece en la carta 16, ya en enero de 1680, cuando responde que «nunca ha estado satisfecho, por razones demasiado largas como para señalarlas aquí» (Huygens, carta 17; AA III, 3, n.4: 49), aunque sí responde directamente a la conclusión de Fermat, la cual puede llevarnos a su opinión sobre Descartes:

> El Sr. Fermat para probar la misma regla que había dado Descartes supone que el rayo de luz debe emplear la mitad de tiempo posible, y que este rayo viaja más lentamente en el vidrio o el agua que en el aire. Mas yo me refiero sólo a este último y de ahí

> demuestro la misma regla de las refracciones, y también esta propiedad de que el rayo emplee la mitad de tiempo (Huygens, carta 17; AA III, 3, n.4: 49).

A ello responde Leibniz el 26 de enero de 1680, afirmando que también coincide con su punto de vista de Huygens de que el rayo de luz avanza más lentamente a través del vidrio y del agua que a través del aire. Señala Leibniz que Fermat ha adaptado a la refracción el método en el que Herón, Ptolomeo y otros antiguos habían utilizado para la regla de la reflexión [de la luz], aunque «éstos no habían tenido que encontrar el menor rayo, puesto que no hay más que un medio y en consecuencia no tenemos más que la longitud del camino a tener en consideración, y aunque haya dos medios hay que servirse de la razón compuesta del camino y de la resistencia de los medios» (Leibniz, carta 18; AA III, 3, n.22: 72). Fermat se sirve de la siguiente suposición: que en rayo de luz llega de un punto a otro por el camino más fácil, aunque señala Leibniz que más que un axioma, esto sería una suposición.

En la siguiente carta Huygens, que se remonta a 1690, diez años después de la anterior de la que hemos hablado, le hace saber a Leibniz que, además del *Tratado de la Luz*, publicará el *Discurso sobre la causa de la Gravedad*, una obra que trataría sobre «los cuerpos que atraviesan el aire o algún otro medio que les ofrezca resistencia» (Huygens, carta 20; AA III, 4, n.235: 460), a lo que añade que es algo que ha tratado Newton. También señala Huygens que parece que tanto Leibniz como Newton parecen haber chocado en referencia a la causa natural de los caminos elípticos de los planetas, pero que Leibniz no ha leído los *Principia Mathematica*, sino solamente una reseña en las *Acta Eruditorum*, aunque más adelante Leibniz pudo hacerse con una copia de los *Principia Mathematica* y escribió algunos comentarios y *marginalia* (Leibniz, 1973), y afirma más adelante que quizá cambiaría la opinión de Leibniz de leer la obra completa, y que introducir los torbellinos cartesianos, que bajo su punto de vista le parecen superficiales, es imposible si admitimos el sistema newtoniano, donde los movimientos se explicarían por la fuerza de la gravedad que ejerce el sol y por la *vis centrifuga*, las cuales se contrarrestan (Huygens, carta 20; AA III, 4, n.235: 461).

El 15 de julio de 1690 Leibniz todavía no había visto el *Traité de la Lumière* de Huygens, pues en esa carta muestra su deseo de ver sus teorías con respecto al misterio del cristal de Islandia. También retoma Leibniz la discusión sobre el cálculo que ha creado «para someter al análisis», del cual afirma que «el mismo Descartes habría hecho una excepción» (Leibniz, carta 21; AA III, 4, n.267: 536), y que serviría para reducir todos los problemas a cuadraturas, y también para reducir las cuadraturas a ciertas clases. Esta afirmación la hace en el contexto de la resolución del problema de la catenaria. A ello Huygens responde que lo encuentra oscuro pero que querría estudiarlo aunque ya posee un método equivalente para encontrar las tangentes de las líneas curvas donde las reglas ordinarias no sirven, o también para muchos otros asuntos.

Por último, resulta relevante que en una carta que escribe Huygens a Leibniz el 11 de julio de 1692 le dice a Leibniz que ha estado perfeccionando su estudio de la *Dioptrique*, perfeccionando aquello que ya ha escrito, y afirma que «he querido evitar el ser distraído por otras especulaciones» (Huygens, carta 52; AA III, 5, n.90: 336). ¿Qué significa esa afirmación propuesta por Huygens? Afirma que tiene muchas cosas por desenredar en su *Dioptrique*, para afirmarle más tarde que debe responderle a sus comentarios sobre los principios de Descartes.

Implicaciones filosóficas

A partir de la segunda etapa, vemos en Leibniz un ataque al sistema cartesiano. Este ataque no se produjo anteriormente, a pesar de que Leibniz era conocedor y había estudiado las obras de Descartes, porque todavía no había llegado a tener claridad sobre los métodos matemáticos y geométricos hasta sus investigaciones entre 1677 y 1679 sobre el *analysis situs*, junto con el desarrollo del cálculo (Martin, 1983: 247)[14]. A partir de ahí Leibniz desarrolla una serie de críticas que culminan con su pretendida edición de los *Principios de la filosofía* cartesianos comentados por él mismo.

Tal y como hemos visto, Huygens presenta un acercamiento peculiar a la filosofía. Esto es mostrado cuando le comunica a Leibniz el fallecimiento de Boyle, ocasión que aprovecha para afirmar que le parece extraño que Boyle no haya sacado grandes aplicaciones de las experiencias de las cuales están llenas sus libros, para poder establecer principios verdaderos (Huygens, carta 48; AA III, 5, n.59: 254). Esta afirmación parece diferir con la falta de pensamiento especulativo en el desarrollo de la praxis científica de Huygens tal y como hemos ido viendo. Lo curioso, dice Huygens, es que Boyle sí fue capaz de contradecir a los químicos. Por último señala Huygens que

[14] Bernardino Orio de Miguel afirma que estos textos, especialmente el *Meditationes de cognitione, veritate et ideis* (1684), las *Generales Inquisitiones* (1686) y la *Brevis Demonstratio erroris memorabilis Cartesii* (1686) son algunos de los textos más decisivos de Leibniz (Orio de Miguel, 2007: 37).

piensa lo mismo que Leibniz cuando afirma que desea conocer las conjeturas de los hombres excelentes, pero que éstas son muy perjudiciales cuando son tomadas como verdades, siendo éste el caso de Descartes, quien haciendo eso lo que consigue es que sus seguidores dejen de buscar algo mejor, ya que han alcanzado las verdades. Sigue Leibniz con este asunto cuando afirma que Huygens tiene razón al afirmar que el tono de Descartes al hablar sobre la organización de la materia es demasiado decisivo, pero que sería perjudicial que no hubiésemos tenido el sistema cartesiano (Leibniz, carta 49; AA III 5, n.63: 269). También reafirma Leibniz que le gustaría haber visto las conjeturas de Boyle, y más cosas suyas, puesto que le parece perjudicial también que Boyle haya suprimido parte de los experimentos más interesantes de las que el mismo Boyle ha dado cuenta a veces.

Resulta muy interesante, a la luz del papel que juega Descartes entre las discusiones de Leibniz y Huygens, una frase que hemos señalado en el capítulo de la mecánica (apartado «conjeturas y verdades», donde dice Leibniz que Dios quiera que Huygens piense en presentar sus conjeturas sobre las partes de la materia, puesto que Boyle no lo hizo, y que no conoce a una persona mejor que Huygens para sonsacar las consecuencias de estas (Leibniz, carta 49; AA III 5, n.63: 272). Es importante porque en esa opinión de Descartes Leibniz refleja también la opinión que posee sobre Huygens ya en estas cartas en 1692, ya bien entradas las discusiones de la segunda etapa. Leibniz, a pesar de la opinión *a posteriori* que presenta de Huygens, lo tiene en gran estima y lo ve capaz de «sacar consecuencias» de las conjeturas, por lo que esto se añade a la discusión sobre si podemos entender a Huygens como un filósofo de la naturaleza.

La siguiente carta que le envía a Leibniz como respuesta tiene fecha de julio de 1692. Huygens excusa en esta carta la tardanza de su respuesta diciendo que estos meses ha estado ocupado con el estudio de la dióptrica y mejorando lo que ya tenía escrito sobre este asunto. Además, afirma que en este tiempo ha estado intentando evitar verse atrapado por otras especulaciones y que por ello no ha visto el sentido de haber respondido (Huygens, carta 52; AA III, 5, n.90: 336-337). ¿Qué quiere decir con que no quiere distraerse con otras especulaciones? Hace referencia a las especulaciones sobre la materia de las que Leibniz hablaba, aunque podemos ver también un interés mayor de Huygens por las cuestiones más prácticas, como la dióptrica, que por aquellas más puramente especulativas, como la naturaleza de la materia y sus partes. ¿Quizá esto iba dando señales a Leibniz de que Huygens no estaba tan interesado en las especulaciones? Puede que así sea, pero es cierto que Huygens no desechaba del todo las especulaciones filosóficas, puesto que afirma también en esta misma carta que va a responderle más adelante acerca de las notas que ha escrito Leibniz criticando los principios de Descartes, algo que no llega a hacer por no querer entrar a minusvalorar directamente la metafísica de Descartes, tal y como he señalado en el capítulo de la mecánica.

En la carta 52 Huygens señala que es Beauval quien le ha hecho llegar los comentarios de Leibniz sobre las dos primeras partes de los principios de Descartes, los cuales afirma haber examinado con gusto. Señala el holandés que hay multitud de maneras de contradecir la filosofía cartesiana, la cual se presta fácilmente a este tipo de comentarios, y por ello él nunca ha estado satisfecho con su metafísica. Especialmente señala la idea cartesiana de que todos tenemos la idea de un ente perfecto (refiriéndose a Dios) en nosotros. Dice Huygens que no aprueba esta opinión y que está de acuerdo con la mayoría de los comentarios hechos por Leibniz. Pero desgraciadamente Huygens no se introduce más en materia metafísica, afirmando que sería demasiado largo entrar en esta discusión (Huygens, carta 52; AA III, 5, n.90: 341).

Vuelve a retomar asuntos filosófico-empíricos. Se encarga Huygens en esta misma carta del 11 de julio de 1692 de volver a tratar cuestiones sobre el movimiento, aunque afirma que en su *Demostraciones de las reglas de la percusión* presentará algunas cosas nuevas y paradojas en relación a este asunto, de lo cual ha publicado ya algo en Londres y París, y que enviará sus demostraciones a los señores de la Academia [de París] y a los de la *Royal Society*, en cuyos textos utiliza la *conservatio virium aequalium* o conservación del nivel de fuerza y la deducción del movimiento perpetuo, «es decir, la imposibilidad, mediante la cual usted ha refutado también las reglas de Descartes, que son reconocidas por todos como que distorsionan y son mantenidas sin fundamento, y no merecen la pena que usted tome» (Huygens, carta 52; AA III, 5, n.90: 341).

Por otro lado, según Beauval, parece ser que Leibniz tenía la intención de que sus comentarios sobre Descartes fuesen publicados junto a una nueva edición de los *Principios* de Descartes, pero como afirma Huygens cuando habla sobre este asunto, no sabe si los libreros iban a consentir tal cosa, puesto que ello no serviría para recomendar bajo ningún concepto la filosofía cartesiana ni a su mismo autor (Descartes). Huygens le presenta, en esta carta 52, dos recomendaciones: o que publique sus comentarios con *Le Voyage du monde de Descartes* (1690)[15] o que publicase estos comentario de forma

[15]Una obra escrita por el historiador jesuita Gabriel Daniel en la que criticaba principalmente la teoría de los torbellinos de Descartes.

independiente, poniéndoles un título, un prefacio y comentando también, si Leibniz desease darle más grosor al texto, las partes tercera y cuarta de los *Principios*, partes en las que hay menos asuntos en los que reprender a Descartes.

Otro asunto importante es la opinión que expresa Huygens sobre el sistema cartesiano. Afirma que Descartes quiso decidir sobre todas las materias relativas a la física y a la metafísica sin atender a si lo que decía era verdad o falso. Y que este hecho es lo que ha producido una gran fama del pensamiento cartesiano, puesto que al público se le presenta un pensamiento final, por lo que siguiendo las palabras de Huygens, el público se molesta cuando otros encuentran cualquier cosa mejor que este pensamiento cartesiano. También afirma Huygens respecto al sistema cartesiano que Descartes se abstiene de opinar sobre la producción de las plantas y de los animales, sin duda alguna «porque Descartes no ha visto medio de hacerles nacer del movimiento y de la figura de las partículas, así que le quedan los cuerpos que él considera» (Huygens, carta 52; AA III, 5, n.90: 341).

La respuesta de Leibniz se hizo esperar solamente unos meses. En septiembre de 1692 le afirma que no tiene pensado mostrar estas críticas de Descartes al gran público, quizá retractándose de su primera idea, expresada por Beauval a Huygens. Lo que afirma ahora es que le gustaría que, primeramente, Huygens hubiera señalado en qué partes concretas de las críticas no está de acuerdo con Leibniz mismo para poder discutir, aparte de las partes relativas al vacío y a la dureza de los cuerpos; y segundo, que también le gustaría que algún cartesiano hábil «pero capaz de razón» pudiese ver sus críticas y ver qué comentarios podría hacer este cartesiano (Leibniz, carta 53; AA, III, 5, n.106: 395).

Afirma también Leibniz en esta carta que le ha dicho a Beauval que le gustaría ver un texto de Huygens en materia de movimiento. Sigue hablando también de Descartes, pues afirma que examinando las reglas cartesianas se ha percatado de que se refutan ellas mismas por un principio de *convenance*. Y por último afirma también que su finalidad con estos comentarios escritos sobre Descartes, su idea no es presentar la verdadera filosofía, sino simplemente presentar una serie de animadversiones sobre Descartes.

Conclusiones

Como puede comprobarse, Descartes está en el trasfondo de muchas de las discusiones entre Leibniz y Huygens tanto en asuntos filosóficos como en asuntos relativos a sus diferentes sistemas científicos.

Leibniz casi siempre toma el papel del oponente al cartesianismo rechazando casi todas las ideas filosóficas de Descartes como el dualismo o la evidencia de la existencia de Dios. Sin embargo, Leibniz no desecha, por ejemplo, la proposición de los torbellinos o la naturaleza de los cuerpos. Por ello, como la creación del cálculo infinitesimal muestra, Descartes está continuamente presente a lo largo del desarrollo de las matemáticas leibnizianas y en su sistema filosófico.

Además, tal y como señala la correspondencia de Leibniz con Huygens, éste último se encuentra más cómodo cuando tiene que lidiar con asuntos puramente científicos antes que con cuestiones filosóficas. Huygens intenta no terminar en especulaciones filosóficas al modo en que sí termina Descartes, e intenta explicar la realidad deduciendo sus proposiciones solamente de sus estudios científicos de los fenómenos naturales, intentando escapar de la metafísica, que sería estéril para estas cuestiones. A pesar de ello Huygens no elimina del todo las consecuencias filosóficas de sus proposiciones científicas, sino que no encuentra el lugar para discutirlas en la correspondencia.

Analizando su actitud en estas cartas, sería materia de investigación responder a la cuestión de si Huygens podría ser entendido como un filósofo de la naturaleza más que un simple matemático y científico. Lo que sí está claro es que, tanto para Leibniz como para Huygens, el camino de la razón pasa necesariamente por Descartes.

3.3. La guía de Huygens en el desarrollo científico de Leibniz

El legado de Huygens en Leibniz

El 3 de julio de 1703, ocho años después de que Huygens falleciese, Leibniz escribe a Johann Bernoulli diciéndole que ha recibido las obras póstumas de Huygens, entre las que se debía encontrar el *Cosmotheoros*, entre otras.

Es muy probable que entre ellas, al haber Huygens prometido un tratado filosófico, pensase haber encontrado una obra que sistematizase el trabajo científico de Huygens, pues afirma Leibniz lo siguiente:

> He hojeado la obra [El *Cosmotheoros*] un poco y me parece que Huygens está de acuerdo con nosotros en lo referente a las leyes del movimiento, pero no ha establecido los principios capaces

> de definirlas sistemáticamente todas; así, por ejemplo, sólo trata del choque central y del concurso inmediato de un cuerpo con otro (OFC 16B: 730).

De estas palabras podemos sacar varias conclusiones. Lo primero, que tras el fallecimiento de Huygens, Leibniz seguía teniendo en alta estima el trabajo realizado por Huygens. Segundo, que este estima era tan alta que no se refería solamente a los trabajos científicos de Huygens, sino que también habla de que Leibniz le veía capaz de realizar una sistematización de su trabajo que ofreciese una visión completa y definitiva de su sistema científico-filosófico y, en definitiva, de su interpretación del mundo. Y tercero, que Huygens, a pesar de todo ello, no parecía ver razón para presentar esta sistematización última y, en su lugar, presenta tratados de mecánica que se centran en el estudio del movimiento concreto de los cuerpos (en este caso del choque entre un cuerpo con otro) en lugar de una generalización con mayor calado metafísico, a pesar de que con sus primeros trabajos ya facilitó la caída de la física aristotélica como sistema explicativo del mundo empírico (Boschiero, 2007: 199), lo cual permitió, junto con el desarrollo científico de otras figuras como Galileo, la caída de la metafísica aristotélica como un sistema explicativo definitivo del mundo.

Esta visión que ocho años tras su fallecimiento Leibniz mantiene de Huygens habla del alta estima que le guardaba, La influencia, por tanto, había sido significativa, y no circunstancial. Recuerda, de hecho, Leibniz en el borrador de una postdata originalmente dirigida a James Bernoulli que cuando llegó a París en 1672, aparte de ser autodidacta en geometría y tener poco conocimiento, no tenía la paciencia para leer largas series de pruebas geométricas para comprender apropiadamente las obras a las que se enfrentaba. De Huygens, en esta carta, afirma Leibniz que «vio en mí más de lo que realmente había», momento en el que le regaló una copia de su libro *Horologium Oscillatorium*. Confiesa Leibniz, de hecho, que ese fue el comienzo de un escrupuloso estudio de la geometría:

> Yo, que siempre he tenido la peculiaridad de que soy la persona a la que más se le puede enseñar de los mortales, a menudo dejo a un lado innumerables meditaciones mías que no son llevadas a su punto de madurez, cuando por así decirlo fueron tragadas por la luz arrojada sobre ellas por unas pocas palabras de algunos grandes hombres, para captar inmediatamente con avidez las enseñanzas de un matemático de la más alta clase, ya que

> rápidamente vi lo genial que era Huygens. Además estaba el estímulo de la vergüenza, ya que parecía yo ignorante respecto a estos asuntos (Leibniz, 1920: 14).

Pero la influencia de Huygens no se encuentra solamente en que de un modo fáctico le haya animado a estudiar geometría y le haya guiado en sus inicios para desarrollar sus métodos. También a través de sus obras se ejerce esta influencia, la cual podemos ver mediante el acercamiento que Huygens primeramente realiza de sus trabajos en mecánica y cómo ello se transmite a Leibniz.

Para comprender esta influencia primeramente debemos atender a Descartes, quien para desarrollar su geometría y su mecánica sitúa sus experimentos en el plano ideal, de modo que los cuerpos se comprenden como constructos ideales en ese plano, cuyas leyes se encuentran sujetas a los principios metafísicos propuestos a través del método cartesiano. De ese modo, la metafísica es la base de la geometría en Descartes, y todo experimento, así como toda ley, debe estar sujeta a estas leyes fundamentales y primitivas.

En Huygens hay un salto cualitativo, pues en lugar de formalizar una metafísica en base a la cual experimentar en la mecánica y levantar de ese modo sus leyes, atiende con una prioridad absoluta al mundo fenoménico. Y no se refiere a este mundo de los fenómenos como un abstracto general, sino que atiende a fenómenos concretos, de modo que del estudio de esos fenómenos se realice una generalización de las leyes, pudiendo decirse que es un ejercicio de pensamiento inductivo.

La influencia de Descartes en la modernidad es clara, pero Leibniz es consciente de que la adecuación de la mecánica cartesiana con la experiencia empírica es limitada, y por ello decide seguir los pasos de la mecánica levantada por Huygens principalmente a través de sus leyes del choque de los cuerpos.

Diferentes aspectos de la influencia de Huygens en Leibniz

Bos es de los pocos autores que han dedicado alguna investigación explícitamente a la relación entre Leibniz y Huygens, en su artículo Bos 1978. Es capital, una vez analizada la correspondencia comprobar, si su visión de la relación entre Leibniz y Huygens concuerda con lo que hemos analizado en capítulos anteriores.

Primeramente, señala que sabemos acerca de la relación entre Leibniz y Huygens gracias a OC, y a tres documentos de Leibniz: 1691 *De solutionibus problematis catenariae...* (Leibniz 2001b), la postdata dirigida a Jacob Bernoulli (GM 3: 72) y por último *Historia et Origo*. Debido al paso de los años, debemos añadir que ahora también conocemos la relación de Leibniz y Huygens gracias a los textos editados en AA, a las biografías de Leibniz (principalmente Aiton 1992 y Antognazza 2009) y gracias a O'Hara 1996, así como las traducciones de calidad que han ido apareciendo con notas, como OFC.

Según Bos, hay tensión en la correspondencia con Huygens, y se trataría de una tensión de formas de ser (de caracteres). Aunque creemos que esa tensión existe, creemos que decir que la tensión es de caracteres puede transmitir la información errónea. En nuestra opinión, la tensión existente en las cartas es científica y no de carácter. Esto lo vemos en que los problemas que aparecen entre ellos están marcados por la metodología leibniziana (continuamente prometiendo) en contraste con la Huygensiana, así como por la posibilidad de diferentes plagios posibles (catenaria, el otro de las AE, y el método inverso de tangentes). Respecto a esto, señala Bos:

> Huygens es un hombre precavido, poniendo altos y estrictos estándares de claridad y relevancia para su trabajo científico, receloso de grandes sistemas y promesas sin sustancia. Leibniz ve el valor de su trabajo tanto en su promesa de que habrá una mayor comprensión en el futuro como en su contenido actual. Él [Leibniz] fue un estratega del conocimiento más que un colector de hechos y de teorías (Bos, 1978: 60)[16].

Del mismo modo, Bos opina que si queremos analizar la influencia de Huygens en Leibniz no debemos mirar en la segunda etapa sino en la primera (Bos, 1978: 64) (aunque él no hace referencia a etapas, sí hace referencia a los años en los que éstas tienen lugar). En la segunda etapa, dice Bos, Leibniz está interesado en saber la opinión de Huygens, pero que «no aprende de él», sino que Leibniz parece más bien enfocado en convencerle de lo adecuado de sus métodos. Estoy muy de acuerdo, de hecho en la primera etapa la influencia va de Huygens a Leibniz, mientras que en la segunda etapa es al contrario, va de Leibniz a Huygens.

Pero si algo hay claro en la correspondencia es que desde los primeros contactos con Huygens se encuentran ya delimitados claramente los dos

[16] Para remarcar estas diferencias, dice Bos en el mismo lugar que Geroult se refiere a Huygens y Leibniz como el *savant* y el *philosophe*.

asuntos más importantes que se van a tratar en la correspondencia: el cálculo infinitesimal, tratado a través de las series infinitas como primer asunto discutido en la primera reunión que mantienen en otoño de 1672; y las cuestiones mecánicas, tratadas una vez que Huygens le regala el *Horologium* a Leibniz en 1673 después de que este último volviese de Inglaterra, aunque sin protagonismo claro hasta la segunda etapa.

Bos defiende, sin embargo, que a pesar de encontrarse la influencia de Huygens a Leibniz en lo que he llamado la primera etapa, la influencia no es tanto en matemáticas sino en mecánica:

> Si Leibniz aprendió de Galileo la importancia de los conceptos de continuidad y de los infinitesimales en mecánica, y si tomó de Descartes la idea de la ley de la conservación, fue de Huygens de quien tomó toda la estructura matemática y cinemática sobre la que iba a fundamentar sus propias ideas en dinámica: las tres leyes de la conservación (de la velocidad relativa, de la suma vectorial de los movimientos y de la suma de los productos mv^2), los principios que conciernen al centro de gravedad y la imposibilidad del movimiento perpetuo, los tres procesos paradigmas: colisión, caída (libre o mediante planos inclinados) y movimiento horizontal uniforme, y las relaciones entre estos procesos (Bos, 1978: 64-65)

Justo después de esta cita Bos afirma que la influencia de Huygens, al ofrecer esta estructura «y su relación con situaciones experimentales», llevó a Leibniz a tomar el lado *a posteriori* de la mecánica seriamente, «lo que salvó su trabajo de la sobre-abstracción de sus trabajos previos *apriori*» (Bos, 1978: 65). Esto no hace sino confirmar que, tal y como hemos comprobado, Huygens permitió a Leibniz desarrollar su mecánica (y su dinámica) de modo que superase el sistema apriorístico de Descartes, en el sentido de proponer primero una metafísica y de ahí deducir las proposiciones físicas en lugar de viceversa. Lo más importante en Leibniz es que a pesar de haber aprendido esto de Huygens, Leibniz no convirtió su metodología en el *a posteriori* puro, ni decidió centrarse exclusivamente en atender diferentes experimentos, sino que supo dar a la metafísica la importancia necesaria para que fundamentase la dinámica pero no de modo que impidiese que la dinámica y la mecánica estuviesen alejados de la experiencia empírica. La de Leibniz es una mezcla perfecta, en su justa medida.

Es gracias a esa mezcla perfecta que Leibniz es capaz de aplicar el concepto de infinitesimal a la comprensión del mundo material, por ejemplo.

Del mismo modo Bos explica que esta praxis leibniziana es la que le permite crear la noción de *actio* o fuerza, lo cual hace «eficiente» sus conceptos dinámicos (Bos, 1978: 65). Y, además, no debemos olvidar que Huygens fue una influencia clave en matemáticas, guiándo a Leibniz en cuanto a la literatura adecuada para desarrollar sus conocimientos en esta materia. Del mismo modo lo hacía proponiéndole problemas a resolver, tanto en la primera como en la segunda etapa.

A pesar de todo ello, señala Bos que no es posible deducir un resultado o método aprendido por Leibniz directamente de Huygens. De hecho señala Bos que las ideas referidas al cálculo en 1675 eran propias de Leibniz, al igual que las siguientes ideas respecto al cálculo:

1. El hecho de que la suma de secuencias y el tomar sus diferencias eran operaciones inversas, así como que el determinar las cuadraturas y las tangentes son también operaciones inversas (aunque no estoy de acuerdo aquí con Bos, ya que hemos visto que Fatio y Huygens ya eran conscientes de la posibilidad de estas operaciones inversas e incluso tenían métodos parecidos),

2. el percatarse del importante rol del triángulo característico para encontrar transformaciones de cuadraturas, y

3. el interés de Leibniz en las notaciones y el acoger la simbología adecuada en conexión con su idea de una *característica general* (Bos, 1978: 66)

Las dos primeras ideas fueron discutidas con Huygens pero sacadas a colación por Leibniz, encontrando la aprobación de Huygens. Y señala Bos que la tercera idea también podría haber sido sacada a colación por Leibniz en sus conversaciones con Huygens . La importancia de este último punto es el desarrollo que Leibniz hace de (1) y de (2) a la luz de (3), que en última instancia es un proyecto filosófico.

Bos también señala la diferencia mediante la cual los métodos huygensianos se diferencian de la praxis matemática de Leibniz:

> No era tanto en el rigor de la prueba que Huygens y Leibniz diferían [...] sino en el estilo de sus métodos de invención: para Huygens estos eran puramente geométricos, la notación algebraica sirviendo solamente para describir lo que estaba ocurriendo en la figura, y más al estilo de un artesano, en el sentido de que no estaba demasiado interesado en abstraer métodos generales de las soluciones del problema que se estuviese

> tratando. Para Leibniz, esto era la esencia del programa, estaba interesado en los problemas solamente debido a que ilustraban el uso de los métodos (Bos, 1978: 67).

Lo que esta diferencia muestra es que a pesar de la influencia de Huygens en Leibniz, este último no era un discípulo de Huygens en su sentido último, ya que no acogió la metodología huygensiana, sino que más bien se sirvió de ella para desarrollar sus ideas propias. La confianza ciega de Leibniz en sus propias capacidades para desarrollar conocimiento en geometría, matemáticas y filosofía sin llegar a la immitación de su maestro y sin llegar a hacer suyos los pros y los contras del maestro, habla de la grandeza, de la enorme capacidad científica de Leibniz.

Bos, para terminar, ejemplifica la relación entre Huygens y Leibniz generalmente como condicionada por diferentes estilo intelectuales entre ambos. Señala, sin embargo, que esta influencia es muy difícil de capturar, debido a la naturaleza del intercambio científico de ambos y del estilo diferente que poseían. Pero, más concretamente, ejemplifica la influencia de Huygens en Leibniz, primeramente diciendo que Huygens le suplió de hechos, métodos e ideas, tal y como hemos nombrado respecto al caso de la mecánica y el concepto de gravedad, que Leibniz lo debe al *Horologium* regalado por Huygens a él en 1673. Seguidamente, también señala que existe una influencia de maestro a alumno, en el sentido de que la experiencia de un científico maduro como Huygens ayuda a Leibniz a guiarlo para que desarrolle sus inquietudes en matemáticas y en mecánica. Por otro lado, señala Bos la influencia que denomina de «prestigio y estima evidente» de Leibniz a Huygens, una influencia que creemos que puede ser incluida en el anterior, el hecho de ser la figura de maestro y alumno. Y, por último, la influencia de la «discusión científica en general, que se mantiene después de que la relación entre maestro y alumno termine», haciendo una referencia directa a la importancia del intercambio epistolar entre Leibniz y Huygens (Bos, 1978: 67).

Si bien en ello Bos está en lo cierto, también señala que la influencia de Leibniz a Huygens es ocasional y que solamente se da cuando Huygens estudia el cálculo de Leibniz o cuando Huygens da crédito a la dinámica leibniziana. Pero, en nuestra opinión, en ninguna de esas dos posibilidades se encuentra influencia de Leibniz en Huygens, y este caso no es muy diferente a cómo Leibniz intentaba que su otro maestro (esta vez en metafísica), Thomasius, reconciliase la filosofía mecánica con Aristóteles (Goldenbaum & Jesseph, 2008: 58). Respecto al estudio de Huygens del cálculo leibniziano tras tantos años de discusión en las cartas y tras innumerables intentos por parte de Leibniz de convencerlo, Huygens realiza este estudio tras reconocer finalmente la utilidad del nuevo cálculo. Pero el mero estudio del cálculo no supone un cambio metodológico en Huygens, ni cambia tampoco su forma de acercarse a los problemas geométricos y matemáticos en sus últimos años de vida, en los cuales realizó este estudio del cálculo. Algo parecido ocurre con la dinámica de Leibniz. El hecho de que Huygens diese por válidas algunas cuestiones propuestas por Leibniz no implica una influencia en él, pues Huygens, en sus obras sobre dinámica, nunca acogió la dinámica leibniziana del mismo modo que, por ejemplo, los Bernoulli o L'Hôpital (quien escribió el denominado como primer manual del cálculo lebniziano: L'Hôpital 1988) acogen el cálculo leibniziano, tal y como se pueden ver en sus trabajos posteriores (Bernoulli, 1914). En esos casos sí se puede hablar de una influencia directa. ¿Significa, por tanto, que no existe ninguna influencia por parte de Leibniz en Huygens? Tal y como defiendo en el apartado 3.5. de esta tesis, esta influencia sí se dio, y se encuentra en el apartado filosófico.

3.4. El trasfondo metafísico de las discusiones

En los apartados anteriores de esta tesis hemos tratado asuntos como el cálculo infinitesimal, las series infinitas, el *analysis situs*, las curvas mecánicas y geométricas o el método inverso de tangentes. Aunque en cada uno de los apartados he señalado la importancia filosófica de todos estos temas, para una mente moderna, todos estos temas solamente parecen bailar entre la geometría y las matemáticas. Por eso, es normal preguntarse si aparte de las implicaciones filosóficas, todo ello podría entenderse como filosofía.

No hay que ir muy lejos en la bibliografía de Leibniz para encontrarse citas como «Toda mi matemática es metafísica, o podría convertirse en ella» (AA III, 6: 253), que dijo Leibniz en su época madura en carta a L'Hôpital. ¿Es por tanto, su matemática, metafísica? ¿Son ambas traducibles? ¿Son, en su esencia, la misma cosa?

En nuestra opinión, y a la luz de todo lo estudiado respecto a la correspondencia con Huygens, la cuestión se torna cada vez más compleja conforme uno se adentra en las cartas, así como en el sistema filosófico de Leibniz y en el sistema científico de Huygens. Por un lado, la metafísica tiene su lugar delimitado: las cuestiones sobre las mónadas, sobre Dios y sobre las causas finales sin duda se encuentran dentro del ámbito metafísico. Especialmente la defensa de la teleología juega un papel esencial para comprender el mundo físico dentro de su sistema científico, incluso dándole mayor importancia de la que le dieron Descartes o Spinoza (McDonough, 2009: 506). Y la matemática posee una valla que delimita aún más su campo, donde situamos operaciones abstractas sobre números y figuras geométricas que pueden tener o no un paralelo o una finalidad en el ámbito fenoménico. Pero en Leibniz no es sencillo de encontrar esa limitación, pues la analogía del cálculo infinitesimal con el mundo trascendental y físico en el que la mónada tiene existencia encuentra su punto crucial en el progreso y en la diversidad de las formas de la sustancia, como señala Brunschvicg en (Brunschvicg, 1912: 222), quien además recuerda una de las cartas de Leibniz a Remond en la que señala:

> Como en una línea de geometría hay ciertos puntos distinguidos a los que llamamos vértices, puntos de inflexión, puntos de rebote u otros, y como hay líneas que tienen una infinitud, igualmente hay que concebir en la vida de un animal o de una persona los tiempos de un cambio extraordinario, que no deja de ser otra que la regla general: al igual que los puntos distinguidos en la curva se pueden determinar por su naturaleza general o su ecuación (GP III: 635).

Cabe, por otro lado, preguntarse si la misma cuestión de desvelar la naturaleza de lo existente es ya un ejercicio de metafísica, a lo cual creemos que se debe contestar afirmativamente. ¿No es, por tanto, la práctica matemática una forma de desvelar el funcionamiento del universo, entendiendo por este término como el conjunto de aquello que posee existencia? Al menos, si seguimos el imperativo propuesto por Galileo y seguido por la mayoría de los modernos que afirmaba que la naturaleza está escrita con figuras geométricas (frase que popularmente se repite sustituyendo las figuras geométricas por números, en cierto modo simplificando la idea original), la matemática serviría para desvelar el mundo fenoménico, conocerlo, prevenirlo, y en definitiva enfrentarnos a él, dominarlo, poniendo en práctica el ideal del ser humano como dueño de la naturaleza, clave para entender la corriente de pensamiento de la modernidad, basada en la la perspectiva bíblica del hombre que pone nombre a los animales como ejemplo de dominación de la naturaleza.

Matemáticas y ámbito trascendental

Todo ello habla de la pertinencia de las matemáticas para el mundo físico. Pero, ¿qué hay del mundo trascendental? Pues si la práctica matemática sirve para desvelar el funcionamiento de lo existente, deberíamos incluir también lo trascendental. Aquí pueden oírse ecos clásicos que nos recuerdan que, según Platón, el mundo matemático, el mundo ideal, es el fundamento del mundo de los fenómenos, lo cual es una visión precursora de la visión de Galileo. Por tanto, las matemáticas, entre las que no debemos olvidar que se incluye la geometría, posee un papel fundamental para desvelar la naturaleza de lo existente. Y no sólo yendo de lo matemático ideal (pues las matemáticas no dejan de ser una ficción útil, como defiende Leibniz), sino también de lo ideal matemático sin pasar por lo fenoménico, por el mundo físico. Pues Dios no deja de ser trino, pero uno, lo que parece conllevar que el ámbito matemático posea una importancia sustancial en el terreno de la teología. El principio de contradicción, que es la ley lógica más fundamental, se encuentra conceptualmente fundamentado a su vez en la posibilidad de que se dé la existencia de lo individual, de la identidad única, y defiende Leibniz que no hay mónadas que se repitan *sólo número*. Por lo tanto, lo más básico de las matemáticas, me refiero a la misma existencia de los números, actúan como fundamento de principios metafísicos básicos en Leibniz y en toda la modernidad.

Se podría decir, erróneamente, que entonces la base de la filosofía leibniziana es la matemática en base a las palabras anteriores, pero nada más lejos de la realidad. Porque las matemáticas, a su vez, dependen de los principios de la metafísica, como el principio de no contradicción señalado anteriormente. Entonces, ¿es la metafísica la base del sistema leibniziano? De ser así, ¿por qué dice entonces Leibniz que toda su matemática es metafísica? Responder que la metafísica no es la base del sistema leibniziano sin duda sería una herejía, pues ante todo Leibniz es un filósofo a la altura de Aristóteles o Platón. Pero al igual que en ellos, la metafísica no funciona sola, separada, como un ente independiente, sino en conjunción con las matemáticas. Y no con las matemáticas como un ente especial, sino en base a la capacidad que poseen las matemáticas para desvelar el funcionamiento del mundo fenoménico, especialmente en el caso de Leibniz al tener las matemáticas en la modernidad un papel primordial a la hora de señalar verdades certezas respecto al mundo[17].

[17] Respecto al papel de las matematicas con la metafisica en Leibniz, ver Goethe & Rabouin 2015.

La mejor forma de definir el funcionamiento de las diferentes disciplinas en Leibniz es recordar la frase de Hipócrates que señala que *todo conspira*, que tantas veces Leibniz citó. En este sentido, cada disciplina conspira para, juntas, ofrecer una explicación del funcionamiento de todo lo existente. De este modo, no sólo la metafísica y las matemáticas, a las que más atención estamos dedicando en estas páginas, sino también la teología, la química, la biología, la mecánica, la ética, la ingeniería y la política, entre otras tantas disciplinas en las que Leibniz dejó huella durante su vida, conspiran juntas para comprender, explicar y, una vez que conocemos, mediante este conocimiento *dominar* lo existente.

Sería, sin embargo, muy sencillo acoger todas esas disciplinas juntas y realizar un amalgama, un pastiche, en el que la investigación en física se vea sesgada o alimentada por la religión o en el que se propongan cuestiones metafísicas directamente influenciadas por las posiciones políticas (como afirmar que los bárbaros no son seres humanos), pero Leibniz nunca cae en ello porque su praxis no es la mezcla interesada de las disciplinas, y mucho menos la mezcla indiscriminada. En la interdisciplinariedad leibniziana, cada disciplina posee su papel y su posición que, en conjunto, forman la explicación última y verdadera de las cosas.

Ahora bien, ¿cómo determina Leibniz los límites de aplicación de estas disciplinas? En principio Leibniz no aplica a las disciplinas mayor límite que el que sus finalidades poseen, pero se sirve de unas para hacer analogías en otras (como por ejemplo, del infinito matemático al infinito material), influenciándose unas a otras. De modo que, a la hora de determinar una explicación sobre alguna cuestión, la metodología leibniziana es, si se me permite la analogía, infinitista. Con ello quiero decir que la separación entre las disciplinas, aunque determinadas por su objetivo (por ejemplo, las cuestiones relativas a Dios están relegadas a la teología; las cuestiones relativas al comportamiento de la materia están relegadas a la física; las relativas al movimiento de los cuerpos están relegadas a la mecánica), los límites son infinitos. Estos límites infinitos los saltamos, es decir, vamos de una disciplina a otra para conocer qué quieren decirnos, para conocer sus finalidades, para saber cómo funciona el mundo. Pero esos límites no son reales, en el sentido de que Leibniz no puede hacer teología sin hacer mecánica, metafísica sin matemáticas o física sin ingeniería.

Causas eficientes y finales

Esto nos deja, por otro lado, la necesidad de dilucidar si este trasfondo metafísico y filosófico que ronda todas las cartas posee una influencia similar en Huygens, científico que a lo largo de los 300 años que nos separan de su fallecimiento, ha sido comprendido como un gran matemático y astrónomo, entre cuyos intereses no se encontraba la filosofía. ¿Significa esto que la importancia filosófica de la correspondencia se ha dirigido tan sólo en una dirección, la de Leibniz?

Por otro lado, en la correspondencia encontramos una gran parte de la segunda etapa, especialmente, dedicada a cuestiones mecánicas que posee un gran calado filosófico, tal y como es la discusión sobre la existencia de una materia primitiva o átomos metafísicos de los cuales se encuentra formada la materia. En este sentido, el papel de Huygens ante las cuestiones filosóficas está claro: se introduce más en estas cuestiones de lo que en principio podía parecerlo. A pesar de que Huygens continuamente huya de las consideraciones metafísicas relativas al cartesianismo, lo más probable es que lo hiciese más por salvarse del juicio a Descartes que Leibniz buscaba realizar en esas discusiones que por no entrar en materia filosófica. En ese sentido, creemos que Leibniz estaba equivocado cuando acusó a Huygens de no tener «gusto por la metafísica» (GM III: 607).

Cabe la posibilidad de que Huygens no entrase en esas cuestiones por otros dos motivos. Porque no quisiese someterse al juicio de Leibniz en cuestiones de mayor calado filosófico o porque no se viese capaz de estar a la altura de Leibniz en estas cuestiones metafísicas. La última opción es la menos probable, pues aunque Leibniz fuese principalmente un filósofo antes que científico, las alabanzas de este último a Huygens en multitud de cartas sitúa a Huygens en un lugar propicio para discutir sobre esa materia (si Leibniz quería discutir sobre estos asuntos, es porque ve a Huygens con la capacidad suficiente para entrar en ellos). Cabe la posibilidad de que estos halagos fuesen una forma diplomática de empujar a Huygens a la discusión, pero es poco probable porque estos halagos se encuentran repetidos por toda la correspondencia.

Entonces, ¿tenía Huygens *gusto* por la metafísica? Eso es algo que respondo con mayor calado en el apartado 3.5. de esta tesis. Pero antes de nada hay que señalar que aunque Huygens es recordado como un matemático, astrónomo e ingeniero, su praxis es sobre todo la característica de un filósofo de la naturaleza, en el sentido de que, primero, no es un científico que sea totalmente ajeno de las consecuencias filosóficas de su trabajo matemático y científico, lo cual podemos deducir más del contextio biográfico y científico que rodean sus obras que se sus obras mismas. Y segundo, el mismo hecho de buscar ese desvelar el funcionamiento de la naturaleza, ya es por sí mismo hacer filosofía de la naturaleza.

Los intereses de Huygens que se escapan de las ciencias *puras* abarcan la teología, la constitución última de la materia y la existencia o no de vacío en el universo, asunto que posee connotaciones, a su vez, teológicas. Pero por otro lado, está también interesado en conocer las causas eficientes y finales en la naturaleza, y no solamente las formales y materiales. Se puede afirmar que las dos primeras han sido relegadas al cajón de la filosofía en el último siglo debido al auge del cientificismo y materialismo, y que desde esa perspectiva precisamente es como se ha juzgado habitualmente la figura de Christiaan Huygens. Es por ello que hoy es recordado como un científico honorable, entre cuyos méritos no se encuentra el interés por las causas eficiente y final.

Pero la carga filosófica en Huygens es real, porque la causa eficiente es la única que explica el devenir fenoménico, del mismo modo que la causa final de la existencia del universo no es otra que la gloria divina. Esto quiere decir que si queremos ofrecer una explicación apropiada, una explicación total del fenómeno del movimiento de los cuerpos celestes, por ejemplo, se deben tener en cuenta las causas finales. El hecho, sin embargo, de que estas no sean explícitas en la gran mayoría del corpus huygensiano es que la hipótesis clave desde la que se parte a la hora de desarrollar las ciencias en el siglo XVII es que, ante todo,los fenómenos deben ser explicables mecánicamente. Por ello, en los trabajos principales de Huygens no hay rasgo de las dos causas primordiales, sino más bien una explicación de la causa eficiente y material de, por ejemplo, la gravedad. En esto difiere de Leibniz, quien expone explícitamente que todo fenómeno es demostrable mediante las causas eficiente y final:

> Incluso encuentro que muchos efectos de la naturaleza se pueden demostrar de un doble modo, a saber, por la consideración de la causa eficiente y, todavía además de esto, por la consideración de la causa final, sirviéndose, por ejemplo, del decreto divino de producir siempre su efecto por las vías más fáciles y las más determinadas (OFC 2, 186).

Debido a ello, la primera consecuencia que se puede deducir es que hacer una mecánica que busque dar cuenta tanto de los aspectos fenoménicos como los trascendentales, es hacer filosofía de la naturaleza, ya que se necesitan las causas eficientes y finales para explicar estos aspectos trascendentales de los fenómenos empíricos, aunque puedan ser obviados al hacer una mecánica pura (es decir, que atienda solamente a las causas eficientes que se atienen al plano empírico). Por ello, mientras que encontramos en el corpus huyguensiano principalmente tratados mecánicos en el sentido empírico, se puede afirmar que Huygens no era solamente un mecánico sino también un filósofo de la naturaleza.

3.5. ¿Es Huygens un filósofo de la naturaleza?

Christiaan Huygens es recordado principalmente por los avances que otorgó al ámbito científico, especialmente la primera construcción del reloj de péndulo y el descubrimiento del anillo de Saturno. Mientras que muchos de sus contemporáneos como Descartes o Pascal son también considerados filósofos, este no es el caso de Huygens. Él es recordado junto a científicos como Galileo o Copérnico, quienes estaban centrados en una praxis puramente científica más que en un método interdiciplinar como Descartes o Pascal, quienes, especialmente el último, hacían continuas referencias a la analogía entre la ciencia, la filosofía, y la vida que debe llevar un cristiano (Cortese, 2014: 2384-2386). Sin embargo, en la correspondencia con Leibniz, Huygens reconoce en varias ocasiones que estaba preparando un tratado filosófico que finalmente vio la luz en 1698. El *Cosmotheoros*, publicado de manera póstuma, es un trabajo en el que la filosofía, la teología y la astronomía se encuentran íntimamente conectados.

Este tratado filosófico contrasta con la mayoría de su *corpus*, donde sus discusiones en mecánica son lo más cercano que podemos encontrar a un diálogo filosófico. Esto cambió con el *Cosmotheoros*. En este trabajo Huygens especula abiertamente sobre la existencia de habitantes creados por Dios en otros planetas, cómo son estos planetas y qué tienen en sus superficies, y si estos planetas pueden ser conocidos mediante analogía con la Tierra. Además, el *Cosmotheoros* no puede ser visto como un trabajo menor: le tomó varios años terminarlo y legó su manuscrito a su hermano Constantijn, a quien encargó su publicación antes de morir en 1695.

A la luz de ello es necesario responder a las siguientes cuestiones: ¿cómo entendía Huygens la conexión entre teología, filosofía y ciencia en su *corpus* científico? Mientras que esta conexión es explícita solamente en el *Cosmotheoros*, ¿se encuentra implícita en el resto de su obra? En este capítulo afirmaré que (1) hay una conexión clara entre filosofía natural, teología natural y física en Huygens, (2) que filosofía y ciencia no pueden separarse en Huygens y (3) que sus meditaciones filosóficas y teológicas guiaron su praxis científica.

Tal y como se puede comprobar, más de 300 años después de la muerte de Huygens todavía es necesario discutir sobre la naturaleza de su pensamiento.

Para poder evaluar apropiadamente a Huygens hay dos lugares donde se puede comprobar la naturaleza de su pensamiento: las correspondencias, puesto que son los únicos textos editados cronológicamente en las OC (volúmenes del 1 al 10), no presentan el sesgo que sí tienen sus obras individuales. Por ello, es un buen lugar donde comprobar la evolución del proyecto filosófico y científico de Huygens. A pesar de ello, tal y como he señalado, Huygens evitaba entrar en cuestiones puramente especulativas en sus cartas, dejando esta tarea para más adelante. El segundo lugar es la obra donde finalmente cumplió sus palabras y trató cuestiones sobre nuestro mundo de un modo eminentemente especulativo: el *Cosmotheoros*. Debido a ello y a que es una obra póstuma, escrita durante años y legada cuidadosamente a su hermano, creemos que es el lugar más apropiado para poner a prueba la interpretación habitual de la figura de Huygens por los historiadores de la ciencia.

La interpretación historiográfica sobre Huygens

Para poder evaluar adecuadamente la figura de Huygens hay que, primeramente, poner en cuestión la interpretación historiográfica de Huygens. ¿Fue un simple matemático tal y como los historiadores de la ciencia han afirmado habitualmente? Hay varios factores que entran en juego a la hora de evaluar la figura de Huygens y que debemos tener en consideración:

Primeramente, su método pragmático, que siguiendo la interpretación clásica sobre su legado parece buscar sobre todo resolver problemas antes que presentar un sistema científico unificado al modo de explicación última. Es necesario aclarar que existe un problema editorial que fortalece esta idea del Huygens que se dedica a plantear problemas y resolverlos, pues no sólo el orden de los trabajos de Huygens en las *Oeuvres Complètes* no corresponde con el orden en el que Huygens legó sus manuscritos, sino que tampoco se corresponde con el trabajo fáctico de Huygens: a veces un mismo folio posee textos desperdigados en varios volúmenes distintos de *Oeuvres Complètes*. Tal y como han señalado Joella Yoder y Gianfranco Mormino, hay una descontextualización de las actividades puestas en práctica por Huygens que hacen imposible reconstruir correctamente su pensamiento científico (Mormino, 2003: 149) (algo que parcialmente se ha solucionado con el catálogo de los manuscritos de Huygens: Yoder 2013). Dicho de otro modo, por el modo en el que se han publicado los diferentes volúmenes de las OC, parece Huygens un científico que sólo propone y resuelve problemas. Por otro lado, algunas trabajos escritos por Huygens en una misma hoja han sido separados en diferentes volúmenes por los editores de las OC y la edición no señala este hecho, lo cual acentúa la descontextualización de las obras de Huygens. Y, por último, la exégesis realizada por los editores de las *Oevures Complètes* nos presenta una visión fragmentada que, según Mormino y Rupert Hall, incluso ha tenido un efecto paralizante en los historiadores (Mormino, 2003: 146). Por ello, la interpretación historiográfica clásica de Huygens puede ser incorrecta.

Segundo, otro asunto derivado del problema editorial de las OC de Huygens es que el orden de los trabajos y de los volúmenes no refleja el orden original de escritura por parte de Huygens ni tampoco el orden actual de los manuscritos que se conservan en Leiden. A pesar de que Huygens fue muy cuidadoso en vida con sus trabajos, y siendo consciente de la importancia de sus escritos los preparó dos veces antes de su fallecimiento (la primera vez en una ocasión que estuvo gravemente enfermo y temía lo peor), debido a varias modificaciones durante los años posteriores a su muerte en 1695 (incluyendo la incorporación de testamentos y cartas de familiares de la casa Huygens), es muy difícil reconstruir el proyecto filosófico y científico de Huygens, ya que se ha perdido el orden original, de modo que el orden actual muestra tan solo una cara parcial de su trabajo.

Tercero, hay que tener en cuenta la reluctancia de Huygens a publicar sus obras, algo que comparte con Leibniz. En el caso del holandés no solamente no era inclinado a publicarlas sino que además no terminó proyectos como el que tenía en mente escribir como respuesta a los *Principia Mathematica* de Newton (Yoder 1991: 9-13, citado también por Mormino 2003: 150). Este hecho nos impide también tener una idea clara de la cosmovisión filosófica y científica de Huygens.

Cuarto, sus enfoque principalmente científico, que incluye un rechazo explícito a entrar en materia metafísica en cartas con Leibniz cuando éste último le pedía opinión sobre sus comentarios sobre los principios filosóficos de Descartes. A pesar de ello, Huygens sí llegó a discutir cuestiones de filosofía natural como la continuidad de la materia y el atomismo, la dureza de los cuerpos o la relatividad del movimiento, tal y como hemos visto.

Y quinto y último, la existencia del *Cosmotheoros*, que desafía la visión que tenemos de Huygens de un científico centrado en resultados y no en especulación. Esta obra es un reto a la visión histórica de Huygens como un mero matemático y físico. Su método es casi puramente especulativo, y en varias ocasiones lo denomina su «tratado filosófico». Ello muestra que Huygens verdaderamente estaba interesado en la filosofía, aunque parecía entenderla con un concepto amplio. Lo que marca la obra es su carácter especulativo que se encuentra a caballo entre la filosofía, la ciencia y la teología natural.

Por tanto, recapitulando, tenemos varios puntos que parecen apoyar la idea de que Huygens era principalmente un científico interesado en resultados inmediatos y otros tantos que parecen apoyar la idea de que Huygens era mucho más que eso:

- Factores parecen negar la interpretación historiográfica habitual de Huygens:
  1. Un problema editorial que impide la reconstrucción del proyecto filosófico y científico de Huygens.
  2. La existencia del *Cosmotheoros*, un tratado especulativo en el que trata cuestiones relativas a la teología y filosofía natural. Ello es muestra de la importancia que Huygens dio a la religión, la cual hasta el momento había quedado relegada a su vida privada.
- Factores que parecen apoyar la visión historiográfica clásica:
  1. La falta de interés implícito en entrar en materia filosófica.
  2. El, a veces, interés explícito en no mezclar disciplinas (por ejemplo, no quiere entrar a hablar de cuestiones teológicas cuando trata temas mecánicos), aunque en ocasiones lo llegue a hacer.
  3. Solamente tiene una obra que directamente analiza problemas especulativos.

Aparte de estos últimos puntos que apoyan la visión historiográfica clásica de Huygens que ve a un científico más que a una figura con cierta profundidad filosófica, debemos añadir la opinión de Leibniz, quien había tratado tanto personal como científicamente a Huygens y quien era un gran conocedor de su obra. Tras la muerte de Huygens dijo Leibniz en la famosa carta de enero de 1714 a Remond que Huygens no había tenido gusto por la metafísica (GM III: 607). En opinión de Leibniz, en los fenómenos de la naturaleza todo es hecho metafísicamente y mecánicamente al mismo tiempo, pero la fuente de la mecánica es la metafísica. Es más, según dice en la misma carta, pocos autores se han preocupado en unificar ambas disciplinas. Afirma Leibniz que Descartes lo hizo, aunque de un modo inadecuado respecto a las leyes del movimiento. Debido a ello Descartes sería la antesala de la verdad. Huygens, sin embargo, y siguiendo la opinión de Leibniz, sí que se ocupó de la mecánica de un modo más correcto debido a su inclinación empírica, pero no tuvo gusto suficiente por la metafísica como para unirla adecuadamente con la mecánica (GM III: 607).

Por todo ello se puede comprobar que tanto apoyar como desmentir la interpretación historiográfica de Huygens no es algo sencillo. Un investigador que ha tratado este problema ha sido Fabien Chareix, quien publicó una monografía llamada *La philosophie naturelle de Christiaan Huygens* (Chareix, 2006). Su argumento central es que Huygens es un filósofo de la naturaleza. Para poder reconstruir la estructura conceptual de las investigaciones de Huygens, Chareix ha seleccionado un grupo de trabajos de mecánica escritos por Huygens, pero no justifica el criterio utilizado para realizar esta selección (Dijksterhuis, 2008: 617-618). A pesar del valor que posee el trabajo de Chareix, la única obra casi puramente especulativa que Huygens escribió, el *Cosmotheoros*, es ignorada, aunque bien podría apoyar la tesis del libro. Otra opinión es la de Fokko Jan Dijksterhuis, quien opina, contrariamente a Chareix, que Huygens no fue un filósofo de la naturaleza sino un matemático, aunque haciendo hincapié en que fue un matemático del siglo XVII, con todo lo que ello implica. ¿Cómo entender entonces la figura de Huygens? ¿Qué nos enseñan las cartas con Leibniz para comprenderlo?

El *Cosmotheoros*

La obra está dividida en dos libros distintos. El primero habla de la cuestión de los habitantes en otros planetas. El segundo, sobre las estrellas y sus distancias. No lo escribió para el público en general, sino para la gente con formación clásica (OC 21: 656), por eso lo escribió en latín. Pero tuvo tanto éxito que rápidamente aparecieron traducciones al francés o inglés[18].

[18] Hasta el año 2015 no ha existido una traducción al castellano del *Cosmotheoros*. Sin embargo, la traducción aparecida (Huygens, 2015) es de una calidad poco deseable. Su traducción está realizada desde una traducción en inglés temprana, y no siempre fiel, al original en latín (ni si quiera se realiza desde la traducción francesa presente en OC), y el traductor confiesa que el motivo de centrarse en Huygens radica en su interés por una famosa teleserie de divulgación científica norteamericana, donde dedicaron un capítulo al científico holandés (Huygens, 2015: 16). La poca formación en materia huygensiana del traductor y editores se demuestra por la baja calidad de la introducción y del cuerpo crítico de la obra. Por si fuera poco, la traducción se acompaña con una serie de fichas en los que una artista contemporánea imagina, mediante una serie de dibujos de producción propia, cómo podrían ser los

Huygens responde a aquellos que pudiesen decir que estas conjeturas van en contra de la *Biblia*. Mientras que estas personas dirían que la Palabra solamente hace mención a que en nuestra Tierra hay animales y plantas, así como que es el hombre señor de esta Tierra, Huygens les responde que le parece evidente que Dios no ha querido que nosotros estemos lo suficientemente instruidos en detalle de todo lo que ha creado exclusivamente a través de las Escrituras.

Afirma que si nuestros ancestros se hubiesen retenido por escrúpulos parecidos a los que tienen los objetantes respecto a que estas cuestiones contradicen las santas escrituras, entonces nosotros podríamos ignorar hoy la forma o la magnitud de la Tierra o por ejemplo si existe un continente americano. Podemos entender por estos ejemplos que Dios no quiso darnos a conocer todas las cosas de la naturaleza en detalle a través de la *Biblia* sino también a través de la razón. Por ello, las especulaciones sobre habitantes en otros planetas no deberían dejadas de lado aunque tengamos y aunque sea cierto el relato del libro del *Génesis* (OC 21: 686).

Es más, la naturaleza fue hecha por Dios para que Él fuese glorificado y para el disfrute de la humanidad. Y el relato del *Génesis* incluye en el concepto «estrella» todo tipo de cuerpos celestes (aparte del Sol y de la Luna) que no pueden ser observador a simple vista. Por ello, debido a que no podemos acceder y ni si quiera observar *a priori* muchos de estas estrellas, planetas y satélites, no es extraño afirmar que debe de haber habitantes en otros planetas que al igual que los seres humanos contemplen y admiren el trabajo de Dios.

A pesar del tono teológico de estas especulaciones y de que Huygens comienza el *Cosmotheoros* afirmando la compatibilidad de éstas con la *Biblia*, Huygens no llega a presentar una cosmogonía, es decir, un relato del por qué y de cómo Dios ha creado el mundo. Huygens, como cristiano convencido y como es habitual en los científicos creyentes de la modernidad, seguramente compartía la creencia de que la naturaleza es un libro que en sí mismo demuestra la existencia de Dios (como por ejemplo Leeuwenhoek). De hecho, varios Salmos señalan esta opinión (8:3, 69:34, 96:11-12, 102:25)[19],

seres en otros planetas sobre los que Huygens se basa, dibujos que no tienen conexión alguna con el texto del *Cosmotheoros* y que por tanto distorsionan el contenido original de la obra tal y como fue ideada por Huygens. Esta edición de la obra, por tanto, no hace justicia a la importancia del *Cosmotheoros* en el cuerpo de obras de Huygens, sino que más bien se trata de una edición realizada con afán de satisfacer una curiosidad superficial y cuyo único interés es estético, y no científico.

[19] «Cuando veo tus cielos, obra de tus dedos, la luna y las estrellas que tú formaste, digo: ¿Qué es el hombre, para que tengas de él memoria, y el hijo del hombre, para que lo visites?» Salmo 8:3-4; «Alábenle los cielos y la tierra, los mares, y todo lo que se mueve en ellos»

al igual que Pablo de Tarso en la epístola a los Romanos[20] o Pedro en la 2ª epístola de Pedro[21]. A pesar de que Huygens no explique de qué modo surge la creación, él piensa que es imposible que los organismos fuesen creados por azar. Afirma que todo fenómeno es creado por la colisión de multitud de pequeñas partículas infinitamente duras. Del mismo modo estaba sinceramente persuadido que en el comienzo debía haber habido una verdadera creación que necesitaba llamar milagrosa, si todo lo que no es debido a dichas colisiones es calificado como milagroso (OC 21: 664-5).

Respecto a la existencia de Dios, para Huygens no puede ser demostrada, algo que sí pensaba Descartes (mediante los razonamientos sobre lo finito y lo infinito). Pero sí que presenta Huygens una teodicea a pequeña escala mediante la que afirma que no existe ningún príncipe del mal contrario a Dios, sino que el mal es una cosa necesaria en el progreso de la humanidad: Según Huygens, el mal es necesario porque nos ayuda a mantenernos alerta, mejorar nuestras defensas, luchar contra la pobreza y la miseria, porque nos ayuda a inventar diversas artes para poder examinar la naturaleza y porque además nos ayuda «a escrutar la naturaleza para conocer a aquel que nos ha dado fuerzas para admirar la fuerza y la inteligencia de su autor» (OC 21: 715-6).

El contenido de los otros planetas

Ya que la física no llega a hablar de los planetas distantes, Huygens utiliza la filosofía y las conjeturas. Por ejemplo, razona que si viendo el interior de un perro conocemos el interior de todos los perros, del mismo modo si conocemos nuestra tierra y ésta es un planeta, entonces podemos conocer el resto de planetas conociendo el nuestro.

La misma lógica aplica Huygens con el resto de cuerpos celestes, como por ejemplo los satélites. Si conocemos la naturaleza de un satélite de Saturno o de Júpiter, ¿no podríamos decir que podemos encontrar las mismas cosas en otros satélites? De este modo también si conociésemos la naturaleza de un cometa, conoceríamos la naturaleza de este tipo de cuerpos. Por

Salmo 69:34; «Alégrense los cielos, y gócese la tierra; Brame el mar y su plenitud. Regocíjese el campo, y todo lo que en él está; Entonces todos los árboles del bosque rebosarán de contento» Salmo 96:11-12.

[20] «Porque las cosas invisibles de él, su eterno poder y deidad, se hacen claramente visibles desde la creación del mundo, siendo entendidas por medio de las cosas hechas, de modo que no tienen excusa» Romanos 1:20.

[21] «Estos ignoran voluntariamente, que en el tiempo antiguo fueron hechos por la palabra de Dios los cielos, y también la tierra, que proviene del agua y por el agua subsiste [...].» 2ª Pedro 3:5.

lo tanto, si razonamos de esta manera, basándonos en nuestro conocimiento de un solo planeta, podemos realizar excelentes conjeturas acerca de los otros planetas de la misma familia (OC 21: 689).

Puesto que el parecido de la Tierra con estos planetas existe en tantos aspectos, es también natural conjeturar que éstos no son inferiores en dignidad ni belleza que la Tierra, ni de ningún modo menos adornados o descuidados: «¿qué razón podríamos inventar por la cual sería de otra manera?» (OC 21: 698). En la existencia de cuerpos inanimados (rocas, montañas, etc.) así como en la existencia de toda clase de seres vivos en otros planetas, ve Huygens claramente la eminencia de la providencia e inteligencia divina. Como consecuencia defiende que los animales de estos planetas no son menos nobles que los de la Tierra, y que la existencia de plantas es también necesaria para poder alimentarles.

Por ello, Huygens afirma que la Tierra no es un cuerpo especial en el universo, ni entre el resto de planetas. Aunque muchos puedan encontrar en esta afirmación un indicio de la inexistencia de Dios, Huygens entiende que el caso es justamente el contrario. La existencia de cuerpos inanimados como rocas o montañas, o la existencia de todo tipo de seres vivos como animales y otros seres personales son indicios de la inteligencia y providencia de Dios, no solamente en la Tierra sino en todo el universo.

Afirma Huygens que no ha encontrado ninguna filosofía, ni antigua nimoderna, que haya intentado responder a estas cuestiones (OC 21, 680). El hecho de que estos planetas distantes tengan montañas, valles y otro tipo de formaciones geográficas muestra la veracidad del sistema copernicano en contraposición a la cosmología aristotélica de cuerpos celestes perfectos. Además, siguiendo el razonamiento de Huygens, la Tierra es extremadamente similar a estos planetas. Por ello, si todos los planetas, incluyendo a la Tierra, son tan similares, no debería ser irracional admitir que el resto de planetas deben tener habitantes, al igual que nuestro planeta.

Algunos podrían decir que este tipo de conjeturas resultan inútiles porque incluso el mismo Huygens concede que no podemos comprenderlas ni afirmarlas con total certidumbre. Si eso fuese cierto, afirma Huygens, todos los estudios en filosofía natural (o física, como los denomina) que intentan establecer las causas de los fenómenos deberían ser rechazadas igualmente. Afirma que es la investigación no sólo de las disciplinas principales, sino también de las cuestiones más ocultas y difíciles las que traen la mayor gloria, la cual es poder encontrar las verdades (OC 21: 688).

La ciencia de los habitantes de otros planetas

Respecto a cómo son los habitantes de estos planetas, Huygens lleva su método especulativo más allá. Señala que Dios podría haber hecho los habitantes de América muy diferentes de aquellos que provenimos de Europa, pero ese no fue el caso: no hay diferencia alguna entre nosotros. Del mismo modo, la única diferencia entre nosotros, los seres humanos, y los habitantes de otros planetas, no es otra que la distancia que tienen con respecto al Sol: inferior o superior a la nuestra. Estos habitantes podrían ser diferentes respecto a su materia, es decir, físicamente, como resultado de estas distancias respecto al astro principal de nuestro sistema, pero no serían diferentes en «forma». Huygens afirma que, por tanto, viven en sociedad, en casas como las nuestras y que encuentran placer en conversaciones entre amigos, en el amor, en las actuaciones artísticas e incluso de las bromas.

Hay que destacar que impresiona que Huygens, a finales del siglo XVII, no solamente establezca que todos los seres humanos, sin distinción del continente, color de piel o cultura tengan, son iguales; ya de por sí esta idea es difícil de mantener en plena modernidad. Pero mucho más sorprendente es que lleve esta igualdad a los extraterrestres que habiten lejanos y desconocidos planetas. Podemos comprobar, por tanto, lo adelantado a su tiempo que se encontraba Huygens.

¿Qué significa que estos habitantes sean similares a nosotros en materia pero no en forma? Huygens afirma que ellos poseen el razonamiento como parte de su ser. Por ello, estos habitantes no serían un tipo de animales, sino seres creados por Dios que pueden utilizar el razonamiento al igual que nosotros lo hacemos para explicar el mundo. Si este no fuese el caso, la Tierra tendría más cualidades que el resto de planetas, y Huygens no parece dispuesto a conceder este privilegio a nuestro planeta por una sencilla razón: puesto que el sistema copernicano es cierto, la Tierra es un planeta como el resto de planetas y debido a ello todos deben ser similares. La misma lógica debe ser aplicada a animales, árboles, hierbas o metales (OC 21: 714).

Se puede comprobar, por tanto, que Huygens defendía que estos habitantes son como nosotros en su capacidad de razonamiento. ¿Significa ello que tienen la capacidad de hacer ciencia? Hay quienes afirman en época de Huygens que hay pueblos bárbaros en África y Asia que no tienen ciencia, al igual que los nativos americanos antes de la llegada de los europeos. En opinión de Huygens, sin embargo, esta afirmación sobre las naciones extranjeras es incorrecta. Afirma que en la misma Europa no muchas personas dedican sus vidas a las ciencias, y que el verdadero movimiento de los planetas acababa de ser descubierto (haciendo referencia al sistema copernicano de nuevo), una vez pasados siglos y siglos de historia de la humanidad hasta que se han descubierto. Por ello, señala Huygens que entre estos habitantes de otros planetas debe de haber también personas para quienes la ciencia es una total desconocida, haciendo un paralelo, nuevamente, con el caso presente en la Tierra.

Entonces, ¿cómo entender a Huygens?

Tras analizar el caso de Huygens y el *Cosmotheoros*, sostenemos que esta obra puede ayudarnos a resolver el problema de la interpretación de Huygens. Debido al método especulativo que utiliza y a los elementos pertenecientes a la filosofía y a la teología natural, es claro que el caso de Huygens es mucho más complejo de lo que los historiadores de la ciencia han mostrado hasta el momento. Si tomásemos por separado sus trabajos puramente científicos, tendríamos una visión parcial de su figura, pero si tenemos en cuenta al *Cosmotheoros*, que dentro de su *corpus* parece actuar como una especie de epílogo tras toda una vida dedicada a las ciencias, veremos que el caso no es sencillo.

En principio, la opinión de Dijksterhuis parece correcta: Huygens fue un matemático, pero no como lo que hoy entendemos por *matemático*, sino un matemático del siglo XVII: el concepto «matemático» no expresa la realidad y complejidad de la figura de Huygens, y debido a que Dijksterhuis no llega a explicarlo, vamos a tratar de hacerlo en las siguientes líneas. Lo que esa idea implica es que lo que Huygens hizo preferentemente durante su carrera académica fue una investigación sobre los fenómenos de la naturaleza, y para ello se valió de las matemáticas como herramienta principal. Pero no solamente utilizó las matemáticas, sino que también se dedicó a la ingeniería y a la física, a la óptica y a la mecánica. En todas estas disciplinas se encuentra presente la matemática, pero no como objetivo teórico sino como herramienta. De este modo, el *corpus* huygensiano parece mostrar una figura científica interdisciplinar centrada en descubrir el funcionamiento de la naturaleza. En esta idea, y de un modo parecido aunque diferente al leibniziano, cada disciplina tiene su papel, incluso la filosofía y la teología natural y revelada. Por ello, no parece adecuado entender a Huygens como un matemático, pero tampoco como un filósofo de la naturaleza tal y como lo entiende Fabien Chareix, ya que los textos utilizados por él parecen llevar a una interpretación parcial.

Si hay algo claro en Huygens es que no hay una filosofía pura. No hay metafísica ni epistemología, e incluso cuando Leibniz intenta que entre en estas cuestiones, Huygens rechaza la ocasión. Es más, incluso cuando Huygens se intercambió cartas con el mismo Descartes, sus discusiones estaban centradas principalmente en mecánica o matemática, pero no en filosofía *per se*. En nuestra opinión, Leibniz estaba en lo cierto cuando afirmó que la metafísica es el fundamento de la mecánica, y que Huygens nunca llegó a entrar de lleno en este fundamento. Él fue un científico, pero con un trasfondo filosófico que le permitió incluir sus investigaciones científicas en una estructura explicativa que no se limitaba a ninguna de estas disciplinas, incluida la matemática.

Ante esto nos queda otra pregunta a la que responder: ¿era necesaria la interacción entre la teología natural y la ciencia en este sistema explicativo de Huygens nunca explicado en su totalidad? Tras analizar el *Cosmotheoros* tenemos que responder afirmativamente. En nuestra opinión es imposible separar las especulaciones filosóficas y teológicas de Huygens de sus trabajos matemáticos ya que forman una unión en su proyecto científico tal y como muestra en su *Cosmotheoros*.

Por ello, incluso aunque Huygens fue un científico, tenía un proyecto científico en el que la filosofía y la teología natural tenían una voz y un papel a la hora de comprender y de explicar la naturaleza. Esto es algo que ha sido obviado durante siglos.

Huygens compartiría algo muy importante con su estudiante Leibniz: la significación religiosa del estudio de la naturaleza. Específicamente Huygens da este sentido teológico a toda su praxis científica, lo cual tiene importantes connotaciones filosóficas. Precisamente este trasfondo facilita la interacción de disciplinas a la hora de hacer ciencia, algo que quizá ha sido ignorado en la praxis científica y matemática contemporánea.

Para Huygens, por tanto, las matemáticas no acaban en las matemáticas, al igual que la teología natural no termina en la teología natural. Tal y como el *Cosmotheoros* muestra, cada disciplina en Huygens apunta a otras disciplinas que completan su comprensión filosófica de la naturaleza.

Ver a Huygens como un matemático, físico o quizá un filósofo es resultado de nuestra cosmovisión contemporánea, en la cual cada disciplina habitualmente trabaja separada con respecto al resto de disciplinas. En Huygens, sin embargo, hay una continuidad entre ellas. Más que un matemático o un filósofo de la naturaleza, podríamos entenderlo como un «observador del cosmos», como el título del *Cosmotheoros* parece sugerir.

Mormino, en *Penetralia Motus*, dice que Huygens tenía interés en los problemas filosóficos aunque no en la metafísica. Por ejemplo, en la teleología y en la búsqueda del método apropiado para acercarse a los problemas empíricos, todo lo cual forma parte de la filosofía. También pertenece a ella buscar las verdades del mundo natural, tal y como Galileo lo hacía. En ese sentido, podría entenderse a Huygens como un filósofo de la naturaleza, aunque según palabras de Mormino, su caso es el de una figura científica menos indiferente a los problemas filosóficos que otros contemporáneos suyos, eliminando la posibilidad de que Huygens fuese un científico *positivista* (Mormino, 1993: 3).

Conclusiones

Hay varios problemas que encontramos a la hora de evaluar la figura de Huygens. Primero, la interpretación clásica que los historiadores de la ciencia han venido presentando de manera habitual en los últimos siglos, la cual afirma que Huygens estaba más interesado en resolver problemas que en entrar cuestiones de calado filosófico como la creación un sistema explicativo unificado. Segundo, la imposibilidad de reconstruir su proyecto científico y filosófico basándonos en la colección de manuscritos conservados y en la edición de las OC. Tercero, la reticencia de Huygens para publicar sus trabajos en vida. Cuarto, su acercamiento principalmente científico a los problemas, incluyendo el rechazo explícito a entrar en cuestiones metafísicas. Y quinto, el *Cosmotheoros*, un trabajo que es totalmente diferente al resto de textos que Huygens había realizado hasta el momento.

¿Cómo comprenderlo entonces? Después de analizar el *Cosmotheoros*, creemos que hay motivos suficientes como para entender que Huygens fue una figura interdisciplinar. Él fue, en nuestra opinión, un matemático, entendiendo que ser un matemático en el siglo XVII no significa lo mismo que ser un matemático en el siglo XXI, sino un matemático con un trasfondo filosófico y teológico que guía sus disquisiciones mecánicas, especulativas e incluso las científicas. En ese sentido, diferente al de Fabien Chareix, sí creemos que puede entenderse a Huygens como una figura interesada en la filosofía de la naturaleza. Sin ese trasfondo, de hecho, ni si quiera podríamos tener el *corpus* científico de Huygens, y prueba de ello es que en el *Cosmotheoros* las especulaciones teológicas tienen prioridad a la hora de explicar el universo.

Capítulo 4

Conclusiones

Las etapas en la correspondencia

Hemos dividido la correspondencia Leibniz-Huygens en dos etapas diferenciadas debido, por un lado, a un criterio cronológico, ya que hay comunicación epistolar entre ellos en los periodos de 1672-1680 y 1688-1695, mientras que existe un hiato de ocho años de silencio entre los años 1680 y 1688. Pero la división se debe también a un criterio temático, ya que en cada etapa existen una serie de temas predominantes.

La primera etapa (1672-1680) comprende las cartas de 1 a la 18, y sus temas principales son: (1) una discusión sobre el cálculo infinitesimal leibniziano; (2) la presentación por parte de Leibniz a su maestro del *analysis situs*; y (3) la discusión sobre el descubrimiento del fósforo y su relación con el intento de Leibniz de conseguir un empleo en la *Académie des sciences*.

La segunda etapa (1688-90) está compuesta por las cartas de la 19 a la 71, y sus temas predominantes son: (1) discusiones sobre mecánica; (2) una discusión sobre el reto de la curva catenaria; y (3) una discusión sobre el intercambio del *methodus tangentium inversa* o método inverso de tangentes de Leibniz con Nicolás Fatio de Duillier y Huygens de intermediario.

Los cuatro papeles de Huygens

En la primera etapa de la correspondencia comprobamos cómo, tras llegar a París, Leibniz comienza a estudiar con Huygens con la finalidad de mejorar sus habilidades en matemáticas, para ponerse al corriente de las novedades de su época en esta disciplina. Esta actitud queda evidenciada por el hecho de que en sus primeros estudios matemáticos Leibniz llega a conclusiones que ya habían sido alcanzadas y publicadas por contemporáneos suyos y que eran conocidas en el ámbito científico. Por ejemplo, cuando visita Inglaterra a principios de 1673, durante los primeros años de su etapa parisina, episodio que en cierto modo se convirtió en la antesala de la polémica por la creación del cálculo, ya que adolece de una falta de formación sobre cuya base se levantan las sospechas de que había plagiado el cálculo newtoniano, especialmente por parte de Fatio de Duillier.

La guía de Huygens en las matemáticas, sin embargo, era necesaria para el desarrollo no solamente científico sino también filosófico de Leibniz. Y ante la voraz capacidad intelectual de Leibniz, que sin duda avanzaba en las matemáticas más de lo que cabía esperar de cualquier otro alumno, el magisterio de Huygens era ideal. Él fue su maestro, aunque quizá no en el sentido que lo entendemos habitualmente, como alguien que guía cada paso de los alumnos, evaluando y probando sus destrezas con la idea de seguir enseñando. Huygens, más bien, comenzó su práctica como maestro haciendo de faro, iluminando a Leibniz el camino a seguir para llegar a conocer los últimos avances de la época. Pero muy pronto Leibniz maduró y comenzó a andar por sí mismo. Muy temprano podemos comprobarlo con la primera de sus grandes aportaciones, la cuadratura aritmética.

En ese momento, y cada vez más, la luz del faro comienza a ser innecesaria, y Leibniz recorre su camino independientemente. Cuando esto ocurre, el papel como guía de Huygens cambia. En la primera etapa, Huygens es el maestro de Leibniz en matemáticas de un modo fáctico, aunque su figura pasa a la de mentor cuando Leibniz utiliza la confianza que los une para intentar conseguir un trabajo en la *Académie des sciences* de París. Y en la segunda etapa, el profesor y mentor se convierte en oponente, es decir, en una figura que pone a prueba el camino que Leibniz ha recorrido por sí mismo. Son prueba de ello especialmente los casos de la catenaria y del método inverso de tangentes. Este nuevo papel de Huygens es esencial para que ocurran dos hechos: (1) el primero, que Leibniz afiance sus métodos matemáticos y pruebe la utilidad de éstos. Se podría decir que esto habría ocurrido aun sin Huygens, pues Leibniz pone a prueba sus avances también ante L'Hôpital o ante los hermanos Bernoulli. Pero Leibniz encuentra en Huygens un gran oponente que permite mostrar el contraste entre los métodos antiguos y la nueva matemática basada en el cálculo. Huygens es, en ese sentido, la última de las grandes figuras de la matemática clásica, mientras que L'Hôpital y los Bernoulli batallan codo a codo junto con Leibniz; y (2) el segundo hecho que muestra lo esencial del papel de Huygens es que, al poner a prueba en público un método en contraposición a una figura como Huygens, Leibniz se situaba a la altura de las grandes mentes del momento, e incluso podía superarlas.

Por último, el papel de Huygens con respecto a Leibniz vuelve a dar un giro en la última parte de la segunda etapa de la correspondencia cuando entra en el ámbito especulativo con su *tratado filosófico*. En este papel, Huygens abandona la posición opositora para situarse en el lugar de un pensador que se pregunta acerca de la posibilidad de la existencia de otros planetas y seres creados por Dios en los confines del universo. En las cartas, Huygens hace referencia en varias ocasiones a la redacción de su *Cosmotheoros*, la obra donde desarrolla estas ideas, ante la insistencia de Leibniz de que presente sus hipótesis y especulaciones filosóficas. El hecho de que Huygens denominase «mi tratado filosófico» al *Cosmotheoros*, evidencia en nuestra opinión que estamos ante una influencia por parte de Leibniz, ya que el *Cosmotheoros* es una obra única en el corpus huygensiano. No hay ningún otro tratado filosófico ni metafísico en su obra más allá de las distintas consideraciones sobre la naturaleza de los cuerpos o de la materia, que también se tratan en la correspondencia, pero que siempre van acompañadas del interés científico por los fenómenos naturales. En el *Cosmotheoros*, sin embargo, lo principal son las consideraciones especulativas, de manera que sus consideraciones científicas adyacentes beben de la especulación, y no al revés como había sucedido en toda especulación previa en el *corpus* huyguensiano. Creemos que no solamente la insistencia de Leibniz a lo largo de los años, sino también el carácter metafísico del pensamiento científico de Leibniz fueron un factor clave para que Huygens diese este salto, a lo que hay que añadir la insistencia de Leibniz porque Huygens presentase no solamente *verdades* sino también *conjeturas*. Creemos que el estudio de las cartas y de la relación entre Leibniz y Huygens deja entrever esta influencia de Leibniz a Huygens.

La influencia de Leibniz en Huygens no es tan evidente como la influencia de Huygens sobre Leibniz. Esta última está clara, pues como profesor y guía, Huygens define los pasos a seguir del joven Leibniz, aunque a pesar de ello la capacidad científica de Leibniz sobrepasa con creces las expectativas de Huygens, llegando a crear métodos que éste último no comprende, como el *analysis situs*, pero especialmente el cálculo infinitesimal. Aunque el *analysis situs* no llegó a ser desarrollado a los niveles del cálculo, Leibniz sí hizo avanzar éste último hasta tal punto que Huygens llegó a reconocer su importancia y a estudiarlo en los años precedentes a su fallecimiento en 1695.

La influencia de Leibniz en Huygens, sin embargo, no se limita simplemente a un estudio del cálculo por parte de Huygens, pues de ser así no estaríamos ante una influencia en sí misma, a no ser que pudiese demostrarse que ese estudio cambia el ritmo o la metodología de los trabajos huygensianos posteriores a dicho estudio. La influencia de Leibniz hacia Huygens es, más bien, filosófica. En las últimas cartas Leibniz empuja a Huygens a que entre a tratar cuestiones metafísicas. Pocas son, a pesar de ello, las que Huygens decide desarrollar en las cartas. Las que sí desarrolla están centradas en cuestiones mecánicas y dinámicas, como la explicación de la causa de la gravedad tanto en los cuerpos celestes como en los cuerpos terrenales, o como la posible existencia de una materia primitiva, asunto en el que diferían completamente al defender Leibniz la continuidad en la materia y Huygens la existencia de átomos físicos. Aunque para Leibniz la mecánica posee su fundamento en la metafísica y estas cuestiones poseen un alto calado filosófico, éste desea, sin embargo, que Huygens entre en cuestiones metafísicas más *puras*, por ejemplo, solicitando a Huygens en varias ocasiones que entre a valorar los comentarios que Leibniz había escrito sobre los *Principios de la filosofía* de Descartes. Huygens, sin embargo, no entra en las cartas a valorar la opinión de Leibniz sobre el cartesianismo. Lo más probable es que esto fuese por no querer entrar en el juego que Leibniz pretendía de la crítica a Descartes, cuando Descartes era la figura más influyente en la vida científica Huygens. De este modo, cuando Leibniz escribe al final de su vida que Huygens no tuvo *gusto por la metafísica*, seguramente se refería a la negativa de Huygens de entrar en estas cuestiones puramente metafísicas. Sin embargo, Leibniz lee incorrectamente la intención por la cual Huygens no entra en cuestiones metafísicas. De hecho, el motivo lo encontramos en las mismas cartas con Leibniz. No es que Huygens no tuviese gusto por la metafísica, sino que no quería entrar en debates que además podían tener un carácter parcialmente público, en los que se viese forzado a desacreditar a su principal influencia, Descartes, al que desde niño admiraba y recordaba en su casa en La Haya.

El hecho de que Huygens sí tenía gusto por la metafísica, y que a su vez prueba la influencia de Leibniz en Huygens, es la existencia del *Cosmotheoros* adentrándose en cuestiones teológicas y filosóficas en conjunción con cuestiones científicas. El resultado del *Cosmotheoros* no es, sin embargo, lo que Leibniz esperaba, pues se trata de un escrito con un carácter popular (de hecho el éxito que tuvo no sólo entre la comunidad científica sino también entre aquellos que no pertenecían al ámbito académico fue notable, lo cual se demuestra por la enorme cantidad de traducciones aparecidas tras la publicación póstuma de la obra originalmente escrita en latín), en lugar de un tratado propiamente filosófico como podría ser, por ejemplo, su *Discurso de metafísica*. Leibniz leyó el *Cosmotheoros* de Huygens y su opinión, aunque positiva, distaba de ser excelente. Es posible que esto fuese debido al tipo de obra que era el *Cosmotheoros*: un texto que hablase de la posibilidad de habitantes en otros planetas y de la pluralidad de mundos, todos ellos creados por Dios y cuyos habitantes caían bajo el paraguas del mensaje del evangelio, y por lo tanto eran susceptibles de ser salvos.

El maestro y el alumno

Una consecuencia que se deduce de los diferentes papeles que Huygens tiene en su relación con Leibniz durante el desarrollo de la correspondencia es que el papel entre alumno y maestro se invierte.

Este intercambio de papeles es progresivo. Primeramente, Leibniz es el alumno de Huygens en la etapa parisina. Muy seguidamente Leibniz desarrolla la herramienta del cálculo infinitesimal (poseyendo ya el cálculo sus fundamentos bien edificados al salir de París) con el que supera los métodos geométricos utilizados por sus contemporáneos. Encontramos otro ejemplo de esto en el caso del *analysis situs*, con el que supera la visión absolutista de las relaciones entre cuerpos, visión imperante entre la mayoría de científicos de la época. En estos años, que se centran en las cartas de 1679 y 1680, aunque Huygens había sido poco tiempo atrás maestro de Leibniz en matemáticas, ambos se encuentran pronto, científicamente, situados en el mismo lugar.

Este hecho prosigue en el comienzo de la segunda etapa de la correspondencia: Huygens sigue ejerciendo de científico experimentado que, como antiguo maestro de Leibniz, y a pesar de encontrarse en el mismo estrato intelectual, sigue poseyendo una opinión determinante para Leibniz. Aunque en la primera etapa ya hemos sido testigos de la utilidad y del avance del cálculo, que no es comprendido por Huygens, en la segunda etapa este avance queda evidenciado en el reto de la curva catenaria. En este caso Leibniz muestra públicamente a Huygens, así como al resto de la comunidad científica, la adecuación de su nuevo cálculo infinitesimal.

Es tras el reto de la curva catenaria que la relación entre maestro y alumno se invierte. Primeramente, porque Huygens acepta la importancia del cálculo y afirma que se dedicará a estudiarlo en profundidad. Y la segunda muestra de ello la encontramos en el caso del *Cosmotheoros*.

En nuestra opinión, el fallecimiento de Huygens en 1695 ha evitado que poseamos la que podría haber sido la parte más interesante del intercambio epistolar, que es la discusión sobre el *Cosmotheoros*. Esto es así porque habrían dado el salto a la discusión especulativa que Leibniz ha buscado durante el desarrollo de las cartas en varias ocasiones, salto que Huygens no llega a dar de un modo explícito. Este salto, sin embargo, está implícito en el *Cosmotheoros*, y creemos que el empuje de Leibniz para que Huygens trate asuntos metafísicos fue esencial para que éste diese el paso por primera vez en todo su *corpus*. Por ello, comprobamos de nuevo la inversión de los papeles de alumno y maestro. Es ahora el antiguo alumno, Leibniz, el que marca el camino a seguir al maestro Huygens.

La interpretación historiográfica de Huygens

Una consecuencia de las dos conclusiones ya señaladas (que el papel de Huygens evoluciona en diferentes aspectos con respecto a Leibniz y que el papel entre alumno y maestro se invierte) es que la interpretación historiográfica de Huygens es errónea.

Huygens es recordado como matemático, astrónomo e ingeniero, pero esta es una visión simplificada que no representa la totalidad ni la profundidad del sistema científico levantado por Huygens. Este era, ante todo, un sistema que buscaba dar las leyes mecánicas del mundo fenoménico, y como parte de esa tarea, encontramos los grandes descubrimientos de Huygens como el anillo de Saturno, el pulimento de lentes que permitió la observación de este descubrimiento, y la creación del primer reloj de péndulo, que fue el sistema más eficaz para medir el tiempo hasta bien entrado el siglo XX. Estos descubrimientos son, sin embargo, la consecuencia práctica del sistema científico de Huygens que pretende dar cuenta del mundo fenoménico. Es decir: la clave para comprender a Huygens no se encuentra en esos descubrimientos, sino en el marco científico–teórico que le permitió alcanzar esos descubrimientos. De hecho, Huygens reconoce que es necesario contar con la abstracción de las leyes, así como añadir principios e hipótesis a los experimentos, ya que los experimentos por sí mismos no puede producir leyes ni científicas ni mecánicas (Dugas, 1954: 286).

Por ello, la visión habitual que se tiene de Huygens se encuentra sesgada debido a que no toma en cuenta la complejidad de la figura de Huygens. Además, esta visión no considera el más radical de sus trabajos, el *Cosmotheoros*, que, al igual que el descubrimiento del anillo de Saturno o la creación del reloj de péndulo, es también consecuencia de su planteamiento epistemológico.

Por ello, la interpretación historiográfica de Huygens debería tener en cuenta no solamente estos avances científicos sino el marco de actuación huygensiano que permite que estos avances tengan lugar. En este sentido

Huygens no fue un simple matemático, geómetra e ingeniero, sino una figura interdisciplinar con mayor interés filosófico del que en principio puede parecer, y que intenta dilucidar el funcionamiento del mundo, tanto en sus aspectos mecánicos filosóficos y teológicos.

La interdisciplinariedad como fundamento en Leibniz

Encontramos en Leibniz una cuestión similar a la de Huygens: que la interpretación de su metodología se encuentra habitualmente sesgada. Esto lo comprobamos en que la interacción entre disciplinas es entendida en Leibniz como una opción metodológica, cuando en realidad se trata de una cuestión que se encuentra en los fundamentos de todo su sistema científico, por lo que es un principio más que un método.

La diferencia es la siguiente: si aceptamos que la interacción de disciplinas en Leibniz es una simple opción metodológica, no habrá problema en realizar un estudio de su metafísica o de su matemática sin reparar en otras disciplinas como la teología o la política, puesto que podrían tomarse las consecuencias (teológicas o políticas, si seguimos el ejemplo) por separado. De acercarse a Leibniz de ese modo, estaremos realizando un ejercicio contrario a todo el sistema explicativo creado por Leibniz. En la interacción de disciplinas como principio o fundamento, sin embargo, la separación de lo que entendemos como unas disciplinas separadas de otras supone una desvirtuación de la práctica filosófica y científica de Leibniz. Esta práctica es habitual, sobre todo, desde el campo de las matemáticas, donde la importancia del cálculo es la meramente pragmática, sirviendo simplemente para resolver problemas y para permitir un espectacular avance de las matemáticas en los siglos XVIII y XIX.

Por tanto, en Leibniz la interacción de disciplinas es fundamental en el sentido de que ésta se encuentra en la base, en el fundamento de la creación de su sistema filosófico, que es, a su vez, el que permite la aparición de estos nuevos métodos como el cálculo infinitesimal o el *analysis situs*. En este sentido la interdisciplinariedad no es tan sólo un método sino todo un marco de actuación que permite el desarrollo de su pensamiento. Tan sólo un ejercicio interdisciplinar en todos sus pasos puede dar cuenta del mundo, puesto que éste no es tan sólo susceptible de ser explicado y aprehendido mediante la matemática o la teología, sino mediante una conjunción de todas estas disciplinas, lo cual se ve especialmente reflejado en la correspondencia con Huygens, en cuyas discusiones si bien se discuten asuntos por separado (el cálculo, la catenaria o las causas de la gravedad), todos ellos tienen un fino hilo que los une implícitamente, que es el de explicar el mundo en lugar de simplemente describirlo.

La correspondencia, comienzo de la polémica sobre la prioridad del cálculo

Por último, hay que señalar que en las cartas con Huygens se encuentra el origen de lo que en el futuro devendría en la polémica entre Leibniz y Newton por la prioridad sobre la creación del cálculo infinitesimal.

Este origen de las discusiones radica en el intercambio de métodos que Huygens promueve entre su antiguo estudiante Leibniz y su asistente Fatio de Duillier. Ambos poseen un método similar para obtener las propiedades de una curva partiendo de una tangente y viceversa, a lo cual se le ha denominado método inverso de tangentes, y sobre el cual también Newton había estudiado en la década de 1670.

Cuando en 1690 Leibniz y Huygens retoman la comunicación epistolar, uno de los primeros asuntos sobre el que discuten es el cálculo infinitesimal de Leibniz, el cual Huygens quiere poner a prueba con dos problemas matemáticos propuestos a Leibniz para que les encuentre solución. Ante la solución propuesta por Leibniz, Huygens recuerda que su asistente Fatio le había comunidado un método muy parecido, lo cual levanta el interés de Leibniz. De este modo, Huygens propone actuar de intermediario para recibir los métodos de ambos (Fatio se encontraba en Inglaterra en ese momento) y así asegurarse de tener ambos métodos antes de enviarlos al otro para compararlos (recordemos el celo con el que estos métodos se guardaban, así como la importancia de la prioridad de las invenciones de éstos en el siglo XVII).

Cuando Huygens recibe el método de Leibniz, se percata de que en el texto no se encuentra el método completo, lo cual hace sospechar a Huygens de que Leibniz estaba actuando de mala fe. Leibniz, sin embargo, estaba cumpliendo su parte del pacto, pues pensaba haber aceptado enviar solamente la parte de su método que podía ser útil para los lugares donde Fatio estaba teniendo problemas (asunto en el que Leibniz estaba equivocado, pues Huygens le había pedido el método completo). De este modo, y no siendo el primer encuentro polémico en esos años entre Leibniz y Huygens respecto a la posibilidad de que se buscase un plagio, Huygens comunica a Fatio que Leibniz no le ha enviado su método por completo.

Leibniz y Huygens cierran el asunto amablemente: Leibniz nunca llegó a recibir el método de Fatio, y éste último sólo recibió por parte de Huygens unas breves indicaciones del método de Leibniz. Y aunque entre Leibniz y Huygens el asunto de cierra sin mayores consecuencias, tal y como podemos comprobar en las siguientes cartas, Fatio, la tercera figura en discordia, aprovecha la ocasión en carta a Huygens para acusar por primera vez a Leibniz de plagio en dos cartas distintas. Estas dos acusaciones, que tienen lugar a finales de diciembre de 1691 y a principios de 1692, son las primeras acusaciones explícitas de plagio a Leibniz que existen. Al haberse recogido en las cartas con Huygens y no haber sido publicadas hasta finales del siglo XIX, la existencia de estas acusaciones no ha sido apenas conocida, de lo cual es muestra que a día de hoy la bibliografía especializada sitúa en casi todos los casos el origen de la polémica unos años más tarde, en 1699.

Esto, sin embargo, aunque desvela una conexión directa entre el fallido intercambio de métodos como origen de las discusiones sobre la polémica del cálculo infinitesimal, no parece suficiente para defender que se trata del origen de esta polémica, ya que podría haberse tratado de una reacción momentánea de Fatio de Duillier debido al malestar de lo que él pensaba que había sido un intento de plagio. Pero el asunto va más allá: mientras que en el periodo entre 1692 y 1699 Leibniz no guarda más que buenos deseos para Fatio, teniendo en consideración sus aportaciones científicas a pesar de que no presentaban un avance significativo con respecto a las cuestiones que trataba Fatio (sobre la causa de la gravedad principalmente), la actitud de Fatio fue distinta. Cuando en 1697 Leibniz no tiene en cuenta a Fatio como uno de los científicos capaces de describir la curva braquistócrona, reacciona de un modo que, dentro de lo académico, podría definirse como violento.

Por ello, Fatio de Duillier publica en 1699 su artículo en el que describe la curva braquistócrona, mostrando a Leibniz que se encuentra entre los científicos capaces de realizar tal tarea, aunque él no piense que sea capaz. Y es en ese mismo texto donde, de un modo indirecto, acusa a Leibniz de plagio, señalando que aquellos que hayan visto las cartas y los trabajos de Newton (como él había hecho) serán de la opinión que afirma que Leibniz ha plagiado el cálculo infinitesimal a Newton. La conexión de esta nueva polémica de Leibniz con Fatio se encuentra en que tras esas palabras Fatio señala que Leibniz no podría jactarse de haberle enseñado nada, pues años atrás (haciendo referencia a 1691-1692) también Leibniz se había intentado aprovechar de él, haciendo una conexión directa del intercambio fallido del método inverso de tangentes con Huygens de intermediario, con la controversia sobre la creación del cálculo.

Y por si las conexiones no fuesen suficientes, ambos, tanto Leibniz como

Fatio, hacen referencia a este fallido intercambio de método en las cartas que se intercambian tras el artículo de 1699, de las cuales se deduce que Fatio actuó en 1699 por venganza por la, en teoría, mala fe de Leibniz en su intento por plagiar a Fatio, en opinión de este último.

El papel de la correspondencia para comprender la filosofía leibniziana

Estudiar a Leibniz es una experiencia imposible de sintetizar en pocas palabras. Al leer sus textos, se abren tantos caminos y posibilidades que es difícil mantener el hilo de una sola disciplina, y esto sólo puede hacerse si uno desconoce el trasfondo de sus textos y sus intenciones. Ello impide, a su vez, que las interpretaciones sobre las obras de Leibniz sean sencillas, a pesar de que sí existen consensos en sus interpretaciones solventes.

Encontramos un ejemplo de esta dificultad en la afirmación de que Leibniz es un racionalista. Aunque es algo que se puede defender debido a la apelación a los principios de la razón por parte de Leibniz, no se puede decir que éste sea un racionalista de un modo estricto, tal y como nos muestra el hecho de que nunca llega a resolver (o aprehender) las raíces irracionales y delega esa tarea a Dios, el único que puede comprender la irracionalidad de un número y cómo de una irracionalidad se puede deducir algo racional (como ocurre en el cálculo). Sefarti llama a este tipo de acercamiento de Leibniz al problema de los números irracionales *racionalidad hermética* (ver Sefarti 2008).

En este sentido, no hay etiqueta capaz de definir la voracidad intelectual que Leibniz presenta en sus escritos, y no es de extrañar que 300 años después no solamente estemos todavía editando sus manuscritos sino también conociendo las importantes implicaciones que tienen no solamente para su época sino también para la nuestra.

Este laberinto infinito que supone adentrarse en Leibniz se encuentra especialmente acentuado en sus cartas. Las discusiones no son lineales: no siempre se cierran ni son respondidas de un modo definitivo las cuestiones que se tratan. Ello, a su vez, es un aspecto más de la filosofía leibniziana, que en cierto modo imita la praxis de las cartas, ya que la redacción de la mayoría de sus textos no son ideas definitivas (ni si quiera preparadas para su publicación). Y a la vez, la naturalidad presente en las cartas nos muestra a la perfección su *praxis*, que es principalmente dialogar, abrir las puertas a implicaciones en todas las disciplinas, filosofar sobre el mundo, sobre la naturaleza, sobre las sustancias.

Por tanto, acercarse a Leibniz es un reto que se ve acentuado cuando uno trata de estudiar las cartas. Pero a la vez, el estudio más adecuado del desarrollo de sus ideas se encuentra en las correspondencias, como si de una cápsula temporal se tratasen.

Tras la correspondencia

Algunas incógnitas quedan tras el análisis de la correspondencia entre Leibniz y Huygens. ¿Qué habría sido de Leibniz de haber conseguido que Huygens entendiese el *analysis situs*? ¿Qué habría ocurrido de haber conseguido su puesto con salario en París y de no haberse ocasionado la polémica con Newton? ¿Pudo haber conseguido una física relativista que adelantase la ciencia del siglo XX entre 100 y 200 años? ¿Qué habríamos encontrado en las cartas de haber vivido Huygens algunos años más?

Todo ello puede hipotetizarse, aunque no responderse de modo definitivo, a través de la lectura de las cartas. Pero si algo queda claro es que la complejidad de las figuras de Leibniz y Huygens queda reflejado en la relación que muestran las cartas que ambos intercambiaron. Respecto a esto, las cartas muestran que las posiciones de Leibniz y Huygens como alumno y maestro pronto se vuelven insuficientes para explicar la relación que mantienen a lo largo de los años. A pesar de la incomprensión de Huygens con respecto al cálculo y al *analysis situs* leibniziano, Huygens siempre mantiene a Leibniz en alta estima, así como Leibniz no deja de considerar a Huygens como un gran mentor a la altura de figuras que han pasado a la historia de la filosofía y la ciencia como Descartes, Newton o Galileo .

Conclusions

The stages within the correspondence

We have divided the correspondence Leibniz-Huygens into two different stages due to a chronological separation between the periods of 1672-1680 and 1688-1695, with an 8 years period of silence between 1680-1688; and due to a thematic criterion, since there is a series of predominant topics in each stage.

The first stage (1672-1680) includes the letters 1 to 18, and its main topics are: (1) a discussion on Leibnizian calculus; (2) Leibniz's *analysys situs*; and (3) a discussion on the discovery of phosphorus and its relation with Leibniz's attempt to become a member with a salary in the *Académie des sciences*.

The second stage (1688-90) includes the letters 19 to 71, and its main topics are: (1) discussions on mechanics; (2) a discussion on Bernoulli's challenge of the catenary curve; and (3) a discussion on the exchange between Leibniz and Fatio of their *methodus tangentium inversa* or inverse method of tangents with Huygens as intermediary.

Huygens' four roles

The first stage of the correspondence shows how, while being in Paris, Leibniz began studying with Huygens with the aim of improving his mathematical skills, in order to be up to date with the novelties of his age in mathematics. This necessity is exposed when Leibniz arrived at a number of conclusions in his first writings on mathematics that were well-known by his contemporaries in the academic field. We find an example of it in his visit to London in the beginning of 1673, which became the precursor to the polemic of the calculus war since the lack of mathematical skills was the basis on which the suspicions of Leibniz's plagiarizing Newton were founded, much of such suspicion coming from Fatio de Duillier.

Nevertheless, Huygens' guidance on mathematics was essential not only for Leibniz's scientific but also philosophical development. And Huygens' mentorship was ideal due to Leibniz's great intellectual capacities which made him advance in mathematics more than would have been expected from a student. Huygens was a great master but not in the habitual sense, as someone who guides every step made by his students by doing evaluations and proving their skills with regularity. On the contrary, Huygens acted as a lighthouse, illuminating the path to be followed by Leibniz. In this case, however, the student reached the shore surprisingly soon and started to walk on his own. Within the same first stage of the exchange of letters, we can see a sign of it in his development of the infinite series and the arithmetical quadrature.

When Leibniz starts to walk alone, there is a change in Huygen's role. In the first stage, Huygens is Leibniz's master on mathematics de facto, but his role evolves, becoming a mentor rather than a master when Leibniz tries to become a member with a salary in the *Académie des sciences*. In the second stage, the role changes again, now as an opponent, testing the path that Leibniz has followed independently. We find signs of this in the challenge of the catenary curve and the case of the inverse method of tangents. Huygens' new role as a scientific adversary is essential (1) for the consolidation of Leibniz's mathematical methods and its utilities. While it is true that this could have happened without Huygens (since Leibniz proves his methods before other scientists as L'Hôpital and the Bernoulli brothers), Leibniz finds in Huygens an exceptional opponent that allows showing the contrast between the classical methods and the new mathematics based on calculus. Huygens is, in that sense, the last great mind in classical mathematics, while L'Hopital and the Bernoulli brothers battle shoulder to shoulder with Leibniz. Huygens' new role is essential also (2) for the public exposition of Leibniz's methods. To prove his methods against a scientist like Huygens, in his new role as an opponent, proved publicly that Leibniz was not only as good as the rest of scientists and mathematicians, but even above them in some respects.

Finally, Huygens' role with respect to Leibniz changes again after the last part of the second stage of the correspondence, when Huygens enters into speculative methods with his philosophical treatise. In this final role, Huygens leaves his opposing function to place himself in the role of a thinker that inquires about the possibility of the existence of other planets and beings created by God in every corner of the universe. In the letters, Huygens makes reference, in several occasions, to the composition of his *Cosmotheoros*, the work in which he develops these ideas, when facing Leibniz's insistence to make Huygens present his hypothesis and philosophical speculations. The fact that Huygens himself called the *Cosmotheoros* «my philosophical treatise» shows, in our opinion, an influence from Leibniz, since the *Cosmotheoros* is a unique work in the Huyguenian corpus: there is no other philosophical or metaphysical treatise between his works beyond the different debates on the nature of the bodies or the matter (themes addressed in the correspondence), that are always accompanied with the scientific interest on nature itself. In the *Cosmotheoros*, however, the focus is on the different speculative considerations, and the scientific claims present in the text are based on those speculations, rather than the other way around, as every other speculation in the Huyguenian corpus. We think that, not only Leibniz's insistence during the years, but also the metaphysical nature of his scientific work were a key factor for Huygens to present not only truths but also conjectures. Thus, we think that the study of the letters and the relationship between Leibniz and Huygens shows a glimpse of Leibniz's influence on Huygens. Therefore, we can see that Huygens' role starts as guide, continues as mentor (both in the first stage of the correspondence), evolves into an opponent in the scientific meaning of the term (during the second stage) and, finally, ends as a companion in the speculative sphere (during the final part of the second stage, although developed outside of the letters).

Leibniz's influence on Huygens is not as evident as the influence that Huygens had on Leibniz, which is very clear: as master and guide, Huygens defines a path for Leibniz to follow, even though in some cases Leibniz surpass Huygens' expectations. We find an example of it when Leibniz creates methods that Huygens doesn't understand, as the *analysis situs*, and especially in calculus. The latter is also a sign of Leibniz's influence on Huygens, since the latter admitted its importance in the years before his death, in 1695.

However, Leibniz's influence is not limited to Huygens' study of calculus, since in that case it would not be an influence per se, unless there would be a methodological change in the Huyguenian works after the study of calculus. Conversely, Leibniz's influence is not to be found in mathematics but on philosophy. In the last letters, Leibniz incites Huygens to enter in metaphysical issues. Nevertheless, Huygens was not predisposed to debate on these speculative themes in the correspondence: the more speculative issues addressed are focused on mechanics and dynamics (eg. the cause of gravity in both celestial and terrestial bodies, the existence of a primitive part of matter and the continuity of matter). Even though for Leibniz mechanics has its basis on metaphysics and these issues have an important philosophical meaning, he desires that Huygens would enter into more *pure* metaphysical debates. For example: in several occasions Leibniz asks Huygens to critically assess the commentaries Leibniz had written for a new edition of Descartes' *Principles of Philosophy*. However, Huygens did not enter to this debate, probably due to his attachment to Descartes. Consequently, when Leibniz, at the end of his life, states that Huygens did not have taste for metaphysics, he was possibly remembering Huygens' refusal to debate when addressing these metaphysical issues. Nevertheless, we think that Leibniz wrongly reads Huygens' intention by which he did not entered in metaphysical debates. In fact, we find Leibniz's reason for it in the letters. It is not that Huygens did not have taste for metaphysics, but that he did not want to force a public criticism of his main influence, Descartes, whom he admired since childhood.

The fact that Huygens did have a taste for metaphysics and that there was Huygens had been influenced by Leibniz is to be found in the *Cosmotheoros*, in which Huygens enters in theological and philosophical disquisitions together with scientific considerations. However, this kind of work was not what Leibniz expected, since it was a book written to be read by anyone, with a clear popular nature (in fact it had a great success, not only within the scientific community but also amongst those that were not part of it, which is demonstrated in the quantity of translations from the original Latin that quickly appeared after its publication), instead of a treatise more centered on metaphysics or philosophy, as it could be, for example, Leibniz's *Discours on Metaphysics*. Leibniz read the *Cosmotheoros* and his opinion, although positive, was far from being excellent, possibly due to the kind of work that it was: a book that talked about the plurality of worlds and the existence of inhabitants living there, all of them created by God, and therefore, under the wings of the gospel and susceptible of being saved.

The master and the student

Another consequence that we find from Huygens' different roles in relation to Leibniz during the correspondence is that the roles of master and student are inverted.

This change of roles is progressive. First, Leibniz is the student in the Parisian stage. Next, Leibniz develops infinitesimal calculus and its basis (well established when leaving Paris), by which he overcomes the geometrical methods utilized by his contemporaries. We find another example in the case of the *analysis situs*, with which Leibniz overcomes the absolutist vision of the relation between bodies, the dominant vision between scientist in that era. During the letter between 1679 and 1680, even though Huygens have been just a few years ago his master in mathematics, both are then scientifically in the same place.

This continues into second stage of the correspondence: Huygens is still Leibniz's former master, and therefore, for Leibniz, his opinion is held in high regard even though they are now situated at the same intellectual level. An example of this is the challenge of the catenary curve, which acts as proof for the scientific community and especially for Huygens, of the utility of calculus, which was not understood by Huygens during the first stage.

After the challenge of the catenary, therefore, the relationship between master and student is finally inverted when Huygens accepts the importance of calculus and states his desire to study it deeply. And the second sign of it is to be found in the *Cosmotheoros*.

In our opinion, Huygens' death in 1695 has prevented the development of what would have been the most interesting part of the whole epistolary exchange: the discussions on the *Cosmotheoros*. This is because they definitely would have taken the leap to the speculative debate that Leibniz wanted for many years, which Huygens did not make explicit in the letters. Nevertheless, this jump is implicit in the *Cosmotheoros*, and we think that Leibniz's insistence in making Huygens enter into metaphysical issues was key for him to make this step for the first time in the Huguenian corpus. Thus, we can see again the inversion of the roles between master and student. Now it is Leibniz, the former student, who indicate the path for Huygens to follow.

The historiographical interpretation on Huygens

As we can deduct from the conclusions already stated (that the role of Huygens evolves in different aspects with respect to Leibniz, and that the role between master and student are inverted) is that the historiographical interpretation of Huygens is mistaken.

Huygens is remembered as a mathematician, astronomer, and engineer. But this is a simplified vision that does not represent the totality nor the depth of Huygens' scientific system. This was primarily a system that looked for the mechanical laws of the phenomenal world. As part of that task, we find the great discoveries made by Huygens, such as the ring of Saturn, the polish of lenses that allowed the observation of that discovery, and the creation of the first pendulum clock, which was the best tool to measure time until the XXth century. However, these discoveries are the practical consequence of Huygens' scientific system that tries to give an account of the phenomenal world. That is, the key to understand Huygens is not to be found on these discoveries, but in the scientific and theoretical structure that allowed finding these discoveries. In fact, Huygens admitted that it is necessary to rely on the abstraction of laws, as well as adding principles and hypothesis to experiments, because the experiments themselves cannot produce scientific nor mechanical laws (Dugas, 1954: 286).

Therefore, the usual vision on Huygens is biased. The main reason is that it does not account for the complexity of Huygens' figure. Moreover, this vision does not consider the most radical of Huygens' works: the *Cosmotheoros*, which, just as the discovery of the ring of Saturn or the creation of the pendulum clock, is also a consequence of his epistemological approach.

Thus, the historiographical interpretation of Huygens should consider not only these scientific advances but also the huyguenian structure that allows these advances to take place. In this sense Huygens was not only a mathematician, geometer and engineer, but an interdisciplinary figure with more philosophical interest than otherwise might seem, trying to explain the functioning of the world both in his mechanical and theological aspects.

Interdisciplinarity as foundation in Leibniz

We find also in Leibniz a similar issue: that the interpretation of his methodology is usually biased. We find proof of it in that the interaction between disciplines is understood as a methodological option, while in reality, interdisciplinarity is found on the basis of his scientific system. Therefore, it would be a principle more than a method.

The difference is: if we accept that Leibniz's interaction between disciplines is a mere methodological option, there would be no problem in making a study on his metaphysics or mathematics without noticing other disciplines such as theology or politics, since one could only take its (theological or political, following the example) consequences separately. If we approach Leibniz's texts like that, we would be making an exercise that is contrary to the whole explanatory system created by Leibniz. However, in the interaction of disciplines as a principle of basis, the separation of what we understand as a series of disciplines is a misinterpretation of Leibniz's philosophical and scientific practice. This is habitual, especially in the field of mathematics, in which the importance of calculus is merely pragmatic, serving just as a problem-solve method that allowed an impressive advance of XVIIth and XVIIIth century mathematics.

Therefore, in Leibniz, the interaction of disciplines is key in the sense that it is on the basis of the creation of his philosophical system, which is, at the same time, what allows the appearance of these new methods, as the infinitesimal calculus or the *analysis situs*. In this sense, interdisciplinarity is not only a method but a framework by which his thought can be developed. Only an interdisciplinary exercise in all steps can give an account of the world, since it is susceptible to be explained and apprehended not only through mathematics or theology, but through a merge of all disciplines, which can be seen in the correspondence with Huygens. In their discussions, although the debate different disciplines separately (calculus, the catenary or the causes of gravity), all of them have a thin thread that connect them: the goal to explain the world instead of just describing it.

The origins of the calculus war

Finally, in the letter with Huygens we find the origins of what, in the future, would become the controversy between Leibniz and Newton on the priority of the creation of the infinitesimal calculus.

The origins of these discussions are found in the exchange of methods that Huygens fosters between his former student Leibniz and his assistant Fatio de Duillier. Both possess a similar method of obtaining the properties of a curve starting from a tangent and viceversa. The method is called inverse method of tangents, a method Newton had written about during the 1670s.

When Leibniz and Huygens resume their epistolary exchange in 1690, one of the first issues that the pair debate on is Leibniz's infinitesimal calculus, which Huygens wanted to prove using two mathematical problems. When he received Leibniz's solutions, Huygens remembers that Fatio had sent him a very similar method before, which awakes Leibniz's interest. As a result, Huygens propose to act as an intermediary between Leibniz and Fatio to receive both methods (Fatio was in England at that moment) to therefore be sure to have both before sending them to each other in order to compare them (let us remember the zeal with which these methods were keep in secret, as well as the importance of the priority of these kinds of inventions in the XVIIth century).

Nevertheless, when Huygens receives Leibniz's method, he realizes that only a part of the method could be found in its content. This makes Huygens to suspect Leibniz was acting in bad faith. However, Leibniz was fulfilling his part of the deal. He thought he had accepted to send only the part of the method that could be useful for the places where Fatio was facing problems (in this respect, Leibniz was wrong, since Huygens had asked for Leibniz's whole method). This was not the first controversy during those years that Huygens and Leibniz had had with respect to the possibility of plagiarism. Therefore, Huygens informed Fatio that Leibniz had not send him his whole method.

Leibniz and Huygens conclude this issue on friendly terms: Leibniz never received Fatio's method and the latter only received brief indications from Huygens regarding Leibniz's method. And even though the issue between Leibniz and Huygens had brought about no consequences, as we can see in their subsequent letters, Fatio accused Leibniz (for the first time) of attempted plagiarism in two letters to Huygens. The very first explicit accusations towards Leibniz take place at the end of 1691 and the beginning of 1692. Because they were in the correspondence between Huygens and Fatio and were not published until the end of the XIXth century, the existence of these accusations has not been well-known. A sign of this is that even nowadays the especialized bibliography situates the origins of the controversy a few years later, in 1699.

However, although this shows the direct connection between the failed exchange of methods as the origin of the discussions regarding the controversy of the infinitesimal calculus, it seems that is not enough to defend that this truly is the origins of the controversy. This is because Fatio's reaction could have been a one-time accusation due to his discomfort of what he thought to be an attempt of plagiarism. But the issue goes beyond this: while in the period 1692-1699 Leibniz only has good words for Fatio (having in consideration Fatio's scientific contributions even though they did not present any significant advance with respect to the problems addressed by him, mainly on the cause of gravity), Fatios attitude was very different. When in 1697 Leibniz do not have Fatio in consideration between the scientists capable of describing the brachistochrone curve, he reacts in a way that scientifically we can consider violent.

Therefore, in 1699, Fatio de Duillier published the paper in which he describes the brachistochrone curve, showing Leibniz that he was capable of doing it. And it is in this very same text when, indirectly, Fatio accuses Leibniz of plagiarism, pointing out that those who have seen Newton's letters and works (as Fatio had done) would have the opinion that Leibniz had plagiarized Newton's infinitesimal calculus. The connection of this new controversy with Fatio is also found in the subsequent words in which Fatio states that Leibniz could not boast about having taught him anything, since, years ago, (making reference to 1691-1692) Leibniz had also tried to take advantage of him. Thus, here we find a direct connection between the failed exchange of the inverse method of tangents with Huygens as intermediary, and the controversy of the priority of calculus.

And if those connections were not enough, both Leibniz and Fatio make reference to the failed exchange of their inverse methods of tangents by letter between them after Fatio's paper of 1699. From this letters we deduce that Fatio acted as a revenge in 1699 for the in theory bad faith with which Leibniz acted when (in Fatio's opinion) tried to plagiarize him.

The role of the correspondence for Leibniz's philosophy

When reading Leibniz, so many paths and possibilities are opened that it is difficult to maintain the thread of one discipline alone. This can only be done if one does not know the background of his texts and intentions, which, at the same time, impede that the interpretations on his works be easy and simple, although there are orthodox interpretations.

We find an example of this difficulty in the claim that Leibniz is a rationalist. Although this is something that can be defended due to Leibniz's appeal to the principles of reason, it also can be defended that he was not a rationalist in the strict sense. For example, he never solves (or apprehends) the irrational roots and leaves this task to God, the only one that can comprehend the irrationality of a number and how, from irrationality, something rational can be inferred (as in calculus). Sefarti calls this kind of Leibniz's approach to the problem of irrational numbers *hermetic rationality* Sefarti (2008).

In that sense, no label can define the intellectual voracity that Leibniz presents in his texts. Therefore it is not strange that more than 300 years after him we are not only editing his manuscripts, but also understanding the important applications that they have for both his age and ours. Studying out Leibniz is entering into an infinite labyrinth, something one notices when reading his letters with Huygens. The discussions are not always closed nor have definitive answers. And this is another aspect of Leibniz's philosophy, which, in a sense imitates the *praxis* present in the letters since the composition of the majority of his texts are not definitive (many times not even prepared for its publication). Meanwhile, the spontaneity present in the letters perfectly shows us his practice, which is mainly to dialogue, to open the doors to implications in every discipline, to philosophize about the world, about nature, and about the substances.

Thus, to approach Leibniz is a challenge that is accentuated when one tries to study this letters. Nevertheless, the proper study of the development Leibniz's ideas is to be found in the correspondences, as if it were a time capsule.

After the exchange of letters

Some questions remain after the analysis of the correspondence between Leibniz and Huygens. What could have happened if Leibniz had made Huygens understand the *analysis situs*? What if Leibniz had been awarded a membership with salary in Paris? And if the controversy with Newton had not taken place? Could Leibniz have developed a relativistic physics that could have made science advance between 100 and 200 years? What could we have found in the correspondence with Huygens if he would not have passed away in 1695?

All of it can be hypothesized (although we will never know the definitive answer) through the reading of the letters. But if something is clear, it is that the complexity of the figures of Leibniz and Huygens is reflected in the relationship they show in the letters that both exchanged. With respect to this, the letters show that Leibniz's and Huygens' role as student and master soon become insufficient to explain the relationship they had during the years. Despite Huygens' incomprehension, he always kept Leibniz in high regard, in the same way that Leibniz always considered Huygens a great mentor at the same level as figures that are part of the history of philosophy and science, such as Descartes, Newton and Galileo .

Anexos

Anexo A

Guía temática de las cartas

En esta sección presentamos un esquema en el que se presentan, carta por carta, cada uno de los temas presentes en ellas, así como los autores sobre los que discuten.

Cada sección es una carta en la que se indica el número de ésta (numeradas de la 1 a la 71 siguiendo su orden cronológico), junto con su referencia en AA. Dentro de cada carta se indican dos subsecciones: temas tratados y personas nombradas.

La referencia de cada uno de los temas o personas nombradas funciona de la siguiente manera: *p* significa página, y *l* significa línea, e indican las páginas y líneas de cada carta en AA.

Por ejemplo, en la carta 3 (AA III, 1, n.39), indicamos «Vietè (p168, l5)», lo cual significa que Vietè es nombrado en la página 168 de AA III 1, n.39, en la línea 5. Del mismo modo, «René Descartes (p168, l11-2)» significa que Descartes es nombrado en la línea 11 y acaba en la 12. Si tomamos el ejemplo de la carta 7 (AA III, 1, n.61), nos aparece «Cardano (p277, l30, 33; p278, l5)». Esto significa que Cardano es nombrado en las página 270 dos veces: en sus líneas 30 y 33. Y además, en la página 278 de la misma carta se nombra en la línea 5.

Estas referencias siempre indican las versiones finales de las cartas que llegan a sus destinatarios, y en ningún caso hacen referencia a los borradores presentes en AA.

No se nombran las personas que aparecen en las firmas, como por ejemplo, en «Leibniz, consejero del Duque de Hannover» no indicamos la aparición del Duque de Hannover.

Por otro lado, hay cartas que presentan temas cuyos comienzos y finales no están del todo claros, y se tratan durante la carta en su conjunto. En ese caso, el tema o persona se indica sin línea ni página indicada.

Las referencias a obras concretas se indican en «personas nombradas» junto con el nombre del autor. Si la discusión sobre éstas es extensa, se encuentran situadas en «temas tratados».

Las referencias a Leibniz y Huygens son omitidas, por estar presente en la totalidad de las cartas. Solamente se indican sus obras cuando son tratadas de forma explícita, dentro de las subsecciones «personas nombradas».

Por último, cabe señalar que se omiten temas sin interés científico, como por ejemplo comentarios sobre la salud de los correspondientes.

- Carta 1. AA III, 1, n.1. Leibniz, finales de noviembre de 1672.
  - Temas tratados: [Carta perdida]
  - Personas nombradas: [Carta perdida]
- Carta 2. AA III, 1, n.29. Leibniz, verano de 1674.
  - Temas tratados:
    - Suma de las progresiones armónicas
    - Progresión aritmética
  - Personas nombradas: ninguna.
    - Pascal (p116, l8)
- Carta 3. AA III, 1, n.39. Leibniz, octubre de 1674.
  - Temas tratados:
    - Cuadratura aritmética, series infinitas
  - Personas nombradas:
    - Viète (p168, l1, 5)
    - René Descartes (p168, l1-2)
    - Brouncker (p168, l19, 21)
    - Mercator (p168, l19, 21)
    - Roberval (p168, l19)
    - Wren (p168, l19)
    - Wallis (p168, l19)
    - Cavalieri (p168, l19)
    - Fermat (p168, l20)
    - Gregoire de S. Vincent (p168, l20)
    - Guldin (p168, l20)
    - Heuraets (p168, l20)

    - Pascal (p168, l20)
    - James Gregory (p169, l2)

- Carta 4. AA III, 1, n.40. Huygens, 6 de noviembre de 1674.
  - Temas tratados: Cuadratura aritmética, suma de las series infinitas, curva anónima.
  - Personas nombradas: Gregoire de S. Vincent, Wallis.
- Carta 5. AA III, 1, n.44. Primavera de 1675. De Leibniz a Huygens.
  - Temas tratados: [Carta perdida, temas probables: fórmula de Cardano]
  - Personas nombradas: [Carta perdida, personas probables: Girolamo Cardano]
- Carta 6. AA III, 1, n.57. Leibniz, verano de 1675.
  - Manuscritos enviados a Huygens. Posibles temas tratados:
    - *De resolutionibus aequationum cubicarum triradicalum*
    - *De bisectione laterum* (título alternativo: *De Sectione Potestatum*)
  - Personas probables: Desconocido.
- Carta 7. AA III, 1, n.61. Leibniz, mediados de septiembre 1675.
  - Temas tratados:
    - Resolución de raíces irracionales
    - Números imaginarios de Bombelli
    - Compás de ecuaciones
  - Personas nombradas:
    - Bombelli, *Algebra* (p277, l20)
    - Cardano (p277, l30, 33; p278, l5)
    - Descartes (p278, l18; p280, l12)
    - Apolonio (p280, l9)
- Carta 8. AA III, 1, n.62. Huygens, 30 de septiembre 1675.
  - Temas tratados:
    - Resolución de raíces irracionales
    - Compás de ecuaciones (p284, l16-18)

- Personas nombradas:
  - Cardano (p283, l18; p284, l7)
  - Bombelli (p283, l20; p284, l1); Bombelli, *Algebra* (p284, l3)

- Carta 9. AA III, 1, n.64. Huygens, ¿3? de octubre 1675.
  - Temas tratados:
    - Envío de una hoja que Huygens no había enviado a Leibniz que formaba parte de un escrito de este último
  - Personas nombradas: Ninguna.

- Carta 10. AA III, 1, n.83. Leibniz, mediados de junio 1676.
  - Temas tratados: [Carta perdida] (ver carta siguiente)
  - Personas nombradas: [Carta perdida] (ver carta siguiente)

- Carta 11. AA III, 1, n.86. Huygens, junio 1676.
  - Temas tratados:
    - Posible ingreso de Leibniz en la *Académie des sciences*
  - Personas nombradas:
    - Gallois (p428, l29)
    - Colbert (p428, l30)

- Carta 12. AA III, 2, n.346. Leibniz, 8/18 de septiembre 1679.
  - Temas tratados:
    - Dióptrica (p844, l23–p845, l3)
    - Escrito de Leibniz de la Cuadratura Aritmética y métodos generales (que dan cuadraturas, raíces irracionales de las ecuaciones, la aritmética de Diofanto, el método inverso de tangentes) (p845, l4-19; p850, l9)
    - Método inverso de tangentes (p845, l20–p846, l6)
    - *Analysis situs* (p846, l15–p847, l2; p850, l14-16)
    - Fósforo (p846, l3–p848, l15; p849, l12–p850, l16)
    - El intento de Becher de sacar oro de la arena (p849, l2-8)
    - Posible membresía de Leibniz en la *Académie des sciences* (temas anteriores)
  - Personas nombradas:

    - Hansen (p844, l19)
    - Mariotte (p844, l23)
    - Descartes (p845, l1, 3, 11, 12)
    - Fermat (p845, l2)
    - Diofanto, Aritmética (p845, l8)
    - Viète (p845, l11, 12)
    - Frenicle (p846, l1)
    - Duque de Cheuvreuse (p848, l6-7, 14)
    - Colbert (p848, l13; p850, l1)
    - Brosseau (p849, l1)
    - Becher (p849, l3, 4)
    - Hudde (p849, l4)
    - Gallois (p850, l1)

- Carta 12 (Adjunto). AA III, 2, n.347. Leibniz, 8/18 de septiembre 1679.
  - Temas tratados:
    - *Analysis situs*
  - Personas nombradas:
    - Euclides

- Carta 13. AA III, 2, n.351. Leibniz, 10/20 de octubre 1679.
  - Temas tratados:
    - Fósforo (p874, l2-4)
    - Raíces irracionales de las ecuaciones (p874, l14–p875, l7)
    - *Analysis situs* (p875, l8-21)
    - Posible membresía de Leibniz en la *Académie des sciences*, fósforo y cuadratura aritmética (p876, l1-14)
  - Personas nombradas:
    - De la Rocque (p874, l4)
    - Tschirnhaus (p874, l5)
    - Gallois (p876, l15)
    - Brosseau (p877, l2)

- Carta 14. AA III, 2, n.359. Huygens, 22 de noviembre 1679.
  - Temas tratados:

    - Posible membresía de Leibniz en la *Académie des sciences*
    - Fósforo (p887, l10–p888, l19)
    - El intento de Becher de sacar oro de la arena (p888, l15-19)
    - *Analysis situs* (p888, l20–p889, l13)
    - ¿Raíces irracionales de las ecuaciones? (p889, l14-18)
    - Dióptrica, cristal de Islandia (p889, l19–p890, l3)
    - Ingeniería, Nivel inventado por Huygens (p890, l3-7)
  - Personas nombradas:
    - Colbert (p887, l6, 8, 26)
    - Tschirnhaus (p888, l3)
    - Du Clos (p888, l5, 17)
    - Balduinus (p888, l6)
    - Becher (p888, l15)
    - Descartes (p889, l23)

- Carta 15. AA III, 2, n.361. Leibniz, final de noviembre/principios de diciembre 1679.
  - Temas tratados:
    - Fósforo (p901, l10–p902, l7)
    - El intento de Becher de sacar oro de la arena (p902, l8-11)
    - *Analysis situs* (p902, l12–p903, l5)
    - Raíces irracionales y método de Diofanto (p903, l5-21)
    - Cuadratura aritmética (p903, l22-24)
    - Máquina aritmética (p903, l26)
    - Dióptrica (p903, l26–p904, l2)
    - Ingeniería, nivel inventado por Huygens y posibilidad de sacar el agua de las minas del Harz (p904, l3-9)
  - Personas nombradas:
    - Becher (p902, l8)
    - Descartes (p903, l28, 30)
    - Fermat (p903, l29)
    - Newton (p904, l2)
    - Colbert, (p904, l11)

- Carta 16. AA III, 2, n.364. Leibniz, 1/11 de diciembre 1679.

- Temas tratados:
  - Fósforo (p908, l1-8)
  - Posible ingreso de Leibniz en la *Académie des sciences* (p908, l9-18)
  - Cuero impenetrable (p908, l18-20)
  - Fábrica de estaño (p908, l20-21)
  - Hierro rojo (p908, l22–p909, l2)
  - Moxa (droga) (p909, l3-4)
- Personas nombradas:
  - Lancker (p908, l20)
  - Spinoza (p909, l5-9)

- Carta 17. AA III, 3, n.4. Huygens, 11 de enero 1680.
  - Temas tratados:
    - Posible ingreso de Leibniz en la *Académie des sciences* (p48, l9-16)
    - Fósforo (p48, l17-24)
    - *Analysis situs* (p48, l25–p49, l2)
    - Raíces irracionales y construcción de tangentes (p49, l3-6)
    - Dióptrica, refracción de la luz (p49, l6-14)
    - Ingeniería, nivel y molinos de viento (p49, l15-24)
  - Personas nombradas:
    - Gallois (p48, l9)
    - Descartes (p49, l6, 9)
    - Fermat (p49, l8)
    - Newton (p12-13)

- Carta 18. AA III, 3, n.22. Leibniz, 26 de enero/5 de febrero 1680.
  - Temas tratados:
    - Construcción de tangentes, raíces irracionales (p71, l11-13)
    - Fósforo (p71, l14-17)
    - *Analysis situs* (p71, l18-20)
    - Dióptrica, refracción de la luz (p71, l21–p72, l9)
    - Ingeniería, posibilidad de sacar el agua de las minas del Harz (p72, l10-23)

    - Posible ingreso de Leibniz en la *Académie des sciences* (p72, l27–p73, l2)
  - Personas nombradas:
    - Descartes (p71, l22)
    - Fermat (p71, l22; p72, l6)
    - Heron (p72, l1)
    - Ptolomeo (p72, l1)
    - Gallois (p72, l27)
    - Duque de Osnabrug (p73, l5)
- Carta 18 (Adjunto). AA III, 3, n.23. 26 de enero/5 de febrero 1680.
  - Temas tratados:
    - Manuscrito *Specimen meae de Maximis et Minimis*, nuevo cálculo infnitesimal, método de tangentes.
  - Personas nombradas:
    - Ninguna
- Carta 19. AA III, 4, n.20. Leibniz, enero de diciembre 1688.
  - Temas tratados:
    - Respuesta al artículo de Huygens publicado en las NLR de octubre de 1687, VI: 1110-1111, el cual trataba sobre la polémica de las fuerzas vivas (p369, l3–p370, l11)
    - Dióptrica, cristial de Islandia (p371, l2)
    - Flujo y reflujo (p371, l3)
    - La variación del imán (p371, l3)
    - La naturaleza de los colores (p371, l4)
    - La generación de las sales (p371, l4)
  - Personas nombradas:
    - Thomas Bartholin, *Elementos* (p369, l7-8)
    - Malebranche (p369, l8)
    - Padre Catelán (p369, l9; p370, l9)
- Carta 20. AA III, 4, n.235. Leibniz, final de noviembre/principios de diciembre 1679.
  - Temas tratados:

- Sobre las aportaciones al NLR respecto a la polémica de las fuerzas vivas (p460, l12-17)
- Envío a Leibniz de su *Traité de la Lumière* y del *Discours de la cause de la Pesanteur* (p460, l17-24)
- Causa de la gravedad (p460, l24–p461, l9)

- Personas nombradas:
  - Newton (p460, l24; p461, l5)
  - Descartes (p461, l4-5)

- Carta 21. AA III, 4, n.267. Leibniz, 15/25 de julio 1690.
  - Temas tratados:
    - Envío por parte de Leibniz del Sr. Spener a La Haya (p535, l14-21)
    - Envío por parte de Leibniz del Sr. Spener a La Haya (p535, l14-21)
    - Viaje de Leibniz por Alemania e Italia (p535, l22–p536, l16)
    - Dióptrica, el *Traité de la Lumière* de Huygens, el cristal de Islandia y la razón de los colores (p356, l17-25)
    - Cálculo infinitesimal (p536, l26–p538, l8)
  - Personas nombradas:
    - Spener (p535, l16)
    - Monseñor Auzout, edición de Vitruvio (p535, l26; p536, l4)
    - Perrault (p536, l3)
    - Cardenal de Bouillon (p536, l7, 12)
    - Padre Berthet, traducción de la ópera Amadis (p536, l7, 8)
    - Viviani, De locis solidis (p536, l13)
    - Guillelmini (p536, l16)
    - Spoleti (p536, l16)
    - Mariotte (p536, l25)
    - Descartes (p536, l27)

- Carta 22. AA III, 4, n.271. Huygens, 24 de agosto 1690.
  - Temas tratados:
    - Llegada de Spener (p546, l2-6)
    - Viaje de Leibniz a Italia (p546, l7–p547, l2)

- Naturaleza de los colores (p547, l3-8)
- Cálculo infinitesimal (p547, l9–p548, l2)
- Causas de la gravedad (p548, l3–p550, l6)

- Personas nombradas:
  - Spener (p546, l2
  - Constantijn Huygens Jr. (p546, l5)
  - Van der Heck (p546, l8, l11)
  - Huygens, *Traité de la Lumière* (p546, l8; p547, l3; p549, l3)
  - Auzout, *Vitruvio* (p546, l13)
  - Perrault (p546, l13)
  - Herón de Alejandría, *Belopoieca* (p546, l15)
  - Bernardinus Baldus (p546, l16)
  - Padre Berthet, traducción de la ópera *Amadis* (p546, l17-19)
  - Viviani, *De locis solidis* (p546, l20–p547, l2)
  - Galileo (p546, l21)
  - Newton (p547, l5; p550, l1)
  - Descartes (p547, l15; p549, l7–p550, l1)

- Carta 23. AA III, 4, n.280. Huygens, 9 de octubre 1690.
  - Temas tratados:
    - Llegada de Spener (p584, l18-24)
    - Cálculo infinitesimal (p584, l24–p586, l3)
    - Catenaria (p585, l13–p586, l3)
    - Envío de Huygens a Leibniz del *Traité de la Lumière* (p586, l4–p587, l6)
  - Personas nombradas:
    - Spener (p584, l18)
    - Fermat (p585, l3)
    - Jacob Bernoulli (p585, l15, 20)
    - Mersenne (p585, l18)
    - Van Heck (p586, l6)
    - Tschirnhaus (p586, l8, 12)
    - Tschirnhaus, *Medicina Mentis* (p587, l1-2)

- Carta 24. AA III, 4, n.282. Leibniz, mitad de octubre 1690.

- Temas tratados:
    - Envío de Huygens a Leibniz del *Traité de la Lumière* (p608, l16–p609, l20)
    - Dióptrica, reflexión y refracción de la luz (p609, l21–p610, l7)
    - Naturaleza de los colores (p610, l7-12)
    - Causa de la gravedad (p610, l13–p615, l16)
    - Leyes elásticas (p616, l1-14)
    - Flujo y reflujo (p617, l1)
    - Cola de los cometas (p617, l2-13)
    - Variación de la aguja imantada (p617, l13-17)
    - Objeciones de Huygens a los *Principia Mathematica* (p618, l1-9)
    - Sobre la prioridad de varias invenciones (p618, l10–p619, l12)
- Personas nombradas:
    - P. Pardies (p609, l27; p610, l3)
    - Pierre Ango (p610, l3)
    - Newton (p610, l9, 11, 13; p611, l18, 20; p612, l11; p615, l6; p616, l5, 11-12, 13; p617, l1; p618, l1)
    - P. Grimaldi (p610, l9)
    - Newton, *Principia Mathematica* (p610, l13; p616, l13-14; p618, l1-9)
    - Kepler (p610, l19; p614, l10; p618, l14)
    - Cassini (p614, l12; p617, l8)
    - Weigel (p617, l5)
    - Sturmius (p617, l7)
    - Fatio de Duillier (p617, l10-11)
    - Descartes (p618, l4, 13, 15)
    - Boile (p618, l7, 10, 11)
    - Gericke (p618, l11)
    - Snellius (p618, l12, 16; p619, l2)
    - Vossius, De luce (p618, l16-17)
    - Fermat (p619, l2)

- Carta 25. AA III, 4, n.283. Leibniz, 3/13 de octubre 1690.
    - Temas tratados:

- Cálculo infinitesimal (p620, l4–p622, l10)
- Método inverso de tangentes (p621, l3-12)
- Catenaria (p622, l1-10)
- Cuadratura general de una curva (p622, l11–p624, l11)
- Demostración de la existencia de Dios (p622, l23–p623, l14)

- Personas nombradas:
  - Van der Heck (p620, l1)
  - Tschirnhaus (p622, l11, 18)
  - Tschirnhaus, Medicina Mentis (p622, l23; p623, l13-14)
  - Descartes (p623, l1)
  - San Anselmo (p623, l2)
  - Fatio de Duillier (p623, l19)
  - Hudde (p624, l16)
  - Arnauld (p624, l17)

- Carta 26. AA III, 4, n.287. Leibniz, 28 octubre/7 de noviembre 1690.
  - Temas tratados:
    - Cálculo infinitesimal, método inverso de tangentes (p645, l22–p646, l17)
    - Explicación del flujo y reflujo (p646, l18)
    - Colas de los cometas (p646, l18–21)
    - Experimento de Stair en el vacío (p646, l22-24)
    - Variación de la aguja imantada (p646, l24-26)
    - Cuadratura aritmética (p647, l4-16)
    - Posible unión de los continentes asiático y americano (p647, l17-20)
  - Personas nombradas:
    - Newton (p646, l18; p647, l6)
    - Stear, *Physiologie* (p646, l22-23)

- Carta 27. AA III, 4, n.291. Huygens, 18 de noviembre 1690.
  - Temas tratados:
    - Envío del *Traité de la Lumière* de Huygens (p654, l9-13)
    - Método inverso de tangentes (p654, l13–p655, l5; ¿p656, l12-17?)

    - Catenaria (p655, l6–p656, l11)
    - Newton, *Principia Mathematica*, causa del flujo y reflujo, colas de los cometas (p656, l18–p657, l3)
    - Experimento de Stair en el vacío (p657, l3-6)
    - Variación de la aguja imantada (p657, l7-9)
    - Experimentos con el ámbar (p657, l9-11)
    - Series infinitas, polémica posible plagio en las *Acta Eruditorum* (p657, l12-25)
  - Personas nombradas:
    - Huygens, *Traité de la Lumière* (p654, l10)
    - Fatio de Duillier (p656, l16)
    - Tshcirnhaus (p656, l17)
    - Newton (p656, l18; p657, l17)
    - Huygens, *Discours de la Pesanteur* (p656, l20-21)
    - Descartes (p657, l3)
    - Stair (p657, l3)
    - Witsen Bourgemter (p658, l2)
    - Witsen (p658, l5)
    - Spener (p658, l9)
    - Volder (p658, l13-14)
    - Hudde (p658, l16)
    - Arnauld (p658, l17)

- Carta 28. AA III, 4, n.292. Leibniz, 14/24 de noviembre 1690.
  - Temas tratados:
    - Series infinitas, polémica posible plagio en las *Acta Eruditorum* (p659, l13–p665, l10; p667, l12–p668, l6)
    - Cálculo infinitesimal (p664, l4–p665, l6)
    - Método inverso de tangentes (p665, l11–p667, l11)
    - Experimentos con el vacío (p668, l15–p669, l2)
    - Experimentos con el ámbar (p669, l2-4)
    - Variación de la aguja imantada (p669, l4-7)
  - Personas nombradas:
    - Fatio de Duillier (p668, l13)
    - Spener (p668, l14, 18)

    - Gericke (p669, l3)
    - Hudde (p669, l11)
    - Witsen (p669, l12)

- Carta 29. AA III, 4, n.293. Leibniz, 25 de noviembre/5 de diciembre 1690.
  - Temas tratados:
    - Método inverso de tangentes (p670, l12–p674, l24)
    - Cálculo infinitesimal (p671, l16–p673, l9)
  - Personas nombradas:
    - Ninguna

- Carta 30. AA III, 4, n.296. Huygens, 19 de diciembre 1690.
  - Temas tratados:
    - Viaje de Huygens a Ámsterdam (p682, l12-15)
    - Método inverso de tangentes (p682, l16–p687, l17)
    - Cálculo infinitesimal (p690, l3-18)
    - Polémica posible plagio en las *Acta Eruditorum* (p690, l19–p691, l4)
    - Experimentos con el ámbar (p691, l5-9)
  - Personas nombradas:
    - Arquímedes (p687, l14, 15)
    - Fatio de Duillier (p689, l8)
    - Guericke, *Experimenta nova Magdeburica* (p691, l5)

- Carta 31. AA III, 5, n.6. Leibniz, 27 de enero/6 de febrero 1691.
  - Temas tratados:
    - Polémica posible plagio en las *Acta Eruditorum* (p39, l8–p44, l4)
    - Método inverso de tangentes (p44, l5-24; p47, l8-11)
    - Cálculo infinitesimal, curva exponencial (p45, l1–p47, l7)
    - Experimentos sobre un globo de materia eléctrica (p47, l12-17)
    - Imán (p47, l17-22)
    - Reglas del equlibrio (p48, l1-6)

- Movimiento de los planetas (p48, l7-13)
- Catenaria (p48, l9-13, 23–p51, l12)

- Personas nombradas:
  - Newton (p39, l16; p40, l19)
  - Mencken (p40, l5)
  - Guericke, *Experimenta nova Magdeburica* (p47, l12)
  - Gilbert (p47, l20-21)
  - Descartes (p47, l21)
  - Arquímedes (p48, l3)
  - Romer (p48, l4)
  - Weigelius (p48, l4)
  - Duque de Hannover (p48, l14-15)

- Carta 32. AA III, 5, n.8. Leibniz, 23 de febrero 1691.
  - Temas tratados:
    - Polémica posible plagio en las *Acta Eruditorum* (p53, l20–p54-13)
    - Movimiento de los planetas, movimientos a través de un medio que hace resistencia (p54, l14–p56, l12)
    - Cálculo infinitesimal, curva exponencial (p56, l13-17)
    - Método inverso de tangentes (p56, l18–p57, l16)
    - Catenaria (p57, l17-20)
  - Personas nombradas:
    - Wallis (p54, l7, 10)
    - Mercator (p54, l8)
    - Newton (p54, l13; p55, l1; p56, l9)
    - Huygens, *Discours de la pesanteur* (p56, l11-12)
    - Fatio de Duillier (p56, l19; p57, l5, 9, 13-14)

- Carta 33. AA III, 5, n.9. Leibniz, 20 de febrero 1691.
  - Temas tratados:
    - Polémica posible plagio en las *Acta Eruditoru*m (p58, l18–p59, l2)
    - Resistencia absoluta (p59, l3-9)
    - Método inverso de tangentes (p59, l10–p61, l11)

- Catenaria (p61, l12–p62, l5)
- Variaciones de la aguja imantada (p62, l6-15)
- Meditaciones filosóficas sobre medicina (p62, l16–p63, l1)
- Cálculo infinitesimal, curva exponencial, método inverso de tangentes (p63, l5–p64, l20)

- Personas nombradas:
  - Fatio de Duillier (p59, l10; p60, l2, 7; p62, l1; p64, l18)
  - Newton (p61, l8; p62, l13)
  - Johann Bernoulli (p61, l12; p62, l3)
  - Tschirnhaus (p61, l16)
  - Descartes (p62, l10)
  - Crane (p62, l16)
  - Leewenhoek (p62, l18)

- Carta 34. AA III, 5, n.13. Leibniz, 26 de marzo 1691.
  - Temas tratados:
    - Método inverso de tangentes, curvas (p84, l17–p86, l14)
    - Catenaria (p86, l19–p87, l24)
    - Causas del flujo y reflujo (p87, l25-27)
    - Aguja imantada (p88, l1-3)
    - Resorte (p88, l4-6)
    - Parhelios (p88, l7-9)
    - Movimientos con resistencia al medio (p88, l10-13)
    - Refracción, cristal de Islandia (p88, l13-15)
  - Personas nombradas:
    - Fatio de Duillier (p85, l4; p86, l14)
    - Newton, *Principia Mathematica* (p86, l14)
    - Johann Bernoulli (p86, l19-20; p87, l3, 22)
    - Tschirnhaus (p87, l23)
    - Descartes (p87, l26)
    - Meier (p88, l18)

- Carta 35. AA III, 5, n.17. Leibniz, 10/20 de abril 1691.
  - Temas tratados:
    - Método inverso de tangentes, curvas (p101, l5– 26)

  - Imposibilidad de la cuadratura del círculo (p101, l26–p102, l2)
  - Movimientos con resistencia al medio (p102, l3-l8)
  - Catenaria (p102, l8-22)
  - Reglas de declinación del imán (p102, l23-27)
  - Resorte (p102, 28-30)
  - Reglas de refracción (p102, l30–p103, l1)
  - Solicitud de Leibniz de información para sus estudios sobre la casa de BR (p103, l1-12)
- Personas nombradas:
  - Newton (p101, l19)
  - Johann Bernoulli (p102, l9, 13, 21)
  - Hooke (p102, l28)
  - Meier (p103, l1)
  - Constantijn Huygens, hermano de Ch. Huygens (p103, l2-3)
  - Enrique Duque de Saxe (p103, 8)
  - Enrique II, Rey de Inglaterra (p103, l8)
  - Otton Duque de York (p103, l9)
  - Conde de Poictou (p103, 9-10)

- Carta 36. AA III, 5, n.18. Huygens, 21 de abril 1691.
  - Temas tratados:
    - Catenaria (p104, l4-15)
    - Método inverso de tangentes (p104, l16-23)
    - Teoría de la gravedad de Varignon (p105, l1-2)
    - Razón y fe (p105, l2-5)
    - Curva por reflexión del espejo cóncavo (p105, l7-12)
  - Personas nombradas:
    - Fatio de Duillier (p104, l16)
    - Huet, *Quaestiones alnetanae* (p105, l2)
    - Tschirnhaus (p105, l7)
    - Huygens, *Traité de la Lumière* (p105, 12)

- Carta 37. AA III, 5, n.21. Huygens, 5 de mayo 1691.
  - Temas tratados:

- Método inverso de tangentes (p111, l11–p112, l4)
- Catenaria (p112, l5-11)
- Movimientos con resistencia al medio (p112, l12-14)
- Resorte (p112, l15-21)
- Aguja imantada (p112, l22–p113, l2)
- Solicitud de Leibniz de información para sus estudios sobre la casa de Brunswick-Lüneburgo (p113, l3-5)

- Personas nombradas:
  - Fatio de Duillier (p111, l17; p112, l3)
  - Newton, *Principia Mathematica* (p112, l13)
  - Hooke, tratado respecto del resorte (p112, l15)
  - Boyle (p112, l21)
  - Constantijn Huygens, hermano de Ch. Huygens (p113, l3)

- Carta 38. AA III, 5, n.22. Leibniz, 7/17 de mayo 1691.
  - Temas tratados:
    - Catenaria (p114, l4-6)
    - Método inverso de tangentes (p114, l9-11)
    - Teoría de la gravedad de Varignon (p114, l11-14)
    - Razón y fe (p114, l15–p115, l2)
    - Curva por reflexión del espejo cóncavo (p115, l3-9)
  - Personas nombradas:
    - Fatio de Duillier (p114, l11)
    - Varignon (p114, l11)
    - Huet (p114, l15)
    - Obispo de Avranches (p114, l18)
    - Peterman (p115, l1)
    - Sveling (p115, l1)
    - Schotanus (p115, l1)

- Carta 39. AA III, 5, n.29. Leibniz, 14/24 de julio 1691.
  - Temas tratados:
    - Catenaria (p132, l15–p136, l2)
    - Método inverso de tangentes (p136, l3-7)
  - Personas nombradas:

    - Johann Bernoulli (p132, l19; p133, l7, 12; p135, l21)
    - Leibniz, *de resistentia medii* (p135, l15)
    - Fatio de Duillier (p136, l3)

- Carta 40. AA III, 5, n.36. Huygens, 1 de septiembre 1691.
  - Temas tratados:
    - Catenaria (p160, l9–p164, l5)
    - Método inverso de tangentes (p164, l6-9)
  - Personas nombradas:
    - Johann Bernoulli (p160, l11; p161, l2, 11-12, 22; p162, l15-16; p163, l4, 12)
    - Fermat (p162, l2)
    - Bern (p162, l9-10)
    - Séneca (p163, l3)
    - Huygens, *Traité de la Lumière* (p164, l4)
- Carta 41. AA III, 5, n.37. Huygens, 4 de septiembre 1691.
  - Temas tratados:
    - Catenaria (p165, l10–p166, l17)
    - Razón, fe y existencia de Dios (p167, l1-6)
  - Personas nombradas:
    - Johann Bernoulli (p166, l1, 15; p167, l9; p168, l3, 4)
    - Weigelius (p167, l1)
- Carta 42. AA III, 5, n.39. Leibniz, 11/21 de septiembre 1691.
  - Temas tratados:
    - Catenaria (p171, l17–p172, l17; p173, l3–p176, l3; p178, l16–p179, l8)
    - Leibniz, *De angulo contactur et osculi* (p171, l20–p172, l16)
    - Cálculo infinitesimal (p172, l18–p173, l3; p177, l8–p178, l3)
    - Polémica catenaria (p173, l7–p175, l12)
    - Expresiones logarítmicas (176, l4-19)
    - Reducción de cuadraturas (177, l1-7)
    - Arco del círculo de la vela (p178, l4-6)
    - Método inverso de tangentes (p178, l6-8)

- Discurso sobre la loxodrómica (p178, l9–p179, l8)

• Personas nombradas:
  - Vietè (p172, l21)
  - Descartes (p172, l21)
  - Johann Bernoulli (p173, l8; p174, l1, 5, 12, 15; p177, 16-17; p178, l4)
  - Tschirnhaus (p173, l11)
  - Snellius (p175, l7)
  - Fatio de Duillier (p178, l6)
  - Meyer (p178, l6)

■ Carta 43. AA III, 5, n.41. Leibniz, 5 de octubre 1691.

• Temas tratados:
  - Método inverso de tangentes (p181, l15–p189, l3)

• Personas nombradas:
  - Fatio de Duillier (p183, l3)
  - Huygens (p183, l5)

■ Carta 44. AA III, 5, n.46. Huygens, 16 de noviembre 1691.

• Temas tratados:
  - Polémica catenaria (p196, l13-17)
  - Catenaria (p196, l18–p200, l20)
  - Cálculo infinitesimal (p197, l8-18)
  - Curva loxodrómica, curvas mecánicas (p198, l6-10)
  - Resorte (p200, l21-23)
  - Teoremas, investigación sobre los números (p200, l24–p201, l2)
  - Investigaciones sobre física (p201, l3-9)
  - Método inverso de tangentes (p201, l10-20)
  - Curvas que sirven a las reciprocidades isócronas (p201, l21–p202, l8)

• Personas nombradas:
  - Leibniz, *De angulo contactus et osculi* (p196, l18-19)
  - Van Schooten (p197, l3)
  - Johann Bernoulli (p197, l17, 21; p198, l6; p201, l21)

    - Hermanos Bernoulli (p198, l6)
    - Snellius, Tiphis Batavus (p198, l11, 21; p199, l23; p200, l6, 9)
    - Jacobus Gregorius, *Exercitations geometriques* (p198, l15)
    - Albert Girard, notas sobre el *Arithmetique* de Stevin (p198, l20)
    - Stevin (p198, l20)
    - Albert Girard (p199, l8)
    - Bern el anciano (p200, l21)
    - Rolle (p200, l25)
    - Verulamius (p201, l9)
    - Meier (p201, l13)
    - Fatio de Duillier (p201, l14-15)

- Carta 45. AA III, 5, n.52. Huygens, 1 de enero 1692.

  - Temas tratados:
    - Método inverso de tangentes (p233, l6–p235, l19)
    - Cálculo infinitesimal (p235, l7-19)
    - Música (p235, l20-22)
  - Personas nombradas:
    - Meier (p233, l6)
    - Fatio de Duillier (p234, l2, 8, 14; p235, l2, 4)
    - Pascal (p235, l15)
    - Wallis (p235, l16)

- Carta 46. AA III, 5, n.53. Leibniz, 29 de diciembre 1691.

  - Temas tratados:
    - Método inverso de tangentes (p236, l14–p239, l4)
    - Cálculo infinitesimal (p239, l5-9)
    - Catenaria, polémica (p239, l10-22)
    - Curva loxodrómica (p239, l23-24; p240, 1-9)
    - Centro de oscilación (p241, l18–p242, l3)
    - Figura de la Tierra (p242, l4-10)
    - Relojes (p242, l9-13)
  - Personas nombradas:

  - Fatio de Duillier (p236, l18; p237, l9, 15, 20, 25; p238, l2, 13-14, 17; p239, l1)
  - Cardano (p237, l12)
  - Arquímedes (p239, l8)
  - Vietè (p239, l8)
  - Descartes (p239, l8; p242, l13)
  - Euclides (p239, l9)
  - Apolonio (p239, l9)
  - Jacobus Gregorius, *Exercitations geometriques* (p240, l1)
  - Albert Girard (p240, l4)
  - Snellius (p240, l9)
  - Leibniz, *Cuadratura aritmética* (p240, l10)
  - Diofanto (p241, l2)
  - Rolle (p241, l5)
  - Verulamius (p241, l7)
  - Boyle (p241, l8)
  - Johann Bernoulli (p241, l18; p242, l3)
  - Marqués de L'Hôpital (p242, l2-3)
  - Eisenschmid (p242, l4)
  - Newton (p242, l7, 11)
  - Roberval (p242, l13)

- Carta 47. AA III, 5, n.54. Leibniz, 11 de diciembre 1691 / 10 de enero 1692.
  - Temas tratados:
    - Envío de una carta al Conde de Windisch-Graetz por parte de Leibniz (p243, l10-11)
    - Música (p243, l12-13)
  - Personas nombradas:
    - Conde de Windisch-Graetz (p243, l11)

- Carta 48. AA III, 5, n.59. Huygens, 4 de febrero 1692.
  - Temas tratados:
    - Método inverso de tangentes (p252, l16–p253, l11)
    - Cálculo infinitesimal (p253, l12-15)

    - Experimentos en física (p253, l16–p254, l9)
    - Música (p254, l10-13)
    - Método de Tschirnhaus para las cuadraturas (p254, l14-18)
  - Personas nombradas:
    - Fatio de Duillier (p253, l5)
    - Newton (p253, l9)
    - Viète (p253, l15)
    - Verulamius (p253, l16)
    - Boyle (p254, l3)
    - Descartes (p254, l8)
    - Tschirnhaus (p254, l14)

- Carta 49. AA III, 5, n.63 Leibniz, 9/19 de febrero 1692.
  - Temas tratados:
    - Figura de la Tierra (p270, l3-8)
    - Newton, *Principia Mathematica* (p270, l9-11)
    - Método inverso de tangentes (p270, l12-16; p271, l9-16)
    - Cálculo infinitesimal (p270, l17-22)
    - Método de Tschirnhaus para las cuadraturas (p270, l23–p271, l8)
    - Descartes y la física, partes de la materia (p271, l17-22; l24–p272, l2)
    - Música (p271, l23-24)
    - Experimentos en física (p272, l3-5)
  - Personas nombradas:
    - Eisenschmid, *De figura terrae* (p270, l3)
    - Newton (p270, l7, 9)
    - Fatio de Duillier (p270, l10; p271, l9, 13)
    - Scipio Ferreus (p270, l20)
    - Tschirnhaus (p270, l23)
    - Hipócrates (p271, l28)
    - Descartes (p271, l17; p272, l1)
    - Boyle (p271, l19)
    - Canciller Bacon (p272, l3)

- Carta 50. AA III, 5, n.65. Huygens, 15 de marzo 1692.

- Temas tratados:
  - Experimentos en física (p277, l13-17)
  - Figura de la Tierra, relojes (p277, l18–p279, l2)
  - Método de Tschirnhaus para las cuadraturas (p279, l3-15)
  - Método inverso de tangentes (p279, l16–p280, l5)
  - Envío de una carta al Conde de Windisch-Graetz por parte de Leibniz (p280, l7-8)
- Personas nombradas:
  - Papin (p277, l16)
  - Eisenschmid (p277, l18; p278, l5)
  - Newton (p278, l4)
  - Wasmuth (p279, l2)
  - Tschirnhaus (p279, l3)
  - Fatio de Duillier (p279, l16)
  - Conde de Windisch-Graetz (p280, l7)

- Carta 51. AA III, 5, n.69. Leibniz, 1/11 de abril 1692.
  - Temas tratados:
    - Cristal de Islandia (p287, l22–p288, l1)
    - Causa de la gravedad, forma de la Tierra (p288, l2–p289, l4)
    - Forma de la Tierra, relojes (p289, l5-9)
    - Premio de la Reina Cristina (p289, l10-13)
    - Método de Tschirnhaus para las cuadraturas (p289, l14–p290, l2)
    - Método inverso de tangentes (p290, l3-8)
    - Objeciones de Papin y dióptrica (p290, l8-9)
    - Música (p290, l10-16)
    - Método general para encontrar un problema mecánico (p290, l17–p291, l5)
    - Vacío, átomos, irrompibilidad (p291, l6-l11)
  - Personas nombradas:
    - Newton (p288, l19)
    - Kepler (p288, l10, 21)
    - Osannam, *Dictionaire Mathematique* (p288, l19-20)
    - Cassini (p288, l20)

    - Eisenschmidt (p289, l5)
    - Wasmuth (p289, l7)
    - Reina Cristina (p289, l10)
    - Tschirnhaus (p289, l14)
    - Fatio de Duillier (p290, l3)
    - Papin (p290, l8)
    - Ouvard, *Memoires de Physique et de Mathematique* (p290, l13-14)

- Carta 52. AA III, 5, n.90. Huygens, 11 de julio 1692.
  - Temas tratados:
    - Dióptrica (p335, l21–p336, l7)
    - Notas de Leibniz a los *Principia* de Descartes (p336, l5-7; p340, l17-26; p341, l9-21)
    - Causa de la gravedad (p336, l8-20)
    - Causa del movimiento de los planetas (p336, l21–p337, l15)
    - Figura de la Tierra (p337, l16-23)
    - Método de Tschirnhaus para las cuadraturas (p337, l23–p338, l2)
    - Esencia de los cuerpos, cuadraturas (p338, l3-9)
    - Música (p338, l10-16)
    - Imán (p338, l17–p339, l2)
    - Métodos generales (p339, l3-8)
    - Átomos, irrompibilidad (p339, 9-24)
    - Dureza infinita (p339, l25–p340, l16)
    - Reglas de percusión, movimiento perpetuo (p340, l26–p341, l7)
    - Correspondencia Leibniz-Pellison (p341, l22–p342, l3)
  - Personas nombradas:
    - Descartes, *Principios de filosofía* (p336, l6-7; p340, l17-18; p341, l9)
    - Descartes (p337, l6; p338, l9; p339, l17; p341, l6)
    - Kepler (p337, l2)
    - Newton (p337, l8)
    - Cassini (p337, l13)

- Eisenschmidt (p337, l17)
- Wasmuth (p337, l22)
- Craige (p337, l24)
- Fatio de Duillier p337, l24)
- Tschirnhaus (p338, l1)
- Hubertus Huighenius, *Animadversiones quaedam circa proportionem quam ad Rectilineas habent figurae Curvilineae* (p338, l3-6)
- Papin (p338, l8)
- Beauval (p338, l11; p340, l17; p341, l7; p342, l1)
- Ouvard (p338, l12)
- De la Hire (p338, l20)
- Descartes, *Voiage* (p341, l11)
- Huet, Examen (p341, 11-12)
- Descartes, *Les Meteores* (p341, l15)
- Pellison (p341, l23)

- Carta 53. AA III, 5, n.106. Leibniz, 16/26 de septiembre 1692.
  - Temas tratados:
    - Causas de la gravedad (p387, l6–p392, l5)
    - Imán (p388, l12-17)
    - Vacío, átomos, dureza infinita (p392, l6–p394, l8)
    - Comentarios de Leibniz sobre los *Principia* de Descartes (p394, l9–p395, l6)
    - Salvación de los paganos (p395, l6-12)
    - Religión, historia (p395, l20–p396, l6)
  - Personas nombradas:
    - Newton (p389, l11, 13; p390, l3, 15)
    - Descartes (p394, l10; p395, l1, 5, 16)
    - Beauval (p394, l10, 14)
    - Pellison (p395, l6)
    - Van Beuninguen (p395, l20)
    - Constantijn Huygens, hermano de Huygens (p396, l2)
    - Temple (p396, l3, 5, 6)
    - Du Cros (p396, l4)

- Carta 54. AA III, 5, n.122. Leibniz, 20/30 de diciembre 1692.
  - Temas tratados:
    - Posible premio para aquel que encuentre el movimiento perpetuo (p454, l8-18)
    - Dióptrica (p454, l19-20)
    - Comentarios de Leibniz sobre los *Principios* de Descartes (p454, l21-26)
  - Personas nombradas:
    - Grotius (p454, l11)
    - Gallos (p454, l11)
    - Newton (p454, l20)
    - Descartes (p454, l22)
    - Beauval (p454, l24)
- Carta 55. AA III, 5, n.123. Huygens, 12 de enero 1693.
  - Temas tratados:
    - Posible premio para aquel que encuentre el movimiento perpetuo (p455, l19–p456, l6)
    - Causa de la gravedad (p456, l7–p458, l2)
    - Átomos, dureza infinita (p458, l3–p459, l13)
    - Comentarios de Leibniz sobre los *Principios* de Descartes (p459, l14-16)
    - Cálculo infinitesimal (p459, l17–p461, l2)
    - Problemas de curvas (p461, l3–p462, l2)
    - Crítica a los católicos y cartas con Pellison (p462, l3–p463, l5)
  - Personas nombradas:
    - Newton (p457, l10; p458, l2; p460, l16)
    - Descartes (p457, l11; p459, l14; p460, l12; p461, l9)
    - Beauval (p459, l14)
    - Marqués de L'Hôpital (p459, l17-18; p460, l15; p461, l7)
    - Beaune (p460, l11)
    - Wallis, *Álgebra* (p461, l1)
    - Hudde (p461, l10)
    - Pellison (p462, l3)

- Carta 56. AA III, 5, n.140. Leibniz, 10/20 de marzo 1693.
  - Temas tratados:
    - Posible premio para aquel que encuentre el movimiento perpetuo (p515, l7-10)
    - Causas de la gravedad (p515, l11–p517, l13)
    - Átomos, vacío (p517, l14–p521, l5)
    - Cálculo (p521, l6–p525, l2)
    - Piezas curiosas y antiguas (p525, l3–526, l1)
  - Personas nombradas:
    - Descartes (p516, l20)
    - Newton (p516, l16; p521, l4)
    - Aristóteles (p521, l4)
    - Marqués de L'Hôpital (p521, l6)
    - Diofanto (p521, l13)
    - Beaune (p521, l14)
    - Roberval (p522, l2)
    - Constantijn Huygens, hermano de Huygens (p525, l8)
    - Van Beuningen (p525, l11)
- Carta 57. AA III, 5, n.185. Leibniz, 17 de septiembre 1693.
  - Temas tratados:
    - Problema Bernoulli, cálculo, cuadraturas (p632, l16–p635, l10)
  - Personas nombradas:
    - Marqués de L'Hôpital (p632, l8; p632, l20–p633, l1; p634, l12, 17; p635, l7)
    - Johann Bernoulli (p632, l17; p634, l7, 17)
    - Descartes (p633, l9)
    - Roberval (p633, l9)
    - Jacob Bernoulli (p634, l9)
    - Beaune (p634, l11)
    - Leibniz, *Codex Juris Gentium* (p636, l1)
    - Padre Paolo (p636, l5)
- Carta 58. AA III, 5, n.191. Leibniz, 11 de julio 1693.

- Temas tratados:
  - Átomos y vacío (p645, l5-9)
  - Problema Bernoulli, cálculo, cuadraturas (p645, l10–p650, l15)
  - Descubrimientos exactos en derecho, política y moral (p650, l16–p651, l1)
  - Piezas curiosas (p651, l19)
- Personas nombradas:
  - Marqués de L'Hôpital (p645, l10; p648, l11)
  - Johann Bernoulli (p645, l14, 25; p646, l19; p650, l13)
  - Mons. Perraut (p646, l14)
  - Jacob Bernoulli (p646, l19; p648, l11)
  - Beaune (p648, l13)
  - Leibniz, *Codex Juris Gentium* (p651, l1)

- Carta 59. AA III, 5, n.199. Leibniz, 1/11 de diciembre 1693.
  - Temas tratados:
    - Problema Bernoulli, cálculo, cuadraturas (p663, l14-19; p634, l7–p663, l14)
    - Atracción eléctrica (p665, l12-13)
    - Dióptrica (p665, l13-15)
    - Colas de los cometas (p665, l15-19)
    - Obras de los antiguos recientemente impresas (p665, l20-27)
    - Curva isócrona (p666, l1–p667, l3
  - Personas nombradas:
    - Johann Bernoulli (p663, l17; p666, l17, 18)
    - Desbordes (p663, l21, 23; p664, l4)
    - Leibniz, *Código diplomático* (p663, l23)
    - Mons. de la Bergerie (p664, l1, 3, 5)
    - *Athenaeum de Machinis* (p665, l22)
    - Apolodoro de Atenas, *Extractos poliorcéticos* (p665, l22)
    - Filón (p665, l23)
    - Bitón (p665, l23)
    - Sexto Julio Africano, *Cestes*, (p665, l23-24)
    - Boivin (p665, l24)

- De la Hire (p665, l25)
- L'Hôpital (p666, l1, 4, 10)
- Beauval (p666, l11-12)
- Rolle (p666, l15)

- Carta 60. AA III, 6, n.26. Leibniz, 26 de abril 1694.
  - Temas tratados:
    - Átomos y vacío (p70, l16-17)
    - Cuadraturas (p70, l17–p71, l4)
    - Dióptrica (p71, l5-20)
    - Causa de la gravedad (p71, l21–p72, l29)
    - Sustitución de profesor de matemáticas en la *Academie die Ritterakademie Wolfenbüttel* (p72, l30–p74, l3)
  - Personas nombradas:
    - Descartes (p71, l7)
    - Fatio de Duillier (p71, l9, 21; p72, l16, 18, 25)
    - Newton (p71, l10; p72, l15, 27)
    - Mariotte (p71, l16)
    - J. Teyler (p73, 6-8)

- Carta 61. AA III, 6, n.38. Huygens, 29 de mayo 1694.
  - Temas tratados:
    - Huygens, *Cosmotheoros* (p101, l11-12)
    - Reloj (p101, l12-21)
    - Catenaria, curvas (p101, l22–p103, l5)
    - Refutación de Renaud (p103, l6-11)
    - Dióptrica (p103, l12–p104, l12)
    - Causa de la gravedad (p104, l13–p105, l2)
    - Átomos y vacío (p105, l3-10)
    - Sustitución de profesor de matemáticas en la *Academie die Ritterakademie Wolfenbüttel* (p105, l11-17)
  - Personas nombradas:
    - Wallis, *De algebra* (p102, l11-12)
    - L'Hôpital (p102, l15; p103, l2, 10)
    - Johann Bernoulli (p102, l20)

    - Renaud, *Theorie de la manoeuvre des vaisseaux* (p103, l7)
    - Martin Knorre (p103, l12)
    - Hooke (p103, l14, 17)
    - Pardies (p103, l14)
    - Newton (p103, l18; p104, l9)
    - Fatio de Duillier (p103, l18; p104, l4, 13, 19)
    - Romer (p104, 4)
    - Verlamius (p104, l9)
    - Varignon (p104, l15)
    - Descartes (p105, l5, 9)
    - Newton, *Principia Mathematica* (p105, l7)
    - David Gregorius (p105, l9
    - Teiller (p105, l11)
    - De Volder (p105, l16)

- Carta 62. AA III, 6, n.40. Huygens, 8 de junio 1694.
  - Temas tratados:
    - Sustitución de profesor de matemáticas en la *Academie die Ritterakademie Wolfenbüttel* (p108, 12–p109, l5)
    - Errata en las AE (p109, l6-11)
    - Enfermedad de Newton (p109, l12-17)
  - Personas nombradas:
    - De Volder (p108, l13; p109, l2)
    - Teiller (p108, l16)
    - Cranen (p108, l20)
    - Newton (p109, l12)

- Carta 63. AA III, 6, n.45. Leibniz, 12/22 de junio 1694.
  - Temas tratados:
    - Medicina (p124, l20–p125, l9)
    - Reloj (p125, l10-11)
    - Huygens, *Cosmotheoros* (p125, 11-16)
    - Cálculo (p125, l17–p127, l17)
    - Cuadraturas (p127, l18–p128, l10)
    - Refutación de Renaud (p128, l11-21)

    - Leyes de la refracción (p128, l22–p129, l10)
    - Vacío y dureza de los cuerpos (p129, l11-21)
    - Causa de la gravedad (p129, l22–p130, l22)
    - Movimiento absoluto y relativo (p130, l23–p131, l18)
    - Sustitución de profesor de matemáticas en la *Academie die Ritterakademie Wolfenbüttel* (p131, l19-20)
    - Errata en las AE (p131, l20-22)
    - Enfermedad de Newton (p131, l23–p132, l2)
    - Método inverso de tangentes (p132, l7-13)
  - Personas nombradas:
    - L'Hôpital (p125, l21; p127, l16)
    - Jacob Bernoulli (p125, l22, 27)
    - Johann Bernoulli (p125, l22; p128, l7)
    - Newton (p125, l23; p127, l14; p129, l12; p131, l13, 18, 23; p132, l8)
    - Wallis, *Álgebra* (p125, l24)
    - Mercator (p127, l14)
    - Descartes (p127, l22, 23)
    - Tourville (p128, l20)
    - Hooke (p128, l22)
    - Pardies (p128, l22; p129, l3)
    - Knorr (p129, l1)
    - Ango (p129, l2)
    - Fatio de Duillier (p129, l11)
    - Wallis (p131, l19; p132, l7)
- Carta 64. AA III, 6, n.48. Leibniz, 29 de junio/9 de julio 1694.
  - Temas tratados:
    - Errata en las AE (p138, l13–p140, l4)
    - Átomos, vacío y mundos infinitos (p140, l5-8)
    - Naturaleza de los colores (p140, l9-12)
  - Personas nombradas:
    - L'Hôpital (p138, l15; p139, l2, 4)
    - Johann Bernoulli (p139, l17)
    - Varignon (p140, l2)

    - Newton (p140, l9, 12)
    - Wallis (p140, l12)

- Carta 65. AA III, 6, n.49. Leibniz, 17/27 de julio 1694.
  - Temas tratados:
    - Cuerpos elásticos y sus propiedades (p141, l20–p142, l16)
    - Errata en las AE, curvas algebraicas, mecánicas, catenaria (p142, l16–143, l22)
  - Personas nombradas:
    - Jacob Bernoulli (p141, l19; p142, l5; p143, l6, 12)
    - Newton (p143, l4)

- Carta 66. AA III, 6, n.54. Huygens, 24 de agosto 1694.
  - Temas tratados:
    - Errata en las AE, curvas (p157, l21–p161, l4; p162, l15–164, l6)
    - Refutación de Renaud (p161, l5-14)
    - Medicina (p161, l15-16)
    - Cálculo (p161, l17–p162, l2)
    - Causa de la gravedad (p162, l3-14)
    - Movimiento absoluto y relativo (p162, l7-14)
  - Personas nombradas:
    - Jacob Bernoulli (p157, l24; p158, l12; p159, l1; p161, l1; p162, l16, 20; p163, l6, 14, 22; p164, l1)
    - Renaud (p161, l2)
    - L'Hôpital (p161, l12; p162, l16)
    - Wallis, *Álgebra* (p161, l13)
    - Johann Bernoulli (p162, l1)
    - Fatio de Duillier (p162, l3)
    - Huygens, *Discours de la pesanteur* (p162, l7)
    - Newton (p162, l9)

- Carta 67. AA III, 6, n.56. Leibniz, 4/14 de septiembre 1694.
  - Temas tratados:
    - Cálculo (p176, l2-16; p178, l6–p182, l15)

- Curvas (p176, l17–p177, l5)
- Errata en las AE, curvas (p177, l6–p178, l5)
- Catenaria (p180, l1-20)
- Causa de la gravedad (p182, l15–p183, l11)
- Descartes, *Principios de filosofía* (p183, l11-14)
- Átomos y vacío (p183, l14-15)
- Isócrona de Bernoulli (p183, l15-18)
- Enfermedad de Newton (p183, l19-20)
- Leibniz, *Código diplomático* (p183, l20–p184, l7)
- Dióptrica (p184, l8-15)
- Variación del imán (p184, l15-16)
- Flujo y reflujo (p184, l16-18)

- Personas nombradas:
  - Wallis, *Álgebra* (p176, l3)
  - Newton (p176, l3, 7, 11; p182, l21; p183, l20; p184, l17)
  - Wallis (p176, l6,
  - Barrow (p176, l7)
  - Oldenburg (p176, l11, 14)
  - Jacob Bernoulli (p177, l3, 8, 11, 22; p178, l4; p182, l15; p183, l16)
  - L'Hôpital (p182, l15)
  - Johann Bernoulli (p182, l15; p183, l17)
  - Viviani (p183, l7)
  - Copérnico (p183, l8)
  - Tayler (p183, l19)
  - Halley (p184, l15)

- Carta 68. AA III, 6, n.57. Leibniz, 8/18 de septiembre 1694.
  - Temas tratados:
    - Vidrios ardientes de Tschirnhaus (p186, l5-10)
    - Teoremas de geometría de Tschirnhaus (p186, l11-14)
  - Personas nombradas:
    - Tschirnhaus (p186, l5)

- Carta 69. AA III, 6, n.66. Leibniz, 14/24 de octubre 1694.

- Temas tratados:
  - Envío de un amigo de Leibniz para que Huygens lo recomiende (p202, l10–p203, l8)
- Personas nombradas:
  - Tschirnhaus (p202, l10; p203, l13)
  - Juan Phillipe Elector de Maguncia (p202, l25–p203, l1)
  - Elector de Brandebourg (p203, l2)

- Carta 70. AA III, 6, n.86. Huygens, 27 de diciembre 1694.
  - Temas tratados:
    - Experimentos de Crafft en física (p260, l3-10)
    - Vídrio ardiente de Tschirnhaus (p260, l11-23)
    - Cálculo, curvas (pp260, l23–p261, l6)
    - Huygens, *Cosmotheoros* (p261, l6-8)
    - Cálculo (p261, l8-13)
    - Máquina aritmética (p261, l14-20)
    - Manuscrito de De Maroles (p262, l1-5)
    - Paracéntrica de Bernoulli (p262, l5-13)
  - Personas nombradas:
    - Crafft (p259, l19; p260, l3; p261, l14)
    - Tschirnhaus (p260, l11, 23; p261, l12)
    - Craige (p261, l12)
    - Pascal (p261, l16)
    - De Maroles (p262, l1)
    - Diofanto (p262, l3)
    - P. Billy (p262, l3)
    - Johann Bernoulli (p262, l7)

- Carta 71. AA III, 6, n.136. Leibniz, 21 de junio/1 de julio 1694.
  - Temas tratados:
    - Vidrios ardientes y espejos convexos de vidrio (p419, l3-10)
    - Segunda edición del *Medicina mentis* de Tschirnhaus (p419, l11-16)
    - Curvas de Tschirnhaus (p419, l17–p420, l3)
    - Cálculo (p420, l4–p422, l6)

  - Máquina aritmética (p422, l7-11)
  - Huygens, *Cosmotheoros* (p422, l12-16)
- Personas nombradas:
  - Beauval (p418, l15)
  - Tschirnhaus (p419, l3, 11; p420, l5, 7, 10, 17)
  - Curtius (p419, l9)
  - Rey Carlos II (p419, l9)
  - Fatio de Duillier (p419, l12)
  - L'Hôpital (p419, l15; p420, l4)
  - De la Hire (p420, l4, 8)
  - Bernard Nieuwentiit (p421, l1, 5; p422, l5)
  - M. J. Makreel (p421, l3)
  - Fermat (p421, l6, 18)
  - Barrow (p421, l6, 18)
  - Newton (p421, l6)
  - Burnet (p422, l7)
  - Obispo de Salisbury (p422, l7)
  - De Maroles (p422, l19)
  - Leibniz, *Código diplomático* (p422, l21)

Anexo B

Traducción de una selección de cartas

B.1. Carta n. 52 (III, 5, 90). Huygens, 11 julio 1692

En la Haya este 11 de Julio 1692

[335] Señor
Aunque responda muy tarde a vuestra última carta, no puede dudar de que haya estado muy satisfecho a causa del juicio favorecedor respecto a mis últimos tratados, el cual estimo más que ningún otro. La principal razón [336] de mi silencio ha sido que, estando dedicado desde algún tiempo al estudio de la Dióptrica y a perfeccionar lo que he escrito, he querido evitar ser distraído por otras especulaciones, lo que no se podía hacer al responder a vuestra carta, que está repleta de ellas. Hay muchas cosas a resolver en esta Dióptrica, y siempre ha ofrecido novedades, incluso hasta este momento cuando me parece que me he introducido por completo, aunque todavía no he conseguido escribirlo todo. Voy a recorrer todos los puntos de vuestra carta, y después le responderé respecto a vuestras notas sobre los *Principios* de Descartes.

Si usted aprueba mi explicación de la gravedad, no veo cómo usted puede entender que un movimiento parecido de la materia ambiente[1] pueda causar la redondez de las gotas de agua y la gravedad del plomo hacia la Tierra, o de los planetas hacia el sol. Encuentro más verosímil que la redondez de las gotas venga del movimiento rápido de alguna materia que circule por dentro. Pero si esto fuese un efecto del movimiento en todo sentido de la materia que está en el exterior, no habría ninguna operación de la fuerza centrífuga en la gota. No veo tampoco cómo la causa que doy de la gravedad pueda coincidir con la atracción que usted concibe por los rayos

[1] *Materiae ambientis* o éter.

que emanan del centro. Para permanecer en mi principio sería necesario que la fuerza de la materia circulante fuese mayor hacia el centro que hacia las rectas más alejadas, en una cierta proporción para explicar por qué las gravedades de los planetas contrarrestan sus fuerzas centrífugas, proporción que puedo determinar fácilmente, mas no encuentro hasta aquí la causa de esta fuerza diferente.

[337] Es cierto que, siendo puestas las gravedades de los planetas en razón doble recíproca de sus distancias respecto al sol, ello, con la virtud centrífuga, da las elípticas excéntricas de Kepler. Mas cómo al sustituir vuestra circulación armónica, y reteniendo la misma proporción de las gravedades, usted deduce las mismas elipses, es algo que jamás he podido comprender por vuestra explicación que se encuentra en las *Acta* de Leipzig, no viendo cómo usted encuentra lugar para alguna especie de torbellino deferente de Descartes que usted quiere conservar; ya que la dicha proporción de gravedad, junto con la fuerza centrífuga, producen ellas solas las elipses keplerianas según la demostración del Sr. Newton. Usted me había prometido hace mucho tiempo esclarecer esta dificultad.

Si por los paralelismos de los ejes planetarios usted entiende la situación paralela que cada uno de estos ejes guarda a sí mismo, no es necesario para eso el torbellino, ya que se debe explicar por las leyes del movimiento.

Encuentro, como usted, más de mi agrado las elipses verdaderas que las elipsoides del Sr. Cassini, para las cuales no creo que él haya encontrado una razón física, ya que no ha dicho nada; y para la astronómica debe ser muy pequeña, vista la poca diferencia de unas y otras en los casos de las órbitas planetarias.

Podría señalarle muchas objeciones contra la Tierra esferoide, en los sentidos del Sr. Eisenschmidt[2], que escribí al leer su tratado, mas con este ya es suficiente para refutarle: *Cum ex auctoris ratiocinio tanta futura sit differentia amplitudinis graduum in Ellipsibus per binos Terrae polos ductis, ut circa gradum altitudinis poli, unus in Terra gradus sit futurus* $7\frac{1}{2}$ *milliarium Germanicorum*[3]*; prope aequatorem vero milliarium 15, nunquid putat hoc Nautarum omnium experientia pridem comprobari debuisse, si verum esset?*[4] Por lo demás parece docto

[2]Johann Caspar Eisenschmidt.

[3]*Milliarium Germanicorum*: unidad de medida de escala gráfica habitual en la época en la representación de mapas. Existían otras medidas similares, como *milliarium Hispanicorum*.

[4]En virtud del autor, guiado por la razón, grande será la diferencia de la amplitud de los grados en las elipses hacia los polos de la Tierra, y cerca del grado con la altitud del polo un grado en la Tierra será de $7\frac{1}{2}$ mil germanicorums; justo 15 mil cerca del ecuador, ¿es posible considerar la experiencia de todos los marineros que hace tiempo han debido comprobar si eso es cierto?

y escribe bien, mas de personas como Wasmuth y su alumno, no se merecen que hablemos.

[338] En el Tratado de Craige que el Sr. Fatio me ha hecho llegar, veo que ha remarcado mucho la insuficiencia del método del Sr. Tschirnhaus para las cuadraturas. Entonces, ¿se ha enfadado mucho?

El matemático de Zelanda que da en su tratado una tabla de una veintena de cuadraturas se llama Hubertus Huighenius, y el título de su libro es *Animadversiones quaedam circa proportionem quam ad Rectilineas habent figurae Curvilineae*. Él creía que, a lo largo del cálculo aproximado, había mostrado el camino para llegar a la cuadratura del círculo, de lo cual le he desengañado. Las objeciones del Sr. Papin estaban contra el uno y el otro de mis tratados. Él es de aquellos que quieren, junto con Descartes, que la esencia de los cuerpos consista sólo en la extensión.

Para dar en las *Acta* de Leipzig lo que tengo respecto a la música, sería necesario que fuese precedido de lo que hay en el *Journal* del Sr. de Beauval, y no tengo mucho tiempo para traducirlo. Este Sr. Ouvrard del que usted espera la música, pretendía poder mostrar la composición en 24 horas. Le he conocido en París. Hizo imprimir un pequeño tratado muy extravagante donde quería que en materia de arquitectura se observasen las proporciones que hacen las consonancias, como si el ojo pudiese reconocer cuándo uno se desvía de estas proporciones al igual que lo hace el oído al cantar.

He visto además algunos meses de las *Memoires* de la Academia de París, y apruebo como usted este propósito, exhortar a nuestros libreros a continuar imitándolos, a lo cual, con todo, no les encuentro muy dispuestos. En las *Journaux des Scavants* del año pasado, [339] 1691, hay una observación curiosa que informa el Sr. de la Hire respecto a las piedras de imán que se encontraban crudas sobre el hierro por dentro de las piedras con las que se ha construido una punta del campanario en Chartres.

Vuestra investigación de la cantidad compuesta de a, b, c, d, parece bastante difícil si se quiere encontrar alguna manera general, mas dudo si es muy útil, ya que en todo lo que yo he calculado nunca se me ha ofrecido un problema parecido. La cantidad $\frac{ac - bd}{\overline{a+b} \times \overline{c+d}}$ no es, quizá, la única que satisface en vuestro caso. Habría también que considerar cuando el problema es posible o no. Si tuviese necesidad, lo pensaría más.

La razón que me obliga a plantear átomos irrompibles es que no pudiendo aceptar, no más que usted, Señor, el dogma cartesiano de que la esencia de los cuerpos consiste en la sola extensión, encuentro que es necesario, a fin de que los cuerpos guarden sus figuras y que se resistan al movimiento los unos de los otros, darles la impenetrabilidad y una resistencia a ser rotos o forzados. No obstante, hay que suponer que esta resistencia es infinita, ya que parece absurdo suponerla en un cierto grado, como si se dijese que es igual a la del diamante o del hierro, pues esto no puede tener causa en una materia donde por cierto no se supone nada más que la extensión. Es por ello que siempre he encontrado que es un error del Sr. Descartes cuando quiere que sus pequeñas esferas de 2 elementos se hayan formado por el abatimiento de los ángulos y prominencias que tuviesen de pequeños cuerpos cúbicos o formados de otro modo. Pues sería necesaria alguna fuerza para superar la resistencia que ejercen estos ángulos y prominencias a ser rotos, por donde él creía poder limitar, y ¿qué hace aumentar esta resistencia? Y si no se hiciese ninguna resistencia, de modo que estos cuerpos se dejasen mutilar y mermar con el sólo encuentro de otras partículas, ¿por qué no se dejan hundir también como la arcilla húmeda, y como guardando sus figuras tras haberse vuelto esféricas?

[340] La hipótesis de la dureza infinita me parece por lo tanto muy necesaria, y no concibo por qué usted la encuentra tan extraña y como si infiriese un continuo milagro. Pues respecto a la dificultad de la unión que llegase por el encuentro de dos superficies llanas, usted mismo la resuelve, no tiene más que mirar los granos de arena con un microscopio y ver si encuentra las superficies exactamente planas; y cuando llegase a los átomos, necesitaría entonces su aplicación justa, *quod in indivisibili consistit*[5]. Le suplico que considere estas razones que expongo, y que me diga cómo concibe usted que las partes de los cuerpos simples y primitivas formen un todo coherente. ¿Sería esto por vuestro *Motus conspirans*[6] de estas mismas partes, consideradas como realmente separadas, queriendo usted comprender los cuerpos simples tan bien como las forma en el artículo de vuestras objeciones contra Descartes? Reconozco que no comprendo nada sobre cómo puesto pensamiento puede subsistir ni en los unos ni en los otros. ¿Quiere usted que las partículas de una barra de hierro tengan por dentro un *Motus conspirans*, y que no obstante ello haga que nada se desordene en esta barra? ¿Quién puede entender esto? Y sin embargo usted dice que esta exposición de la cohesión satisface a ambos, a la razón y a los sentidos. Tengo una forma de explicar la cohesión de los cuerpos compuestos que depende de la presión exterior, y también de otra cosa. Mas hasta aquí ya es suficiente este asunto.

El Sr. de Beauval me ha prestado vuestros comentarios sobre las 2 primeras partes de los *Principios* de Descartes, los cuales he examinado con

[5]Que consiste en indivisibles.
[6]Movimiento conspirante.

placer. Hay amplia materia para contradecir a este filósofo, y se ven venir objeciones de todos lados. Respecto a sus demostraciones Metafísicas *de Existentia Dei, animae non corporeae, et immortalis*, nunca he estado satisfecho. Nosotros no tenemos para nada esta *Idea entis perfectissimi*[7]. Tampoco apruebo mucho más su *κριτηριον Veri*[8], y estoy de acuerdo con usted en la mayor parte de vuestros razonamientos, aunque no en todos. Mas sería muy largo entrar en esta discusión. Veo que usted alega a menudo lo que ha escrito en otro lugar. ¿Pretende hablar de otros tratados diferentes a los que hemos visto en las *Acta* de Leipzig?

[341] Respecto al asunto del movimiento tengo cosas nuevas y paradojas que dar, que se verán cuando publique mis demostraciones de las reglas de la percusión, insertadas otrora en las *Journaux* de París y de Londres. Comuniqué estas demostraciones a nuestros Señores de la Academia, y envié también algunas a la *Royal Society*, en las que empleaba, junto con otra cosa, esta *conservatio virium aequalium*[9] y la deducción al movimiento perpetuo, es decir, al imposible, por donde usted refuta también las reglas de Descartes, que siendo reconocidas por todos como falsas, y siendo sin fundamento, no merecen la pena que usted tome. Respecto a lo que el Sr. Beauval me ha dicho, desearía usted que vuestros comentarios fuesen adjuntados en alguna nueva edición de los *Principios* de Descartes, a lo cual no sé si los libreros querrían consentir, ya que éstos no servirían nada para recomendar esta filosofía ni a su autor. Éstos estarían mejor con el *Voiage* de Descartes que usted habrá leído, o con el *Examen* del Sr. Huet. También podría usted hacer imprimirlos aparte, añadiendo un título y un breve prefacio. O si quiere que el volumen sea un poco más grueso, sólo tendría que examinar igualmente la 3a y 4a parte a las que hay por lo menos tanto que reprender, y también *Les meteores*. Parece que Descartes haya querido decidir sobre todas las materias de física y metafísica, sin preocuparse si decía la verdad o no. Y quizá no es inútil usarlo de esta manera para las personas que han adquirido una gran reputación en otros lugares, porque estimulan a otros a encontrar alguna cosa mejor. Él se abstuvo sin embargo de tocar la producción de las plantas y animales, sin duda porque no ha visto modo de hacerles nacer del movimiento y de la figura de las partículas, así como el resto de los cuerpos que considera.

[342] Estoy impaciente por ver qué ha sido de vuestra correspondencia con el Sr. Pelisson, la cual el Sr. de Beauval me ha dicho debe ser publicada

[7] Idea de un ente perfectísimo.
[8] Criterio verdadero.
[9] Conservación del nivel de las fuerzas.

hoy por hoy. Me encanta ver el razonamiento de aquellos que sobresalen en las matemáticas, sobre cualquier cosa que sea, y yo podría un día proponerle alguna. Soy con una perfecta estima y afecto,

Señor, Vuestro muy humilde y muy obediente servidor,

Huygens de Zulichem

B.2. Carta n. 53 (III, 5, 106). Leibniz, 16/26 septiembre 1692

Hannover este 16/26 de septiembre. 1692

[387] Señor

He estado muy ocupado este verano, lo que me ha retrasado mucho para responder a vuestra carta del 11 de Julio, pues habría requerido para ello una especie de retiro y de meditación, ya que toca usted muchos asuntos importantes. Por ello, aun no estoy en estado de satisfacerle enteramente, y mientras tanto doy lo que puedo.

No veo todavía por qué no se pueden conciliar las, en apariencia, opiniones diferentes respecto a la redondez de las gotas, la gravedad de los cuerpos terrestres y la atracción de los planetas hacia el Sol. Creo que se puede decir en general que la materia es agitada de una infinidad de modos de todos lados con una deformidad uniforme, de modo que quizá sea igual por todas direcciones. Este movimiento debe servir tanto para formar los cuerpos como para colocarlos, pues los cuerpos toman la situación según la cual sus movimientos son menos obstaculizados y se acomodan de algún modo los unos con los otros, de esta manera eso puede hacer que se unan cuando están separados, y que sea difícil separarlos cuando están unidos. Se puede aún considerar más particularmente que un cuerpo rodeado de otro más fluido y más agitado, mas al cual no permite suficiente paso por dentro, será golpeado fuera por una infinidad de oleadas que contribuirán a cerrarlo y a presionar sus partes las unas contra las otras. Que un cuerpo redondo está menos expuesto a los golpes del fluido que le rodea, a causa que es de esta forma, que su superficie es la menor que es posible, y que la uniformidad diversa tanto de los movimientos internos como de los movimientos exteriores contribuye también a esta redondez. Podemos venir a un mayor detalle en lo que se refiere al globo de la Tierra, y considerar que las agitaciones de un fluido contenido giran en circulaciones, pues es de este modo que ellas continúan con el [388] menor impedimento, que estas circulaciones se encuentran en todas direcciones a causa de que las agitaciones que les producen lo están también. Y que las circulaciones alrededor de la Tierra concuerdan y conspiran para tener un centro común, que será el del globo de la Tierra, sin duda porque desde la formación de este globo (parecido aparentemente a la formación de una gota) este centro estaba separado de otros puntos; que esta manera circulante procura alejarse del centro, y en consecuencia obliga a los cuerpos menos acelerados a acercarse. Y que los esfuerzos centrífugos de la materia puedan ser considerados como los rayos de atracción que parten del centro, con respecto a los cuerpos que les hacen ir.

La analogía de la naturaleza puede hacer creer que hay alguna cosa parecida respecto al sistema solar, que los planetas tienden hacia el sol por una razón parecida y que las atracciones son en razón doble recíproca de las distancias, como las iluminaciones. Y como en el imán no está solamente la atracción sino también la dirección, y como hay una gran analogía entre la tierra y el imán, tenemos razones para creer que entre muchas circulaciones alrededor del centro de la tierra a las que se pueden asignar una infinidad de polos, hay dos polos principales a los cuales la materia de la tierra se acomoda a un cierto curso de la materia del gran sistema solar, siguiéndolos, al igual que los imanes se acomodan al curso de la materia del sistema terrestre.

[389] Parece, Señor, que usted no está de acuerdo con estas conciliaciones, mas no señala usted lo que hay que repetir en concreto, y tampoco dice por qué, por ejemplo, atribuye más particularmente la redondez de las gotas del agua a un movimiento rápido interior. No dice tampoco por qué los esfuerzos de la materia centrífuga no pueden ser considerados como los rayos de atracción. He señalado, sin embargo, que se puede decir algo en contra, a saber, que hay la misma cantidad de luz en todas las superficies esféricas concéntricas, mas que se puede dudar sobre si hay la misma cantidad de atracción. Y es cierto que, de nuevo, yo había intentado algo que parece bastante plausible considerando la fuerza de la circulación. Habrá que examinar qué explicación es mejor, o si las podemos conciliar. Lo mismo se puede decir respecto a la explicación del Sr. Newton de las elipses. Los planetas se mueven como si sólo hubiese un movimiento de transposición o de propia dirección unida a la gravedad a la que el Sr. Newton se ha referido; sin embargo, se mueven también como si estuviesen tranquilamente desviados por una materia cuya circulación sea armónica; [390] y parece que hay una conspiración de esta circulación con la propia dirección del planeta. Y la razón que hace que no reconsidere aun la materia deferente desde que he conocido la explicación del Sr. Newton, es, entre otras, que veo a todos los planetas ir aproximadamente de un mismo lado, y en una misma región, lo que es aún más notable respecto a los pequeños planetas de Júpiter y de Saturno. En cambio, sin la materia deferente común nada impediría a los planetas ir en todos sentidos. Hay muchas cosas que decir sobre todo esto, que espero esclarecer un día más particularmente. Parece que la analogía de la Tierra y del Sol con el imán hace probable el curso

de la materia solar, parecida a la de la materia terrestre, que es una especie de circulación o torbellino. ¿Y cómo explicaremos la atracción de la Tierra que la lleva hacia el Sol, si no se admite algo de analógico con la causa de la gravedad? Me parece que usted mismo reconoce esta analogía en algún lugar de vuestro último tratado. Sea lo que pudiese ser, será un movimiento de una materia fluida en círculo, pues no se contentará usted con una cualidad atractiva como el Sr. Newton parece hacer. Siendo así, parece que usted no sabría pasar de los torbellinos, y sin esto, cómo podrá mantener vuestra explicación de la gravedad, donde supone con razón que la materia que circula en todo sentido está confinada. Esto no será en un cielo sólido cristalino, será por tanto en una especie de orbe o esfera líquida u otro fluido circundante al que el movimiento otorga de algún modo a este respecto los privilegios de un cuerpo sólido. Igualmente, sin esto, los cuerpos que circulan se disiparían por sus fuerzas centrífugas, si no es porque les atribuyamos [391] alguna cualidad centrófila, o alguna simpatía entre ellas, lo cual creo que usted no aceptaría.

En cuanto al paralelismo de los ejes, es muy cierto que si se explica el movimiento del planeta por la sola transposición unida a la gravedad y si se supone que el planeta está siempre en equilibrio por la gravedad de sus partes de alguna manera que se le coloque, es necesario que guarde siempre la dirección del eje de modo que éste sea siempre paralelo a sí mismo. Mas esto supone entonces que el cuerpo no encuentre el menor impedimento o encuentro irregular ni impresión exterior que le haga girar un poco. Esto es contra la costumbre de la naturaleza, y, en consecuencia, puesto que no habría de este modo ningún principio fijo o constante de esta dirección, rápidamente sería cambiado. Al igual que es seguro que un globo que podríamos hacer parecido, lanzado al aire, no conservaría durante mucho tiempo una situación paralela a ella misma, o a las situaciones precedentes, y una línea recta llevada por dentro de este globo no permanecería mucho tiempo [392] paralela a su primera situación. De modo que prefiero fijar este paralelismo por alguna causa que responde a la dirección del imán y que sirve para enderezar los cambios que las solas leyes del movimiento del planeta no pueden excluir. Y yo mismo creo que si solamente existiese la mera transposición libre del planeta, sin ningún fluido deferente y que gobierne su curso, las reglas serían deformadas rápidamente.

Llego a nuestra diferencia del vacío y de los átomos, que será difícil de aclarar. Usted supone, Señor, que en los cuerpos hay una cierta dureza primitiva, y siendo así, opina que hay que suponerla infinita, pues no hay razón de suponerla de un cierto grado. Estoy de acuerdo en que sería absurdo dar a todos los cuerpos un cierto grado de dureza, pues nada nos lleva más a un grado tal que a otro. Mas no hay absurdidad en dar diferentes grados de dureza a los cuerpos distintos; de lo contrario demostraríamos por la misma razón que los cuerpos deben tener una fuerza nula o infinita. Dicho esto, que la naturaleza debe variar, la razón quiere que no haya átomos o cuerpos de dureza infinita, de lo contrario así serían todos, lo cual no es necesario. No parece tampoco que usted satisfaga la dificultad de los átomos que se tocarían por alguna superficie, y por esto mismo permanecerían tomados y agregados juntos inseparablemente. Pues negar que los átomos tienen superficies llanas o de otro modo congruentes entre ellas en la menor parte, es un gran *postulatum*[10]. Mas cuando se conceda esto, creo que en estos tipos de razonamientos se debe tener [393] en consideración no solamente lo que es, sino también lo que es posible. Supóngase por tanto una cosa posible, a saber, que todos los átomos sólo tuviesen superficies llanas, es visible que entonces este inconveniente llegaría, y en consecuencia la hipótesis de la perfecta dureza no es nada razonable. Hay aún otros inconvenientes en los átomos. Por ejemplo, no serían susceptibles de las leyes del movimiento, y la fuerza de dos átomos iguales que convergiesen directamente con una fuerza igual se debería perder, pues parecería que sólo estaría el resorte que hace que los cuerpos salten. Mas cuando no hubiese ningún inconveniente, parece que no se debe admitir una cualidad sin razón, tal y como es la dureza primitiva; no se ve nada que una dos masas juntas, y no veo cómo concibe, Señor, que el solo tocamiento haga las veces de gluten. No obstante, puesto que no hay ninguna conexión natural entre el tocamiento y la unión, será necesario que, si del tocamiento se sigue la adhesión, ocurra por un milagro perpetuo. Mas si la dureza es una cualidad explicable, es necesario que venga del movimiento, ya que sólo existe el movimiento que diversifica los cuerpos. Esto es todo lo que puedo decir de la conexión original de los cuerpos que vuelven a esto: que hace falta la fuerza para soltar una parte de la materia de otra cuando este desplazamiento cambie el movimiento y el curso presente de los cuerpos. Todo movimiento conspira en una [394] masa igual que hay alguna regla o ley que compara las partes móviles entre ellos, y es perturbada a medida que esta regla se vuelve más compuesta. También se puede decir que todo cuerpo tiene un cierto grado de dureza y de flexibilidad. Sin embargo, cuando

[10]Postulado.

se trata de cualquier barra de hierro u otro cuerpo ordinario, no hay necesidad de recurrir primero al origen primitivo de la dureza o a los átomos; es suficiente servirse de cuerpos pequeños, cada uno de los cuales ya tiene en sí mismo su dureza, mas cada uno permanece unido al otro un poco como dos tablas que se tocan por sus superficies planas y unidas que la presión del ambiente protege de ser separadas de un golpe.

No tengo afán de dar al público los comentarios sobre la parte general de la filosofía de Descartes. El Sr. de Beauval parecía ofrecerse a llevarlos consigo a Holanda. Ya que usted ha tenido la molestia de verlos, desearía que hubiese marcado los lugares en los que usted no esté de acuerdo, además de aquellos que conciernen al vacío y la dureza, yo querría que fuesen vistos por algún cartesiano hábil, pero capaz de razón, para saber lo que diría al encuentro. He escrito al Sr. de Beauval. Deseo ver un día su contribución sobre el movimiento. Había examinado [395] las reglas de Descartes por un principio general de conveniencia, que no falta a esto que creo y que me ha parecido útil para refutar los errores provisionales atendiendo a la pura verdad. Y estoy muy contento de mostrar cómo por medio de este principio las reglas cartesianas se refutan ellas mismas. Mi deseo en estos comentarios no es otro que hacer animadversiones sobre Descartes, sin pretender dar la verdadera filosofía. Me ha sorprendido que el Sr. Pelisson ha puesto, sobre todo en las adiciones, cosas que le habría rogado suprimir si hubiese sabido su intención. No es que haya maldad, sino que hay algunas veces malentendidos en el mundo. Todo esto no ha sido hecho para el público, y usted no encontrará vuestra opinión, Señor, si se toma la molestia de poner vuestros ojos. Mi deseo era mostrar a los Señores de la Iglesia Romana por una manera de represalia que según sus principios no solamente los protestantes sino también los paganos se pueden salvar. El resto nace por confluencia.

Usted me hace esperar un día algo de vuestra parte que será de una naturaleza diferente de las materias matemáticas. Estaría contento de ver esto. Y generalmente todo lo que proviene de usted me parece precioso. Le haré recordar algunas veces lo que usted dice en vuestra carta al respecto de Descartes, que es útil que las personas de una gran reputación digan sus conjeturas de todo tipo de materias, para estimular las otras. Es esto lo que querría que usted mismo hiciese. Soy con celo,

Señor, Vuestro muy humilde y muy obediente servidor Leibniz.

P.D.: ¿Sigue vivo el Sr. van Beuninguen? Se me ha dicho otras veces que se ha lanzado a los sentimientos indignados sobre la religión. Es una lástima que no haya pensado mejor en dar al público las memorias de sus negociaciones. ¿No hay ningún ministro de los Estados de las provincias unidas que piense al respecto? Pues es una lástima [396] que hoy sólo haya aquellos que no conocen los asuntos que se mezclan al escribir. Vuestro hermano podría conservar para la posteridad la historia verdadera del gran Rey a quien él sirve con tanta aprobación. Lo que el Sr. Temple da es muy considerable. Sin embargo, el Sr. du Cros, conocido sobre el Teatro de Nimwegue, habiendo sido tocado un poco duramente por el Sr. Temple, quiere dar una apología donde pretende recoger las cosas que cree no haber sido bien informadas por el Sr. Temple.

B.3. Carta n. 54 (III, 5, 122). Leibniz, 20/30 diciembre 1692

[454] Señor

Mi muy prolija carta le habrá llegado hace algunos meses. No hay prisa por recibir respuesta. Mas he aquí que me tomo la libertad de suplicarle:

Una persona a la que aprecio, empujada por otra que imagina haber encontrado el movimiento perpetuo, me ha pedido si yo no podría informarme sobre si los Estados han propuesto un precio a aquel que lo encontrase, y cuánto sería. Fui amable de decirle que el asunto no es posible en mi opinión, y que he sabido por las cartas de Grotius a Gallos la cantidad prometida por los Estados a aquel que encontrase las longitudes, pero que no he hablado de un premio prometido al inventor del movimiento perpetuo. Siempre hemos insistido, y se me ha suplicado con ruego que me informase.

Como usted no puede faltar en saber tal cosa, Señor, si hay algo así, me tomo la libertad de dirigirme a usted y de suplicarle que me haga saber una palabra de respuesta a esta cuestión, por muy inútil que sea ella misma, y aunque casi me avergüenza proponérsela.

Espero que esté bien, y que tengamos pronto vuestra importante Dióptrica. Se dice que el Sr. Newton presentará una nueva obra.

Le ruego me comunique vuestros comentarios sobre mis *animadversiones ad Cartesium*[11]. No es para entrar en disputa con usted, sino para sacar beneficio. Mas será cuando tenga tiempo. Sin embargo, le suplico que reenvíe mis animadversiones al Sr. Beauval si usted no lo ha hecho ya, con el fin de que las comunique a otros, como le he rogado con el fin de sacar los comentarios, aunque sé bien que no encontrará apenas quienes puedan equivaler a los vuestros.

Soy con celo,

Señor, Vuestro muy humilde y muy obediente servidor, Leibniz.

[455] Hannover 20/30 Diciembr. 1692

P.D.: Le deseo un feliz año con una gran seguimiento de similares.

Al Señor Huygens Señor de Zulichem en La Haya. Franco Lingen.

[11] Animadversiones a Descartes.

B.4. Carta n. 55 (III, 5, 123). Huygens, 12 enero 1693

En La Haya este 12 Ene. 1693

[455] Señor

Hace 6 días que he recibido vuestra carta del 30 de diciembre y aún no he respondido a la del 26 de septiembre, de lo cual no sé qué excusas alegaré, si es que no me di cuenta de que las disputas por carta ralentizan nuestra correspondencia, al menos por mi parte, ya que hay que recomenzar a razonar cada vez que escribimos, sin esperar respuesta hasta 5 ó 6 semanas después, cuando hemos nuevamente olvidado donde estábamos. Repasaré, con todo, los artículos de vuestras respuestas, sin extenderme y sin pretender igualmente que usted me envíe las réplicas. Mas antes responderé a lo que usted me ha pedido, y le diré que seguramente no hay ningún premio propuesto por los Señores los Estados para la invención del movimiento perpetuo, aunque sé que muchos lo han creído, ya que las personas poco sabias en estos asuntos se imaginan que esta invención conlleva la de las longitudes, lo cual es una consecuencia sin fundamento. Del [456] movimiento perpetuo esperan un movimiento igual, y de ahí los relojes exactos. Mas veo que con los relojes muy exactos el asunto de las longitudes sufre mucha dificultad a causa de los accidentes, y del cuidado y de la exactitud que hace falta para gobernarlos. Aquel para el que sea esta información no debe prestar atención a los principios del arte, si cree poder efectuar un tal movimiento mecánico, pues físicomecánicamente parece siempre que haya alguna esperanza; como al emplear la piedra de imán.

Paso a vuestra primera carta, donde estoy muy contento de ver que usted es todavía de mi opinión respecto a lo que es la causa de la gravedad. Mas cuando usted dice que los esfuerzos centrífugos de la materia pueden ser considerados como los rayos de atracción que parten del centro respecto de los cuerpos que les hacen ir, no veo ninguna razón de esta conformidad, ni que en consecuencia ella pueda servir para probar la proporción de las gravedades dobles inversas de las distancias del centro. La cual, por cierto, tengo por tal, tanto con respecto a los planetas principales que pesan hacia el Sol, como respecto a las lunas que pesan hacia los planetas.

Para este curso particular de la materia en el torbellino del Sol, que servirá para conservar el paralelismo al eje de la Tierra, lo encuentro poco compatible con el movimiento circular de la misma materia en todos sentidos que hace la gravedad; y con esto, nulamente necesario. Porque el globo terrestre, siendo del tamaño que es, el eje de su movimiento debe naturalmente guardar el paralelismo y es demasiado difícil de explicar porque se desvía de nuevo tanto como hace, siguiendo lo que parecía por la precesión de los equinoccios. Pues respecto al experimento de una esfera que lanzamos en alto, no dudo de que ella no fuese contra usted si la podemos lanzar de modo que no imprimamos nada de circulación al eje.

[457] Mi razón de por la que creo que la redondez de la gota de agua es más bien causada por un movimiento por dentro que por el impulso de la materia alrededor, es que el impulso igual por afuera debe hacer precisamente el mismo efecto para forzar las partes de la gota, y para cambiar su figura, que sería la presión igual de una materia que la rodearía por todos lados. Mas por los principios de mecánica, tal precisión no debe causar cambio a la figura de la gota ni devolverla esférica, aunque muchos lo creen falsamente, pues no es el impulso de la materia exterior el que la reduce a esta figura.

No insisto más en demandar la conciliación del torbellino deferente con las elipses del Sr. Newton, aunque no la encuentro en vuestro último razonamiento. Muchos la creen imposible, incluido yo. Es cierto que estos torbellinos a la manera de Descartes serían cómodos para explicar algunos fenómenos como, entre otros, por qué los planetas circulan todos en el mismo sentido; pero son incómodos para otros, sobre todo para la excentricidad constante de los mismos planetas y de sus aceleraciones y retardos verdaderos en sus órbitas. Pues para la primera, parece que la materia del torbellino debería desde hace mucho tiempo haber sido reducida a una conversión regular en cuanto a la redondez, y en consecuencia también los planetas, puesto que flotan dentro. Y para el segundo, poniendo que su movimiento se vuelve excéntrico, deberían acomodarse a la fuerza del torbellino en sus afelios y parhelios, lo cual no hacen, según lo que he examinado otras veces. Además de que sería difícil decir cómo los cometas [458] pueden pasar tan libremente a través de un torbellino capaz de mover los planetas, lo cual en la hipótesis del Sr. Newton no presenta dificultad.

Le ruego que crea, Señor, que no me afano en absoluto en sostener las opiniones que una vez abracé, sino que únicamente busco razones de verdad, si nuestras disputas pudiesen ponerse en evidencia. He considerado mucho lo que dice acerca de mis átomos y la dureza infinita, a saber, que usted confiesa que habría absurdidad al dar a todos los cuerpos primitivos un cierto grado de dureza o resistencia a romperse, mas que no hay absurdidad al suponer diferentes grados en muchos cuerpos, a saber, primitivos, pues es de lo que se trata. Me parece por tanto que es más fácil acordar la dureza perfecta e infinita para todos que acordar esta variedad de fuerzas para diferentes cuerpos. Pues es más difícil concebir las razones de estas diferentes durezas que admitir una sola infinita. Esto conllevaría imaginar muchos tipos de materia primera, en lugar de que no haya necesidad más que de una.

Alega después de esto, como una dificultad contra los átomos, la adhesión que se haría por sus superficies planas. Respondo que estas superficies deberían haber sido hechas a propósito, lo que no veo por qué habría tenido lugar ahí en lugar de en la arena del mar, donde no se puede encontrar ninguna adhesión. Y no me parece del todo que esto, el querer que no haya átomos con las superficies planas, sea un gran *postulatum*, mas sería una ventaja el suponer, ya que hace falta una dirección e intención expresa para formar una superficie plana con la última exactitud. Mas aún cuando la décima parte de los átomos fuesen cubos perfectos, la aplicación justa de sus superficies contisten *in indivisibili*[12], y estando estos cuerpos en gran movimiento, no creo todavía que se unan para componer las masas.

[459] Encuentra de nuevo usted un inconveniente en que los átomos no fuesen susceptibles de las leyes del movimiento, ya que dos iguales, presentándose directamente con fuerzas iguales, deberían perder su movimiento, ya que sólo está el resorte, dice usted, que haga saltar los cuerpos. Mas es esto lo que no creo en absoluto por razones que publicaré un día; y con cualquier explicación que usted quiera dar de la causa del resorte, se encontraría usted muy obstaculizado al poner que los últimos pequeños cuerpos (pues aquellos que hacen resorte son compuestos) no saltan al encontrarse, sino que permanecen unidos, pues de ahí se seguiría la pérdida de todo movimiento relativo en la materia del universo.

Por lo demás usted no debe atribuirme que concibo que el solo roce hace la función de un gluten para volver a los cuerpos compuestos cerrados y duros, puesto que yo había escrito en mi última carta que explicaba la cohesión de los cuerpos por una presión exterior, y por alguna otra cosa. Presión que veo que usted emplea igualmente. Lo que usted añade del movimiento conspirante me es de lo más ininteligible.

He devuelto al Sr. Beauval vuestras notas sobre Descartes. Podría decirle de nuevo de los lugares donde no estoy de acuerdo con usted. Vayamos ahora a la geometría, donde no hay nada que rebatir.

He retomado desde hace unos meses la correspondencia con el Sr. Marqués de L'Hôpital con la ocasión de un hermoso problema que me envía,

[12]En indivisibles.

que es el de encontrar una [460] línea recta igual a la porción dada de la línea logarítmica, sin otra ayuda que la de la línea misma. Él había tomado un rodeo para ello donde había mucha sutileza; y aunque yo haya encontrado desde entonces otro camino más corto, cuento como mucho que él haya inventado y tentado primero este problema. Mas es capaz de resolver problemas más difíciles, y se sirve hábilmente de vuestro nuevo cálculo. Me ha enviado las soluciones de todas las cuestiones que antes le había propuesto respecto a las cuadraturas y las subtangentes, habiéndomelas demandado expresamente. Y ha deseado tras esto problemas más difíciles. Y en lo cual no he dejado de contentarlo, habiéndole enviado desde entonces estas 2 subtangentes para encontrar sus curvas, $(aay + yyx)/(ax - xy - ay) y (yx^3)/(3x^3 + 3aay - 2xyy)$. Me ha pedido si tenía algún método para cuando las subtangentes son $(ay + xx)(2y^3)/(yy + 2xy - xx), (yy - xy)/a$, que es la de la curva del Sr. de Beaune de la que el Sr. Descartes hace mención en su carta 79a del 3er volumen. He reconocido que no tengo ninguno, y tengo en efecto estas cuestiones por muy difíciles, de las que deseo mucho saber vuestra opinión. Respecto a mí, no quiero tomarme la molestia de buscarlas, ya que creo que toda la dificultad ha sido superada, sea por el Sr. el Marqués mismo, sea por el Sr. Newton (de quien se me asegura que el tratado al respecto ha sido impreso desde hace poco [461] en el tratado de álgebra del Sr. Wallis), sea por usted, Señor, quien ha profundizado extremadamente en esta materia, donde no soy más que un novicio.

Con todo, desde hace algún tiempo conozco una fuente poco conocida pero que usted no ignorará, sin duda, de donde se puede sacar la solución de muchos de estos problemas que consideran estas tangentes inversas, cuadraturas, centros de gravedad, etc. Ella da sin molestia la cuadratura que usted ha propuesto antes, y la de la curva $xxy - aay = 2aax$ que me ha sido entregado el Sr. el Marqués, con muchos otros. Entre los cuales está también la cuadratura bastante notable de la curva cuya ecuación es $x^3 + y^3 = xyn$, a la que el Sr. Descartes se refiere en su carta 65 del 3er volumen, y que ha considerado, al igual que el Sr. Hudde, por otra cosa. Encuentro que el contenido de la hoja A en esta figura es $\frac{1}{6}nn$, ó $\frac{1}{3}$ del cuadrado de su diámetro, que el espacio infinito B, entre las continuaciones de la curva y su asíntota, es también de la misma magnitud; y que, en conclusión, la dimensión general de los segmentos es tan simple que se expresa por un solo término.

Hablaré nuevamente de una cuadratura físicomatemática de la hipérbola que he encontrado hace poco, cuya especulación tiene algo [462] de placentero. De esta forma, usted ve, Señor, que no ceso de meditar y de aprender siempre algo.

He leído con placer vuestras cartas al Sr. Pelisson, en una de las cuales usted dice bastante significativamente sus verdades a los Srs. los Católicos. Se ve en sus respuestas cómo [463] emplea las dulzuras, los elogios y todo de lo que puede servir para intentar atraerle a su parte, sin que yo crea que esto le tiente lo menos del mundo, no pudiendo imaginarme cómo una persona de espíritu puede someterse a creer las absurdidades y las necedades que enseña esta religión, ni cómo un hombre de bien puede aprobar la crueldad que usa para constreñir y forzar las consciencias.

Soy con pasión,

Señor, Vuestro muy humilde y muy obediente servidor,

Huygens de Zulichem.

B.5. Carta n. 56 (III, 5, 140). Leibniz, 10/20 marzo 1693

Hannover, este 10/20 de Marzo 1693

[515] Señor

Comienzo por lo agradecido que estoy de que usted haya querido satisfacer tan rápidamente mis peticiones respecto al pretendido premio propuesto por los Señores de los Estados que un amigo me suplicó que le hiciese saber, aunque yo tuviese como suficiente testimonio mi impresión.

Yo mismo había señalado en mi última carta que encontraba dificultad en la comparación de la fuerza centrífuga con los rayos de atracción que yo había propuesto, e igualmente había señalado en particular en qué consistía esta dificultad. Mas no creía que se dijese que hay alguna razón de conformidad, ya que tanto uno como el otro producen una atracción, ambos tienden desde el centro a la circunferencia y ambos operan en línea recta.

Dice usted, Señor, que encuentra el curso particular de la materia en el torbellino del Sol, para conservar el paralelismo del eje de la Tierra, poco compatible con el movimiento circular en todo sentido, que parece hacer la gravedad hacia el sol. A lo que respondo que dos movimientos parecidos a aquellos se encuentran muy compatibles [516] en el sistema del globo de la Tierra, donde uno es la causa de la gravedad y el otro la de la dirección magnética; y esta analogía favorece mucho mi hipótesis. Y como hay una declinación del imán cuyas causas particulares nos son todavía desconocidas, que sin embargo sólo se pueden encontrar en el curso de alguna materia, parece todavía que el desvío del eje de la tierra sólo podría provenir de alguna razón parecida. Es cierto que la Tierra es un gran cuerpo del que no es fácil cambiar el movimiento o la situación, mas como todos los cuerpos de la naturaleza actúan los unos sobre los otros, y como hay muchas corrientes particulares, no parece exenta de accidentes; y no sé si sería conforme a la costumbre de la naturaleza el abandonar estos grandes sistemas a estos encuentros. Parece más bien que los sistemas están formados y establecidos de tal modo por una conspiración de todas las partes ordenadas y sometidas desde hace mucho tiempo, que los desórdenes se enderezan ellos mismos como en el cuerpo de un animal; lo que se hace por el curso de los cuerpos fluidos, que mantienen a los sólidos en sus funciones. De esta forma me imagino que, si alguna causa extraordinaria desviase el eje de la tierra, reemprendería pronto su verdadera situación, como hace un imán, al contrario que la hipótesis del Sr. Newton, que dice que la Tierra navega por el éter, como haría una isla flotante que sólo es dirigida por su propia tendencia ya puesta.

Lo que dice, Señor, que una presión uniforme exterior no cambia nada la figura de un cuerpo, y que en consecuencia no es capaz de redondear una gota, merece consideración. El Sr. Descartes no era de esta opinión, y en ello yo compartía [517] su opinión; mas me retractaré voluntariamente cuando vea, como usted opina, que esto es contrario a los principios de la mecánica.

Usted opina también, Señor, que los torbellinos deferentes no son conciliables con las elipses de Kepler. Sin embargo, me parece que las razones puestas de la excentricidad constante de los planetas, así como la de sus fuerzas en los afelios y perihelios, no son irrefutables, o más bien que los torbellinos se pueden explicar de manera que favorezcan estas cosas, lejos de ser contrarias. La objeción del pasaje de los cometas parece difícil, mas puede ser que su fuerza sea tal que el movimiento de una materia tan sutil como es la del torbellino no le desvíe considerablemente; es bien cierto que esta misma materia tiene fuerza suficiente para conservar el movimiento de los planetas, mas si el planeta fuese reducido en reposo en el torbellino, éste le devolvería su movimiento poco a poco. Como en vuestros péndulos, un poco de fuerza es capaz de mantener el movimiento, mas es muy difícil de producirlo.

Llego a nuestra controversia de los átomos, que es tan antigua y los espíritus están tan divididos que no me sorprendo nada si no estamos de acuerdo en ello. Sin embargo, como creo que entre todos los que jamás han defendido los átomos, nadie lo ha hecho con más conocimiento de causa, y ha aportado más luz que usted, Señor, y como por mi parte he procurado unir consideraciones bastante particulares, continúo beneficiándome de vuestros esclarecimientos. Si le debemos suponer las consistencias primitivas, la cuestión es si sería más razonable ir primeramente a una dureza perfecta e infinita o admitir todo tipo de grados de dureza, mas siempre mezcladas [518] con alguna fluidez o blandura, de modo que la materia tenga en todas partes alguna unión o conexión, y que no obstante sea aun divisible en todas las partes. Y que de este modo el mismo cuerpo pueda ser llamado firme, rígido, duro, y aun fluido, blando, flexible *diverso respectu*[13] y comparativamente según la acción que intenta doblarlo o dividirlo. Usted opina, Señor, que sería más difícil concebir las razones de estas diferentes durezas; mas si las durezas son primitivas, debemos buscar la razón.

[13]Teniendo en cuenta la diversidad.

Reconozco que la materia sería heterogénea de algún modo, o más bien en una variedad perpetua, de modo que no se encontrará la menor partícula uniforme en sus partes, sino que los átomos son homogéneos. Mas en compensación, la materia según mi hipótesis sería divisible por todo, y más o menos fácilmente, con una variación que sería imperceptible en el paso de un lugar a otro lugar vecino, al contrario que, según la hipótesis de los átomos, saltamos de un extremo a otro y de una perfecta incohesión, que es en lugar del toque, pasamos a una dureza infinita en todos los otros lugares. Y estos saltos son sin ejemplo en la naturaleza. De donde se sigue también que, según yo, la sutileza y variedad va al infinito en las criaturas, lo cual es conforme a la razón y al orden (pues estoy a favor de un axioma completamente opuesto a este axioma vulgar que dice *naturam abhorrere ab infinito*[14]). Mas, según los átomos, el progreso de la sutileza y de la variación se limita a la magnitud del átomo, lo que es también poco razonable, como esta otra manera de limitar las cosas por las extremidades encerrando el mundo en una esfera. En cuanto a la dificultad de las superficies planas, por las cuales los átomos se unirían, usted responde, Señor, que sería más bien un gran postulado tanto querer que haya algo, como querer que no haya nada; ya que se requiere mucha exactitud para formarlo. [519] Respondo que sería necesaria siempre una exactitud entera para formar cualquier superficie que sea. Cualquiera que pueda ser, será exacta. No obstante, siendo la superficie plana de las más simples, parece que es la causa de la existencia de los átomos, por lo que sería entonces causa de la existencia de los átomos más simples, a menos que esta causa no haya tenido razones particulares de evitarlas, que sólo sabrían ser puestas al final para evitar la cohesión. Mas esto sería postular bastante, en lugar de razonar de esta manera. Usted añade, Señor, incluso si se admiten una gran cantidad de átomos cúbicos, que no se unirían fácilmente juntos para componer nuevos cuerpos inseparables, ya que las más de las veces no reposarían durante algún tiempo en el toque y sólo seguirían estando un momento en el mismo estado, pues es de esta forma que entiendo lo que dice, que su aplicación justa consistiría *in indivisibili*[15]. Mas creo que es demasiado extraño que esto se pueda hacer algunas veces, saber que se unen de modo que se vuelven átomos y que sigan de ahora en adelante inseparables por toda la eternidad.

Yo había creído que mi razón contra los átomos tomada de las leyes del movimiento era una de las más fuertes. Sin embargo, ya que usted promete explicar un día cómo un cuerpo inflexible puede repercutir, no tengo duda

[14] La naturaleza siente aversión hacia el infinito.

[15] Que consiste en indivisibles.

de que usted no haya dicho nada sobre ello de las cosas muy considerables en vuestra ordinaria. Encuentra usted también que la dificultad podría ser contestada contra mí, puesto que los cuerpos de resorte son compuestos, y que en consecuencia los últimos pequeños cuerpos, no teniendo resorte, serían también incapaces de repercusión. Mas respondo que no hay cuerpos pequeños últimos, y concibo [520] que una partícula de la materia, por muy pequeña que sea, es como un mundo entero, lleno de una infinidad de criaturas aún más pequeñas, y esto a proporción que fuese tan grande, como el globo de la Tierra.

Como parece que no se puede rendir ninguna razón a por qué las partes de un átomo son inseparables, aparte de que porque se tocan una vez perfectamente por sus superficies durante algún tiempo, es por esto que he dicho que, en la hipótesis de los átomos, el tocamiento hace la función de un gluten. Parece también que, si el tocamiento por superficies hace una conexión infinitamente fuerte, el tocamiento por líneas y por puntos debería también hacer conexiones mas superables, de modo que dos cuerpos que se tocan por las líneas más grandes serían más sencillos de separarlos, y los cuerpos que se tocan por más puntos tendrían más conexión que aquellos que se tocasen por menos puntos *caeteris paribus*[16]. E igualmente, punto contra punto y línea contra línea, parece que *contactus osculi*[17] debería dar más conexión que *simplex contactus*[18]. Además, si un tocamiento superficial durable hace un tocamiento insuperable, parece que un tocamiento momentáneo haría una conexión superable, pero más fuerte, según que los cuerpos que rocen el otro al tocarlos, con menos velocidad. En resumen, aunque haya hablado esto de las firmezas o consistencias primitivas, siempre he debido inclinarme a creer que no hay ninguna primitiva, y que el solo movimiento ocasiona la diversidad en la materia, [521] y en consecuencia también la cohesión. En tanto que el contrario no es demostrado todavía, me parece que debemos evitar la suposición de una tal cualidad inexplicable nueva, la cual siendo acordada, pasaríamos pronto a otras suposiciones parecidas, como a la gravedad de Aristóteles, a la atracción del Sr. Newton, a las simpatías o antipatías y a mil otros atributos parecidos.

El Sr. el Marqués de L'Hôpital me ha hecho el honor de comunicarme su bella invención de la rectificación de la curva logarítmica. Esto muestra que ha hecho grandes progresos en este análisis superior. Y espero de él luces considerables, veo el medio de encontrar siempre la línea *ex data quantitate*

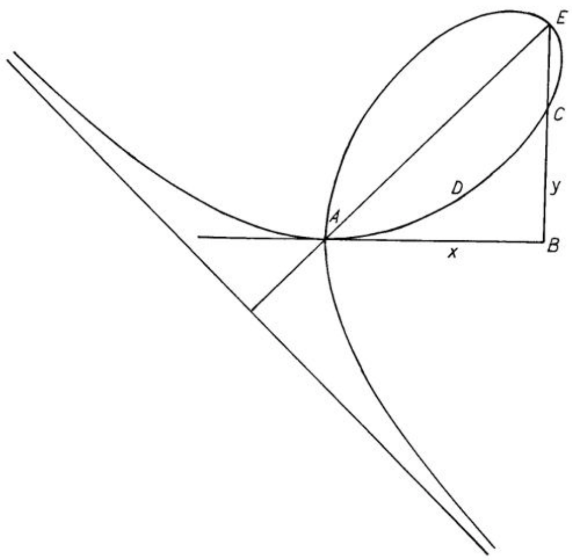
[16]Que permanecen iguales.
[17]El contacto por todos los sitios.
[18]Un único contacto.

subtangentis[19] cuando esta línea es ordinaria. Mas no he tenido todavía el tiempo ni la paciencia necesaria para poner en estado todo lo que hace falta para practicar este método, y mientras tanto estoy reducido a servirme de cantidad de direcciones particulares, aproximadamente como hacemos para resolver los problemas parecidos a los de Diofanto.

En cuanto a la Curva del Sr. de Beaune, cuya subtangencial sería $xx - xy : a$, la he querido considerar en este momento porque es simple, y encuentro que depende de la curva de los logaritmos de tal modo que siendo el logaritmo y, x será la diferencia entre el logaritmo y su subnumeral. Llamó aquí a subnumeral z, suponiendo que el número del logaritmo es el cociente de a dividido por $a - z$.

[522] Hay que reconocer, Señor, que vuestros descubrimientos sobre la cuadratura de la galante del Sr. de Roberval son extremadamente bellos, entiendo la línea cuya ecuación es $x^3 + y^3 = nxy$. Como esta línea es de una naturaleza simple, y como las coordenadas y son homeóptotas como en el círculo, también he querido procurar que podría encontrar la cuadratura, y en resumen he encontrado esta construcción general que la trilínea $ABCDA$ es a $\frac{2}{3}ny - \frac{1}{2}xx$ como el cuadrado de la abscisa x o AB es al cuadrado de la ordenada y o BC [figura 31].

FIGURA 31



[523] No me he guardado de atribuirme por adelantado el conocimiento de esta nueva fuente que usted ha encontrado por cantidad de problemas

[19] A partir de la magnitud de una subtangente.

de las cuadraturas y de las subtangentes. Puede ser que sepa algo, mas temo bastante que no, pues veo que se pueden emplear cantidad de direcciones particulares, y no dudo que haya muchas que me son desconocidas, aunque haya también muchas que yo he empleado a su debido tiempo. Me sirvo algunas veces del éxito de las series infinitas. Pues todas las veces que se ha dado un problema tangencial, puedo encontrar la curva demandada [524] *per seriem infinitam*[20]. Lo que es al menos de gran uso para la práctica. Pues supongo $y = a+bx+cx^2+dx^3+ex^4$ etc. y por tanto tengo también yy, y^3 etc., igualmente $xyy[,]xy^3, x^2y^2$ etc Tengo también que dy es igual a dx multiplicado por $b + 2cx + 3dx^2 + 4ex^3$ etc. y ddx es igual a $1{,}2c + 2{,}3dx + 3{,}4ex^2$ etc. multiplicado por $d(x^2)$. Y así sucesivamente. Teniendo entonces mi ecuación diferencial liberada de fracciones, raíces y sumas, y ordenada de modo que sea igual a cero, y habiendo explicado los términos donde entren y ó dy, de modo que no quede ninguna indeterminada aparte de x, lo que hace desaparecer dx, [y con lo que] explico las arbitrarias *a*, *b*, *c*, etc. de modo que todos los términos se destruyan, y por este medio encuentro su valor, y en consecuencia el de y. Este método es el más general que se pueda imaginar, pues tiene éxito para todos estos problemas, y aun para aquellos cuya dificultad es de una trascendencia de segundo, tercer u otro grado, es decir, que va a las diferencio-diferenciales y más allá. En una palabra, es *supplementum Generale Geometriae practicae pro Transcendentibus*[21]; por no decir (lo que parece bastante) que sirve para dar las raíces de las ecuaciones, mas también para encontrar los valores finitos. Espero [525] el placer de conocer un día vuestro método físico-matemático para la cuadratura de la hipérbola. Estas aplicaciones abren a menudo nuevas vías.

He aquí algo de otra naturaleza distinta, que añado aquí. He tenido en mano cantidad de piezas curiosas que sirven para la historia y para los negocios, de los que haré imprimir una selección. La de los más antiguos, antes del año 1500, aparecerá esta primavera en un volumen en folio. Mas para los modernos, particularmente de nuestro siglo, desearía todavía más cosas.

El Sr. vuestro hermano, y algunos otros hombres hábiles de vuestro país, empleados en los negocios públicos me podrían favorecer en este deseo con vuestra recomendación, enviando algunas piezas curiosas que servirían para instruir al público, sin hacer perjuicio a nadie. Es una lástima que el Sr. van Beuningen no esté en estado de contribuir. Mas a usted no le faltan

[20]Mediante series infinitas.

[21]Un suplemento general de la geometría práctica para las trascendentes.

ministros hábiles, y a menudo los herederos de aquellos que han sido empleados en el pasado no son tacaños con tales cosas.

Le ruego me disculpe por la libertad que tomo al hablarle de una cosa de esta naturaleza. Es a condición que esto no le importune nada y que usted haga lo que usted pueda cómodamente, por el medio de algunos amigos, una palabra [526] de vuestra parte vale más que las grandes solicitudes de muchos otros. Soy con celo,

Señor, Vuestro muy humilde y muy obediente servidor,

Leibniz.

Bibliografía

Fuentes

Bernoulli, Johann. 1696. Supplementun defectus geometriae cartesiane circa inventionem locorum. *Acta eruditorum*, Junio 1696, 264–269.

Bernoulli, Johann. 1914. *Die erste Integralrechnung: eine auswahl aus Johann Bernoullis Mathematischen vorlesungen über die Methode der Integrale und anderes, aufgeschrieben zum gebrauch des herr Marquis de l'Hospital in den Jahren 1691 und 1692 als der verfasser sich in Paris aufhielt*. Leipzig/Berlín: W. Engelmann.

Descartes, René. 1981. *Discurso del método. La dióptrica. Los meteoros. La geometría*. Madrid: Alfaguara.

Descartes, René. 1999. *Correspondencia con Isabel de Bohemia y otras cartas*. Barcelona: Alba.

Descartes, René. 2005. *Tutte le lettere, 1619-1650*. Milán: Bompiani/Il Pensiero Occidentale.

Galilei, Galileo. 1976. *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*. Madrid: Editora Nacional.

Hobbes, Thomas. 2000. *Tratado sobre el cuerpo*. Madrid: Trotta.

Huygens, Christiaan. 1823. Extraits de la correspondence de Nicolas Fatio. *Bibliotheque universelle des sciences, belles-lettres et arts*, 22, 256–258.

Huygens, Christiaan. 1833. *Christiani Hugenii aliorumque seculi xvii virorum celebrium exercitationes mathematicae et philosophicae*. La Haya: Hagae Comitum.

Huygens, Christiaan. 1888-1950. *Œuvres complètes de Christiaan Huygens*. Haan, D. B., Bosscha, J., Korteweg, D. J. & Vollgraff, J. A. (eds). La Haya: Martinus Nijhoff.

Huygens, Christiaan. 1977. Christiaan Huygens' The Motion of Colliding Bodies. *Isis: A Journal of the History of Science*, 68, 574–597.

Huygens, Christiaan. 2015. *Cosmotheoros*. Zaragoza: Jekyll & Jill.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1849-1863 (reimpr. 1872). *Mathematische Schriften*. Gerhardt, C.I. (ed). Hildesheim: Georg Olms.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1875-1890 (reimpr. 1960-1961). *Die philosophischen Schriften*. Gerhardt, C.I. (ed). Hildesheim: Georg Olms.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1877. *Obras de Leibniz*. de Azcárate, Patricio (ed). Madrid: Casa editorial de Medina.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1889. *Der Briefwechsel des Gottfried Wilhelm Leibniz in der Königlichen öffentlichen Bibliothek zu Hannover*. Hannover: Hahnsche Buchhandlung.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1903. *Opuscules et fragments inédits de Leibniz*. París: A. Foucher de Careil.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1920. *The Early Mathematical Manuscripts of Leibniz. Child, J. M. (ed). Chicago: Open Court*.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1923ss. *Sämtliche Schriften und Briefe*. Berlín, Darmstadt: Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin (ed).

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1956. *Philosophical Papers and Letters*. Loemker, Leroy E. (ed). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1966. *Die Leibniz-Handschriften der Königlichen öffentlichen Bibliothek zu hannover. Mit Ergänzungen und Register von Gisela Krönert und Heinrich Lackmann sowie einem Vorwort von Karl-Heinz Weimann*. Heidesheim: Georg Olms.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1973. *Marginalia in Newtoni Principia Mathematica*. París: Vrin.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1976. *Ein Dialog zur Einführung in de Arithmetik und Algebra*. Stuttgart-Bad Cannstatt: Frommann-Holzboog.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1987. *Análisis infinitesimal*. De Lorenzo, Javier (ed). Madrid: Tecnos.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1988. *Leibniz Lexicon. A Dual Concordance to Leibniz's Philosophischen Schriften*. Hildesheim: Olms-Weidmann.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1989. *La naissance du calcul différentiel : 26 articles des acta eruditorum*. Parmentier, Marc (ed). París: Vrin.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1991. *Escritos de dinámica*. Arana, Juan (ed). Madrid: Tecnos.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1993. *De quadratura arithmetica circuli ellipseos et hyperbolae cujus corollarium est trigonometria sine tabulis*. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1995. *La caractéristique géométrique*. Echeverría, Javier (ed). París: Vrin.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1999. *Methodus vitae: escritos de Leibniz*. Andreu, Agustín (ed). Valencia: Universidad Politécnica de Valencia.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 2001a. *The Labyrinth of Continuum. Writings on the Continuum Problem*. Arthur, Richard (ed). New Haven: Yale University.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 2001b. Two Papers on the Catenary Curve and Logarithmic Curve. *Fidelio*, 10 (1), 54–61.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 2003. *Escritos filosóficos*. De Olaso, Ezequiel (ed). Boadilla del Monte: Mínimo Tránsito.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 2004. *Quadrature arithmétique du cercle, de l'ellipse et de l'hyperbole*. Parmentier, Marc (ed). París: Vrin.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 2007. *Leibniz. Matemáticas, física, metafísica*. Orio de Miguel, Bernardino (ed). Madrid: Autoedición.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 2007ss. *Obras filosóficas y científicas*. Nicolás, Juan Antonio (ed). Granada: Comares.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 2008. *Dialoghi filosofici e scientifici*. Milán: Bompiani.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 2011. *En el laberinto: Escritos sobre el continuo*. Luna, Manuel (ed). Sevilla: Autoedición.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 2014. Introducción a la aritmética de los infinitos (1672) (trad. Raffo Quintana, Federico). *Notae philosophicae scientiae formalis*, 3, 47–69.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 2016. *The Leibniz-Stahl Controversy*. The Yale Leibniz. New Haven: Yale University Press.

Leibniz, Gottfried Wilhelm, & Newton, Isaac. 2006. *La polémica sobre la invención del cálculo infinitesimal. Escritos y documentos*. Antonio J. Durán (ed). Barcelona: Crítica.

L'Hôpital, Marqués de. 1988. *Análisis de los infinitamente pequeños para el estudio de las curvas*. Ciudad de México: Servicios Editoriales de la Facultad de Ciencias, UNAM.

Newton, Isaac. 1695. Epistola missa ad praenobilem virum D. Carolum Mountague armigerum, scaccarii regii apud anglos cancellarium, et societatis regiae praesidem, in qua solvuntur duo problemata mathematica a Johanne Barnoullo mathematico celeberrimo proposita. *Philosophical transactions*, 19, 384–389.

Newton, Isaac. 2009. *El templo de Salomón: manuscrito Prolegomena ad lexici prophetici partem secundam*. Madrid: Consejo Superior de Investigaciones Científicas.

Pascal, Blaise. 1819. *Oeuvres de Blaise Pascal*. París: Chez Lefèvre.

Referencias secundarias

Aiton, E. J. 1992. *Leibniz. Una biografía*. Madrid: Alianza.

Andriesse, C.D. 2005. *Huygens, the Man Behind the Principle*. Cambridge: Cambridge University Press.

Antognazza, Maria Rosa. 2009. *Leibniz. An intelectual biography*. Cambridge: Cambridge University Press.

Antognazza, Maria Rosa. 2015. The hypercategorematic infinite. *The Leibniz Review*, 25, 5–30.

Arana, Juan. 1988. El desarrollo del concepto de fuerza de descartes a euler. En Arana, Juan (ed), *Inmanuel Kant: Pensamientos sobre la verdadera estimación de las fuerzas vivas*. Berna: Peter Lang, 239-248.

Arana, Juan. 1991. Kant y las tres físicas. En Sociedad Castellano-Leonesa de Filosofía (ed), *En torno a la filosofía natural de Newton. Crisis de la modernidad y su influencia en la filosofía natural*. Salamanca: Sociedad Castellano-Leonesa de Filosofía, 55-69.

Arana, Juan. 2002. *Materia, universo, vida*. Madrid: Tecnos.

Arana, Juan. 2013. Leibniz y la dinámica. En Arana, Juan (ed), *Leibniz y las ciencias*. Madrid: Plaza y Valdés, 57-110.

Arcos Quezada, José Ismael. 2014. Rigor o entendimiento, un viejo dilema en la enseñanza de las matemáticas: el caso del cálculo infinitesimal. *Tiempo de educar*, 5, 9–35.

Arthur, Richard. 1998. Cohesion, Division and Harmony: Physical Aspects of Leibniz's Continuum Problem. *Perspectives on Science*, 5 (1–2), 110–135.

Arthur, Richard. 2015. Leibniz's Actual Infinite in Relation to his Analysis of Matter. En Goethe, Norma B., Beeley, Philip & Rabouin, David (eds), *G.W. Leibniz, Interrelations Between Mathematics and Philosophy*. Dordrecht: Springer, 137-156.

Arthur, Richard. 2017. Newton and Leibniz on the Relativity of Motion. En Schliesser, Eric & Smeenk, Chris (eds), *The Oxford Handbook of Newton*. Oxford: Oxford University Press.

Babini, José. 1977. *El cálculo infinitesimal: origen-polémica*. Buenos Aires: Editorial universitaria de Buenos Aires.

Baron, Margaret. 1969. *The Origins of the Infinitesimal Calculus*. Oxford/Nueva York: Pergamon Press.

Bassler, O. Bradley. 1998. Towards Paris: The Growth of Leibniz's Paris Mathematics out of the Pre-Paris Metaphysics. *Studia leibnitiana*, 31 (2), 110–135.

Beeley, Philip. 2008. Infinity, Infinitesimals, and the Reform of Cavalieri. En Goldenbaum, Ursula & Jesseph, Douglas Michael (eds), *Infinitesimal Differences: Controversies Between Leibniz and his Contemporaries*. Berlín: Walter de Gruyter, 31-52.

Beeley, Philip. 2014. Leibniz, Philosopher Mathematician and Mathematical Philosopher. En Goethe, Norma B., Beeley, Philip & Rabouin, David (eds), *G.W. Leibniz, Interrelations Between Mathematics and Philosophy*. Dordrecht: Springer, 23-48.

Blasjö, Viktor. 2017. *Transcendental Curves in the Leibnizian Calculus*. Studies in the History of Mathematical Enquiry. Nueva York: Elsevier.

Bos, H.J.M. 1978. The Influence of Huygens on the Formation of Leibniz's ideas. *Leibniz à Paris (1672-1676): Symposion de la G. W. Leibniz-Gesellschaft*

(Hannover) et du Centre National de la Recherche Scientifique (Paris) à Chantilly (France) du 14 au 18 November 1976, 17 (1), 59–68.

Boschiero, Luciano. 2007. *Experimental and Natural Philosophy in Seventeenth-Century Tuscany*. Australasian Studies in History and Philosophy of Science, vol. 21. Dordrecht: Springer.

Boyer, Carl B. 1949. *The History of Calculus and its Conceptual Development*. Nueva York: Dover Publications.

Brunschvicg, Léon. 1912. *Les étapes de la philosophie mathématique*. París: Presses universitaires de France.

Bukowski, J. 2008. Christiaan Huygens and the Problem of the Hanging Chain. *The college mathematics journal*, 39 (1), 2–11.

Büttner, Jochen. 2008. The Pendulum as a Challenging Object in Early-Modern Mechanics. En Laird, Walter Roy & Roux, Sophie, *Mechanics and Natural Philosophy Before the Scientific Revolution*. Boston studies in the philosophy of science. Dordrecht: Springer, 223-238.

Cabot, Mateu. 1999. Introducción. En Cabot, M. (ed), *Correspondencia con Isabel de Bohemia y otras cartas*. Barcelona: Alba Editorial, XX-277.

Chareix, Fabien. 2006. *La philosophie naturelle de Christiaan Huygens*. París: Vrin.

Chareix, Fabien. 2015. Geometrization of Mathematization. Christiaan Huygen's Critiques of Infinitesimal Analysis in his Correspondence with Leibniz. En Dascal, Marcelo (ed), *The Practice of Reason: Leibniz and his Controversies*. Philadelphia: John Benjamins Publications, 33-50.

Chatterjee, Neil, & Nita, Bogdan G. 2010. The Hanging Cable Problem for Practical Applications. *Journal of Mathematics*, 4 (1), 70–77.

Cortese, João. 2014. Infinity between mathematics and apologetics: Pascal's notion of infinite distance. *Synthese*, 192 (8), 2379–2393.

Costabel, Pierre. 1978. Leibniz et les séries numériques. *Leibniz à Paris (1672-1676): Symposion de la G. W. Leibniz-Gesellschaft (Hannover) et du Centre National de la Recherche Scientifique (Paris) à Chantilly (France) du 14 au 18 November 1976. Studia Leibnitiana Supplementa*, 17 (1), 81–101.

Couturat, Louis. 1903. *Opuscules et fragments inédits de Leibniz*. París: A. Foucher de Careil.

Couturat, Louis. 1985. *La logique de Leibniz: d'après des documents inédits*. Hildesheim: Georg Olms.

Crippa, Davide. 2014. *Impossibility Results: From Geometry to analysis*. Ph.D. thesis, Universitée Paris Diderot (Paris 7).

Dascal, Marcelo. 2010. *The Practice of Reason: Leibniz and his Controversies*. Philadelphia: John Benjamins Publishing Company.

De Icaza Herrera, Miguel. 1994. Galileo, Bernoulli, Leibniz and Newton around the brachistochrone problem. *Revista mexicana de física*, 40 (3), 459–475.

De Lorenzo, Javier. 1987. Estudio preliminar. En De Lorenzo (ed), Javier, *Análisis infinitesimal*. Madrid: Tecnos, IX-LXXIX.

De Mora Charles, Mary Sol. 2012. Metafísica y cálculo infinitesimal. *Revista de Filosofía Universidad de Costa Rica*, LI, 211–216.

De Morgan, Augustus. 1914. *Essays on the Life and Work of Newton*. Chicago/Londres: The Open court publishing company.

De Risi, Vincenzo. 2007. *Geometry and Monadology. Leibniz's Analysys situs and Philosophy of Space*. Dordrecht: Springer.

Del Lungo Camiciotti, Gabriella. 2014. Letters and Letter Writing in Early Modern Culture: An Introduction. *Journal of Early Modern Studies*, 3, 17–35.

Dijksterhuis, Fokko Jan. 1996. Huygens's Dioptrica. *De zeventiende eeuw*, 12 (1), 117–126.

Dijksterhuis, Fokko Jan. 2004. *Lenses and Waves. Christiaan Huygens and the Mathematical Science of Optics in the Seventeenth Century*. Archimedes. New Studies in the History and Philosophy of Science and Technology, vol. 9. Dordrecht: Springer.

Dijksterhuis, Fokko Jan. 2008. Reseña de "Fabien Chareix. La philosophie naturelle de Christiaan Huygens". *Isis*, 99, 617–618.

Dugas, René. 1954. *La mecanique au XVIIe siècle: des antecedents a la pensée classique*. Neuchatel: Griffon.

Echeverría, Javier. 1995. Introducción. En Echeverría, Javier (ed), *La caractéristique géométrique*. París: Vrin, 7-44.

Echeverría, Javier. 2004. Valores contrapuestos en la controversia Newton-Leibniz. En Ferreirós, José & Durán, Antonio, *Matemáticas y matemáticos*. Sevilla: Universidad de Sevilla, Secretariado de publicaciones, 85-104.

Elena, Alberto. 1996. Huygens y el cartesianismo (a propósito de la noción de gravedad). *Llull*, 5, 5–16.

Escribano, Miguel. 2017. *Complejidad y dinámica en G.W. Leibniz: un vitalismo ilustrado*. Nova Leibniz, vol. 8. Granada: Comares.

Esquisabel, Oscar M., & Raffo Quintana, Federico. 2017. Leibniz in Paris: A Discussion Concerning the Infinite Number of All Units. *Revista portuguesa de filosofia*, 73 (3–4), 1319–1342.

Fatio de Duillier, Nicolás. 1699. *Lineae brevissimi descensus investigatio geometrica duplex*. Londres: R. Everingham.

Garber, Daniel. 2009. *Leibniz: Body, Substance, Monad*. Oxford: Oxford University Press.

Goethe, Norma B., Beeley Philip, & Rabouin, David. 2015. *G.W. Leibniz, Interrelations Between Mathematics and Philosophy*. Archimedes, New Studies in the History and Philosophy of Science and Technology, vol. 41. Dordrecht: Springer.

Goldenbaum, Ursula, & Jesseph, Douglas. 2008. *Infinitesimal Differences. Controversies between Leibniz and his Contemporaries*. Berlín: Walter de Gruyter.

Gordon, Andrew, & Daybell, James. 2012. New Directions in the Study of Early Modern Correspondence. *Lives and Letters. Special Issue*, 4 (1), 1–7.

Grant, Edward. 2007. *A History of Natural Philosophy: From the Ancient World to the Nineteenth Century*. Cambridge: Cambridge University Press.

Grant, Hardy, & Kleiner, Israel. 2008. *Analysis by Its History*. Dordrecht: Springer.

Grant, Hardy, & Kleiner, Israel. 2015. *Turning Points in the History of Mathematics*. Dordrecht: Springer.

Guicciardini, Niccolò. 2005. Isaac Newton, philosophiae naturalis principia mathematica, first edition (1687). En Grattan-Guinness, Ivor & Cooke, Roger (ed), *Landmark Writings in Western Mathematics 1640-1940*. Amsterdam: Elsevier, 59-87.

Hall, Alfred Rupert. 1980. *Philosophers at War. The Quarrell Between Newton and Leibniz*. Cambridge: Cambridge University Press.

Hawthorne, John, & Cover, Jan. 2000. Infinite Analysis and the Problem of the Lucky Proof. *Studia leibnitiana*, 32 (2), 151–165.

Herrera Castillo, Laura Estefanía. 2015. *Curvas y espejos. El carácter funcional de la actividad monádica en G. W. Leibniz*. Nova Leibniz, vol. 5. Granada: Comares.

Hess, Heinz-Jürgen. 2005. Leibniz auf dem Höhepunkt seines mathematischen Ruhms. *Studia leibnitiana supplementa*, 37 (1), 48–67.

Hofmann, Joseph E. 1974. *Leibniz in Paris 1672-1676*. Cambridge: Cambridge University Press.

Iliffe, Robert. 2012. Servant of Two Masters. Fatio de Duillier Between Christiaan Huygens and Isaac Newton, Jorink, Eric & Maas, Ad (ed), *Newton and the Netherlands. How Isaac Newton was Fashioned in the Dutch Republic*. Leiden: Leiden University Press, 67-91.

Katz, Mikhail G., & Sherry, David. 2013. Leibniz's Infinitesimals: Their Fictionality, Their Modern Implementations, and Their Foes from Berkeley to Russell and Beyond. *Erkenntnis*, 78 (3), 571–625.

Knobloch, Eberhard. 1999. Galileo and Leibniz: Different Approaches to Infinity. *Archive for History of Exact Sciences*, 54 (2), 87–99.

Knobloch, Eberhard. 2002. Leibniz's Rigorous Foundation of Infinitesimal Geometry by Means of Riemannian Sums. *Synthese*, 133 (1), 59–73.

Knobloch, Eberhard. 2012. Leibniz and the Brachistochrone. *Documenta mathematica*, Extra Volume: Optimization Stories (1), 15–18.

Knobloch, Eberhard. 2015. Analyticité, équipollence et théorie des courbes chez Leibniz. En Goethe, Norma B., Beeley, Philip & Rabouin, David (ed), *G.W. Leibniz, Interrelations Between Mathematics and Philosophy*. Archimedes, New Studies in the History and Philosophy of Science and Technology, vol. 41. Dordrecht: Springer, 89-110.

Levey, Samuel. 1999. Leibniz's Constructivism and Infinitely Folded Matter. En J. Gennaro, Rocco & Huenemann, Charles (ed), *New Essays on the Rationalists*. Oxford: Oxford University Press, 134-162.

Link, Montgomery. 2017. A Background Condition for Analysis. En Pisano R., Fichant M., Bussotti P. & Oliveira A.R.E., *The Dialogue Between Sciences, Philosophy and Engineering. New Historical and Epistemological insights. Homage to Gottfried W. Leibniz 1646-1716*. Londres: College Publications, 227-253.

Luna, Manuel. 1996. *La ley de continuidad en G. W. Leibniz*. Sevilla: Universidad de Sevilla.

Maglo, Koffi. 2003. The Reception of Newton's Gravitational Theory by Huygens, Varignon , and Maupertuis: How Normal Science may be Revolutionary. *Technology*, 11 (2), 135–169.

Mancosu, Paolo. 1996. *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century*. Oxford: Oxford University Press.

Martin, Dennis J. 1983. *Leibniz's Conception of Analysis Situs and its Relevance to the Problem of the Relationship Between Mathematics and Philosophy*. Atlanta, Georgia: Emory University.

McDonough, Jeffrey K. 2009. Leibniz on Natural Teleology and the Laws of Optics. *Philosophy and phenomenological research*, LXXVIII (3), 505–544.

Mendonça, Marta. 2008. Leibniz's Conception of Natural Explanation. En Dascal, Marcelo (ed), *Leibniz: What Kind of Rationalist?* Dordrecht: Springer, 183-197.

Montesinos Sierra, José Luis. 2009. Fluxiones, infinitesimales y fuerzas vivas. Un panorama leibniziano. *Thémata*, 42, 77–106.

Moreau, Joseph. 1987. *L'univers leibnizien: L'espace et les vérités éternelles chez Leibniz*. Hildesheim: Olms.

Mormino, Gianfranco. 1993. *Penetralia motus. La fondazione relativistica della meccanica in Christiaan Huygens con l'edizione del codex hugeniotum 7A*. Milán: Pubblicazioni della Facoltà di lettere e filosofia del l'Università di Milano.

Mormino, Gianfranco. 2003. Sur quelques problèmes éditoriaux concernant l'œuvre de Christiaan Huygens / On some editorial problems regarding Christiaan Huygens' complete works. *Revue d'histoire des sciences*, 56 (1), 145–151.

Nicolás, Juan Antonio. 1993. *Razón, verdad y libertad en G.W. Leibniz : análisis histórico-crítico del principio de razón suficiente*. Granada: Universidad de Granada.

Nicolás, Juan Antonio. 2013. Leibniz: de la biología a la metafísica vitalista. En Arana, Juan (ed), *Leibniz y las ciencias*. Madrid: Plaza y Valdés, 179-209.

O'Hara, James G. 1996. Leibniz and the 'petit demon': Agreement and Dissension in their Mathematical Correspondence. *De zeventiende eeuw*, 12 (1), 151–160.

Orio de Miguel, Bernardino. 2007. *Introducción*. Madrid: Autoedición.

Orio de Miguel, Bernardino. 2009. Leibniz y la tradición hermética. *Thémata*, 42, 107–122.

Padial, Juanjo. 2010. Juicio y fundamento en Leibniz: notas para precisar la teoría leibniziana de la acción espontánea. En Sánchez Rodríguez, Manuel & Rodeo Cilleros, Sergio (eds), *Leibniz en la filosofía y la ciencia modernas*. Granada: Comares, 265-279.

Parkes, Samuel. 1882. An Account of the Periodical Literary Journals which were published in Great Britain and Ireland, from the year 1681 to the commencement of the Monthly review, in the year 1749. *The Quaterly Journal of Science, Literature and the Arts*, 25, 36–57.

Pérez de Laborda, Alfonso. 1977. *Leibniz y Newton. I: La discusión sobre la invención del cálculo infinitesimal*. Salamanca: Universidad Pontificia de Salamanca.

Perkins, Franklin. 2004. *Leibniz and China. A Commerce of Light*. Cambridge: Cambridge University Press.

Probst, Siegmund. 2018. The Calculus. En Antognazza, Maria Rosa (ed), *The Oxford Handbook of Leibniz*. Oxford: Oxford University Press, Borrador.

Probst, Siegmund, & Raugh, Michael. 2018. The Leibniz Catenary and Approximation of *e*. An Analysis of his Unpublished Calculations. *Join mathematics meetings*.

Raffo Quintana, Federico. 2016. The Infinite in Leibniz's Parisian Writings, Amongst Mathematics and Metaphysics. En Li, Wenchao (ed), *Für unser Glück oder das Glück anderer: X. Internationaler Leibniz- Kongress*. vol. 3. Hildesheim: Georg Olms, 201-213.

Rensoli, Lourdes. 2001. G. W. Leibniz: Europa, China y la idea de civilización. *A parte rei*, 17, 1–32.

Rensoli, Lourdes. 2004. G. W. Leibniz: Europa y China en diálogo. *Pensamiento*, 60 (228), 389–411.

Rioja, Ana. 2016. Espacio y tiempo. En Arana, Juan (ed), *Guía Comares de Filosofía de la Naturaleza*. Granada: Comares, 31-51.

Robinet, André. 1958. L'abbé de Catelan, ou l'erreur au service de la vérité. *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, 11 (4), 289–301.

Roldán, Concha. 2012. Actualidad de la idea de tolerancia en Leibniz. *Revista de Filosofía Universidad de Costa Rica*, LI, 383–391.

Scriba, Christoph J. 1963. The Inverse Method of Tangents: A Dialogue between Leibniz and Newton (1675-1677). *Archive for history of exact sciences*, 2 (2), 113–137.

Sefarti, Michel. 2008. Symbolic Inventiveness and Irrationalist Practices in Leibniz's Mathematics. En Dascal, Marcelo (ed), *Leibniz: What Kind of Rationalist?* Dordrecht: Springer, 125-139.

Serfati, Michel. 2005. A Note on the Geometry and Descartes's Mathematical Work. *Notices of the ams*, 55 (1), 50–53.

Serfati, Michel. 2013. Order in Descartes, Harmony in Leibniz: Two Regulative Principles of Mathematical Analysis. *Studia leibnitiana*, 45 (1), 59–96.

Smith, Pamela H. 2016. *The Business of Alchemy. Science and Culture in the Holy Roman Empire*. Princeton: Princeton University Press.

Torretti, Roberto. 1999. *The Philosophy of Physics*. Cambridge: Cambridge University Press.

Wahl, Charlotte. 2014. Between Cosmopolitanism and Nationalism: the Role of Expatriates in the Dissemination of Leibniz's Differential Calculus. *Almagest*, 5 (2), 40–68.

Westfall, Richard S. 2005. *Never at Rest, a Biography of Isaac Newton*. Cambridge: Cambridge University Press.

Yoder, Joella G. 1988. *Unrolling time: Christiaan Huygens and Mathematization of Nature*. Cambridge: Cambridge University Press.

Yoder, Joella G. 1991. Christiaan Huygens' Great Treasure. *Tractrix*, 9–13.

Yoder, Joella G. 2005. Christiaan Huygens, Book on the Pendulum Clock (1673). En Grattan-Guinness, Ivor & Cooke, Roger (ed), *Landmark Writings in Western Mathematics 1640-1940*. Amsterdam: Elsevier, 33-45.

Yoder, Joella G. 2013. *Catalogue of the Manuscripts of Christiaan Huygens Including a Concordance With His Oeuvres Complètes*. Leiden: Brill.